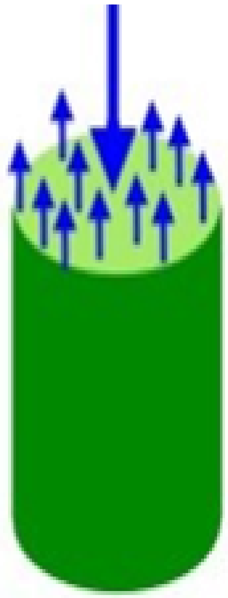
041R - ANALISI DELLE STRUTTURE

TEORIA DELLA TRAVE



Carichi
- Trazione/ compressione
- Taglio
- Flessione
- Torsione

Deformazioni
- Allungamenti/ accorciamenti
- Scorrimenti

Tensioni
- Normali
- Tangenziali

Sollecitazione, Sforzo, Tensione

Ha le dimensioni di una pressione

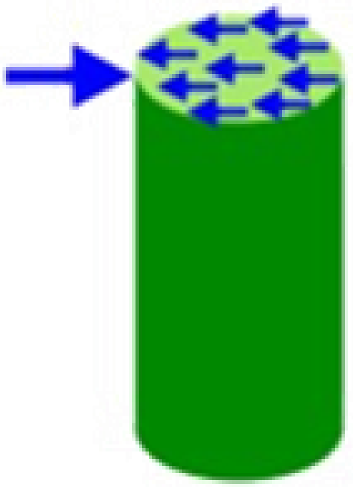
$$\sigma, \tau = \frac{Forza}{Superficie} = \frac{N}{m^2} = Pa$$

SFORZO ASSIALE

FLESSIONE

TAGLIO

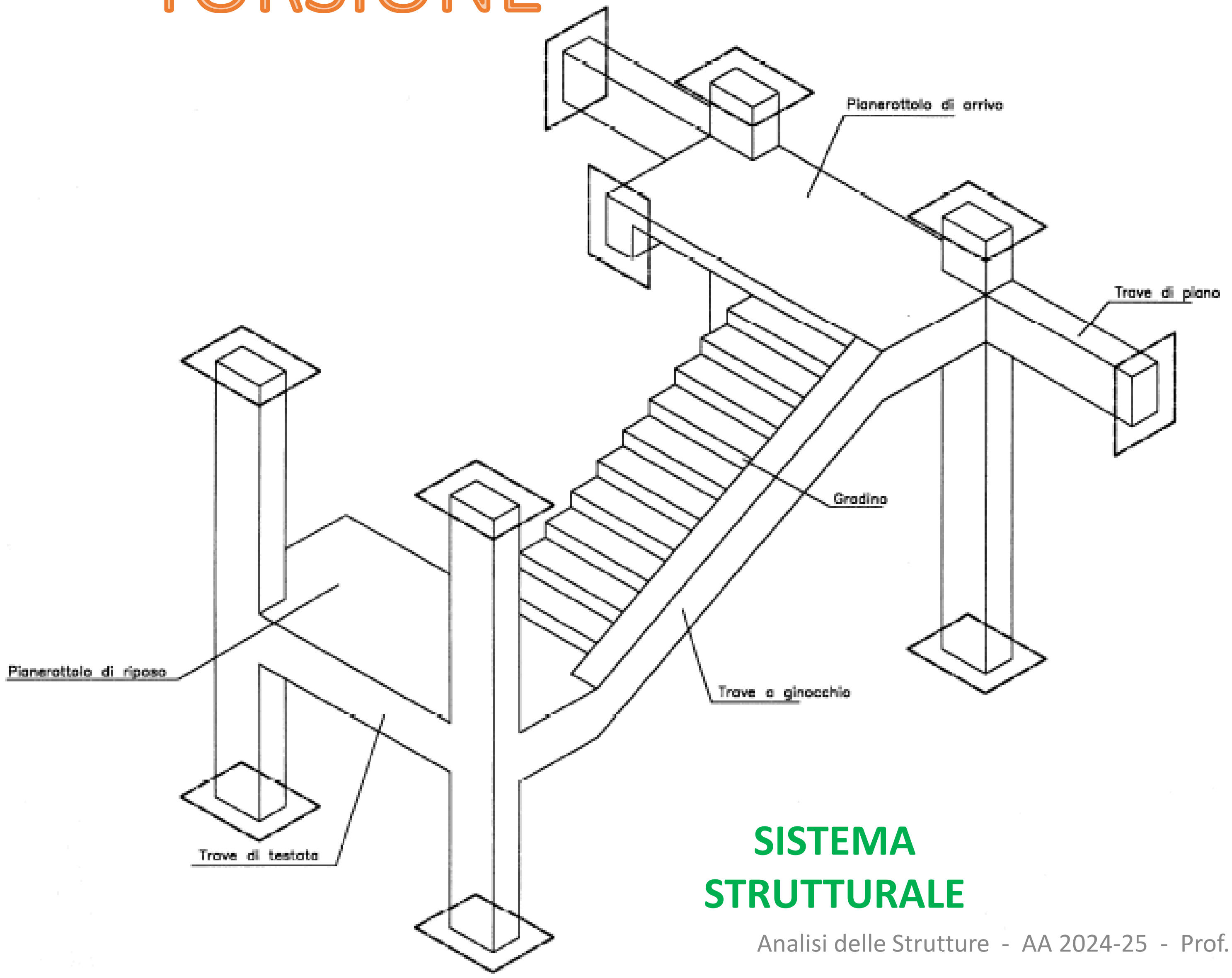
TORSIONE



Tensione normale
(vettore sforzo entrante/uscente dal piano)

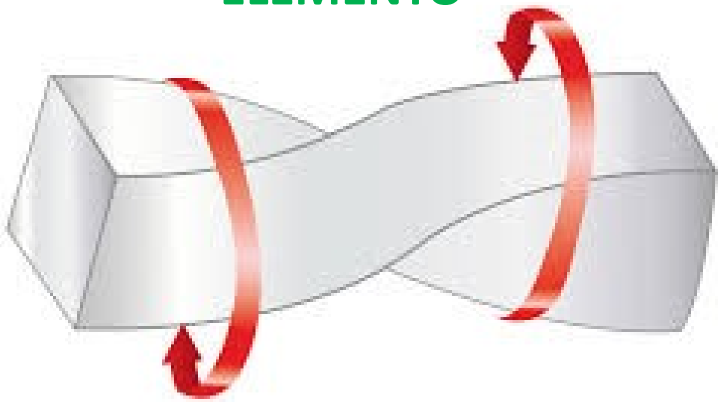
Tensione tangenziale
(vettore sforzo giacente nel piano)

TORSIONE

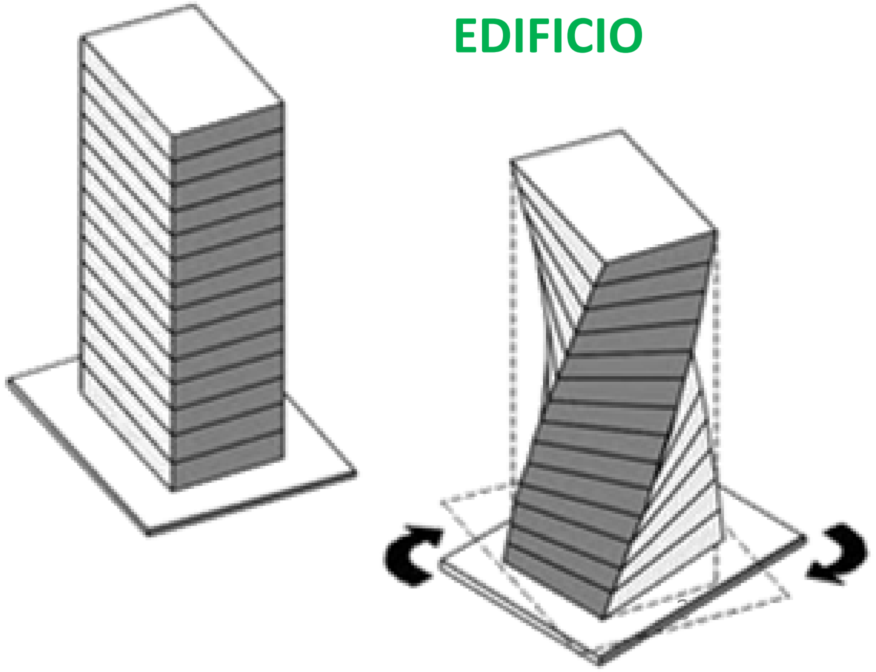


SISTEMA STRUTTURALE

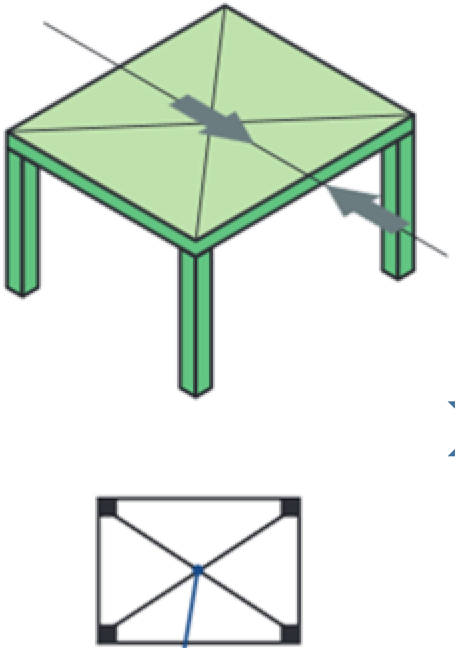
ELEMENTO



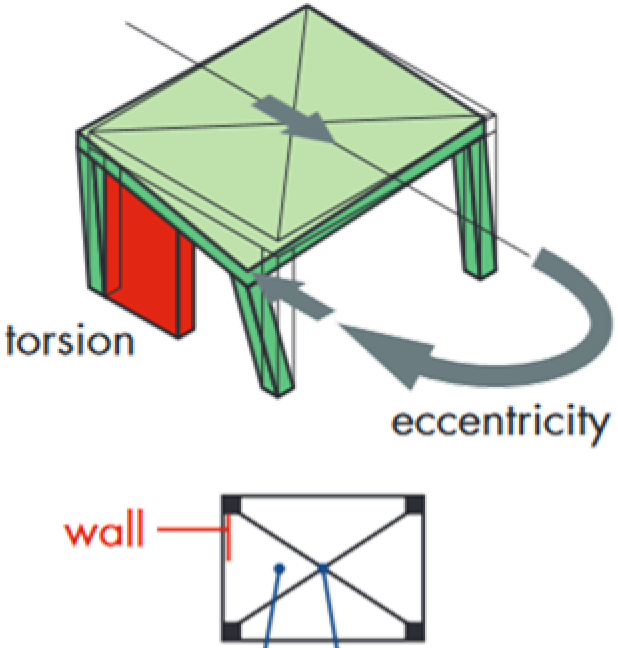
EDIFICIO



TORSIONE

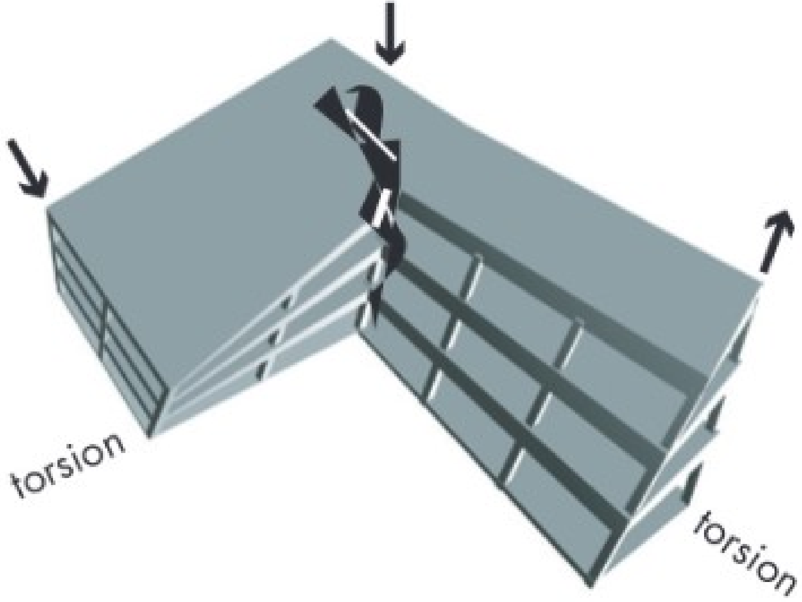


Centro di massa
e rigidezza



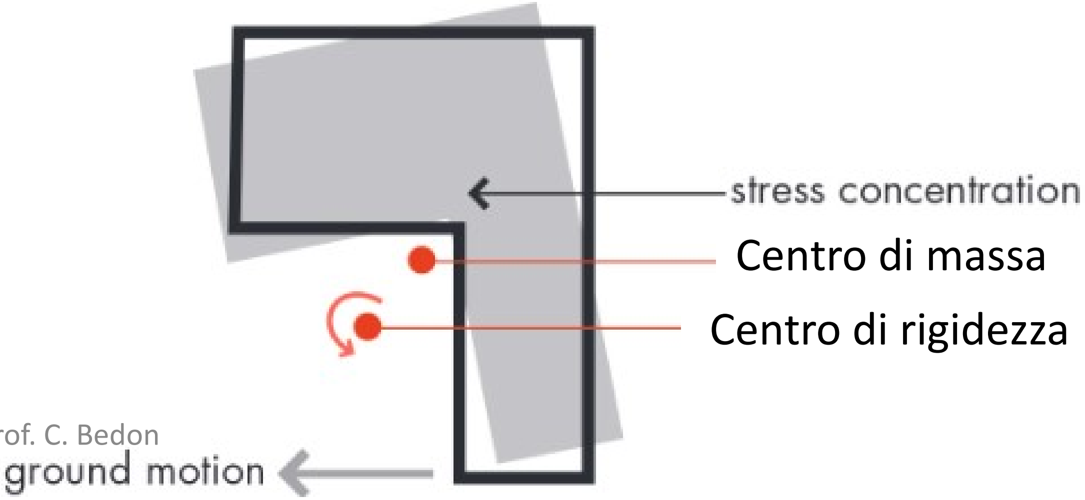
Centro di
rigidezza

Centro di massa

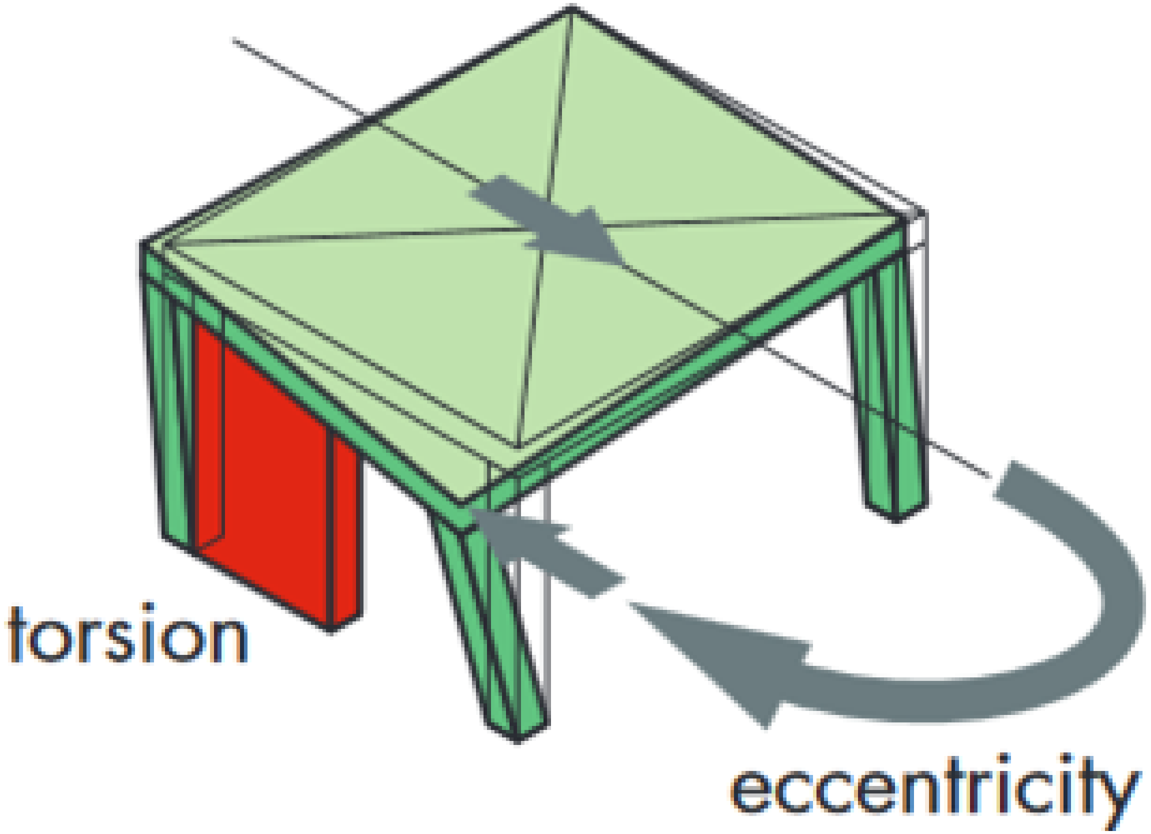


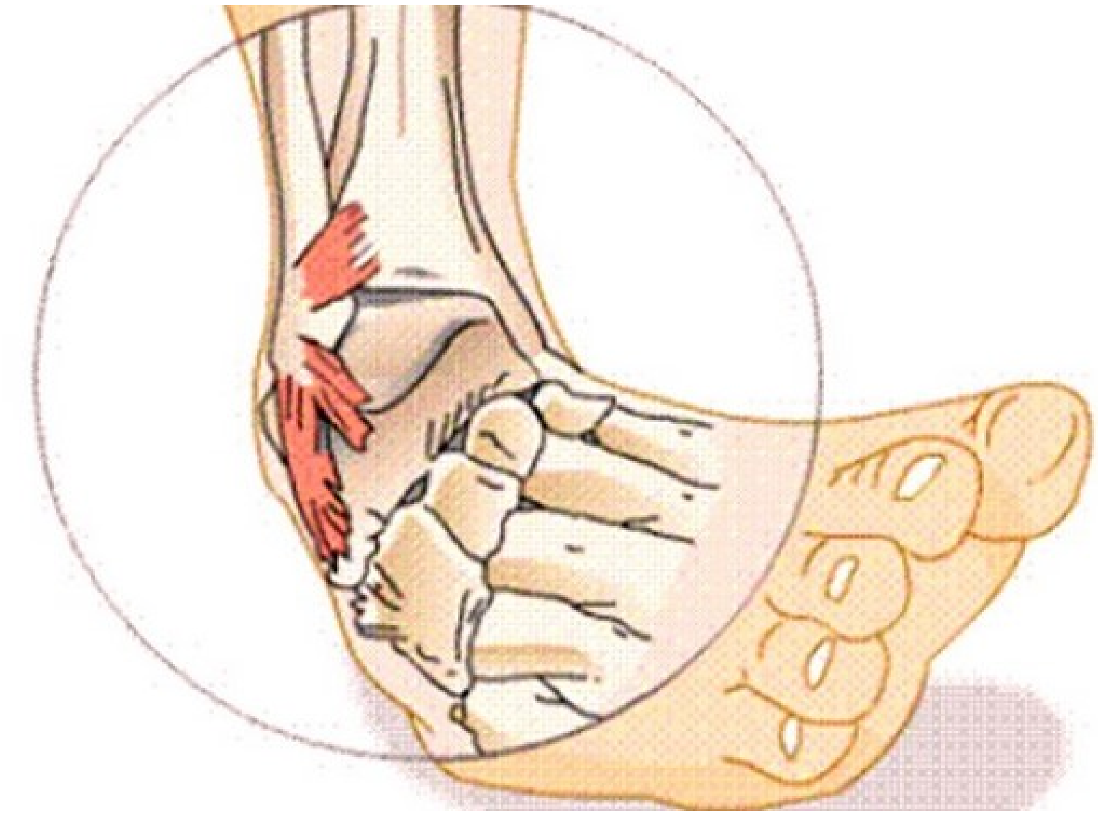
La torsione si manifesta - a livello di edificio - soprattutto nelle strutture **irregolari**

E' in particolare il caso degli edifici sottoposti a sisma, in cui il centro di massa e il centro di rigidezza di piano non sono coincidenti



TORSIONE



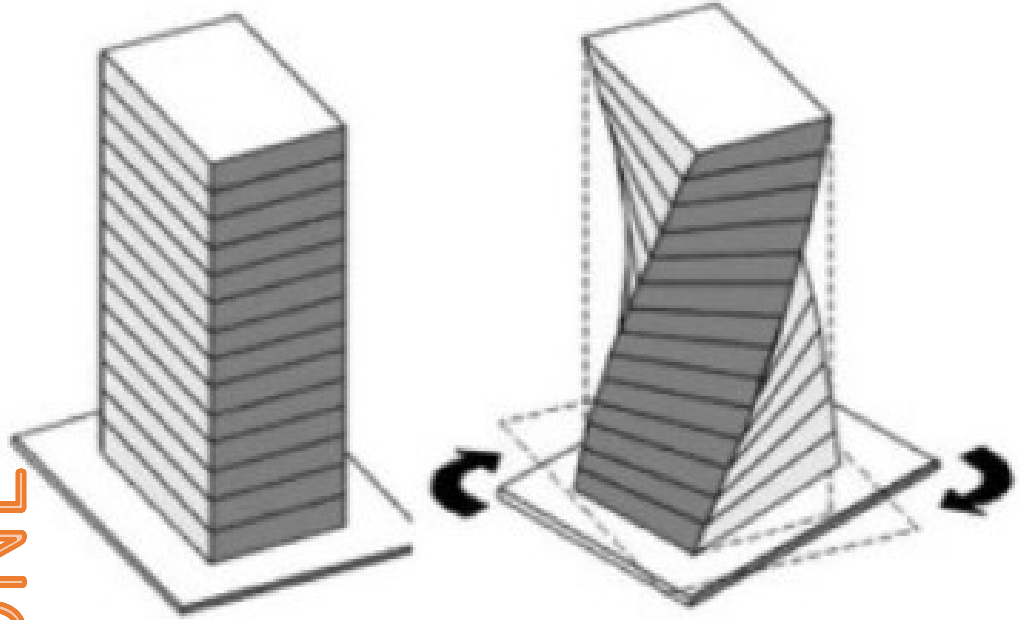


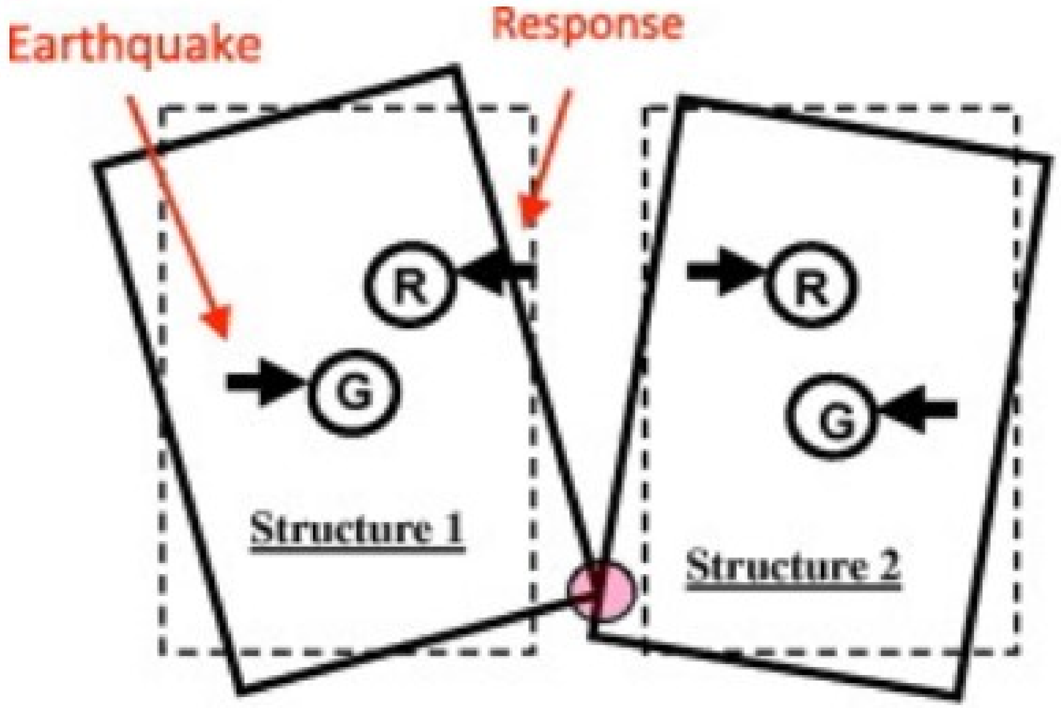
Maggiore è la forma irregolare dell'edificio

→ Maggiore è l'eccentricità tra centro di massa e centro di rigidezza

→ Maggiori saranno le sollecitazioni aggiuntive degli elementi resistenti verticali

TORSIONE



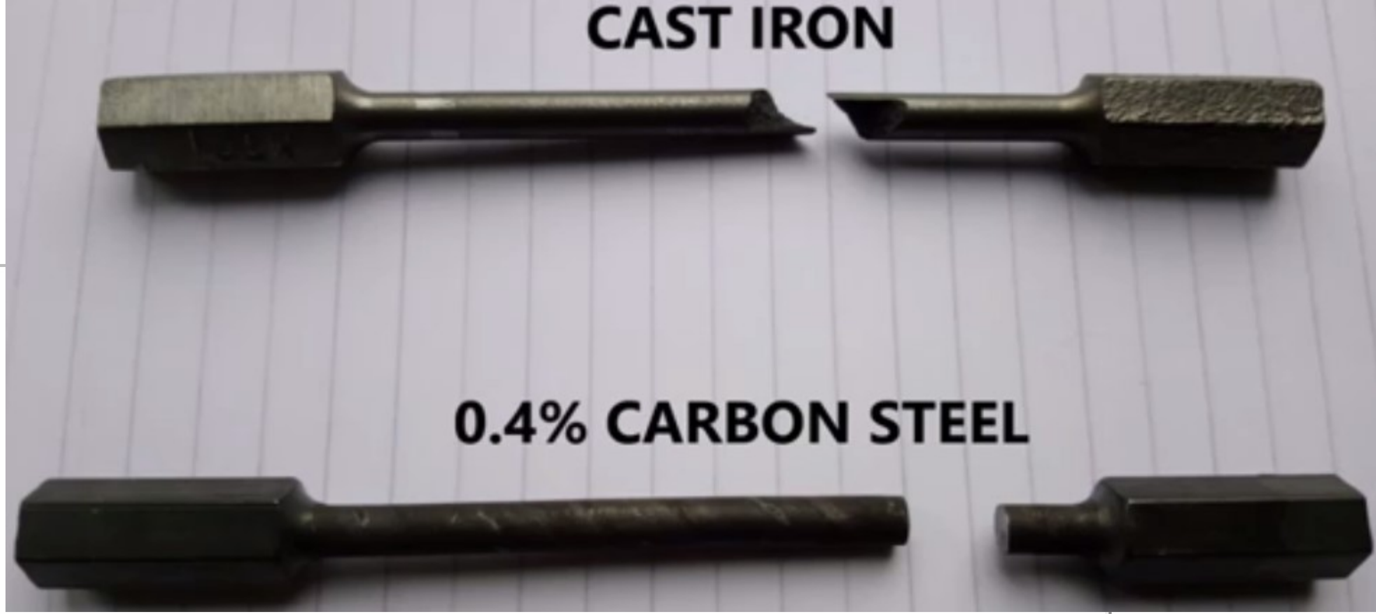


TORSIONE

TORSIONE

ESEMPIO

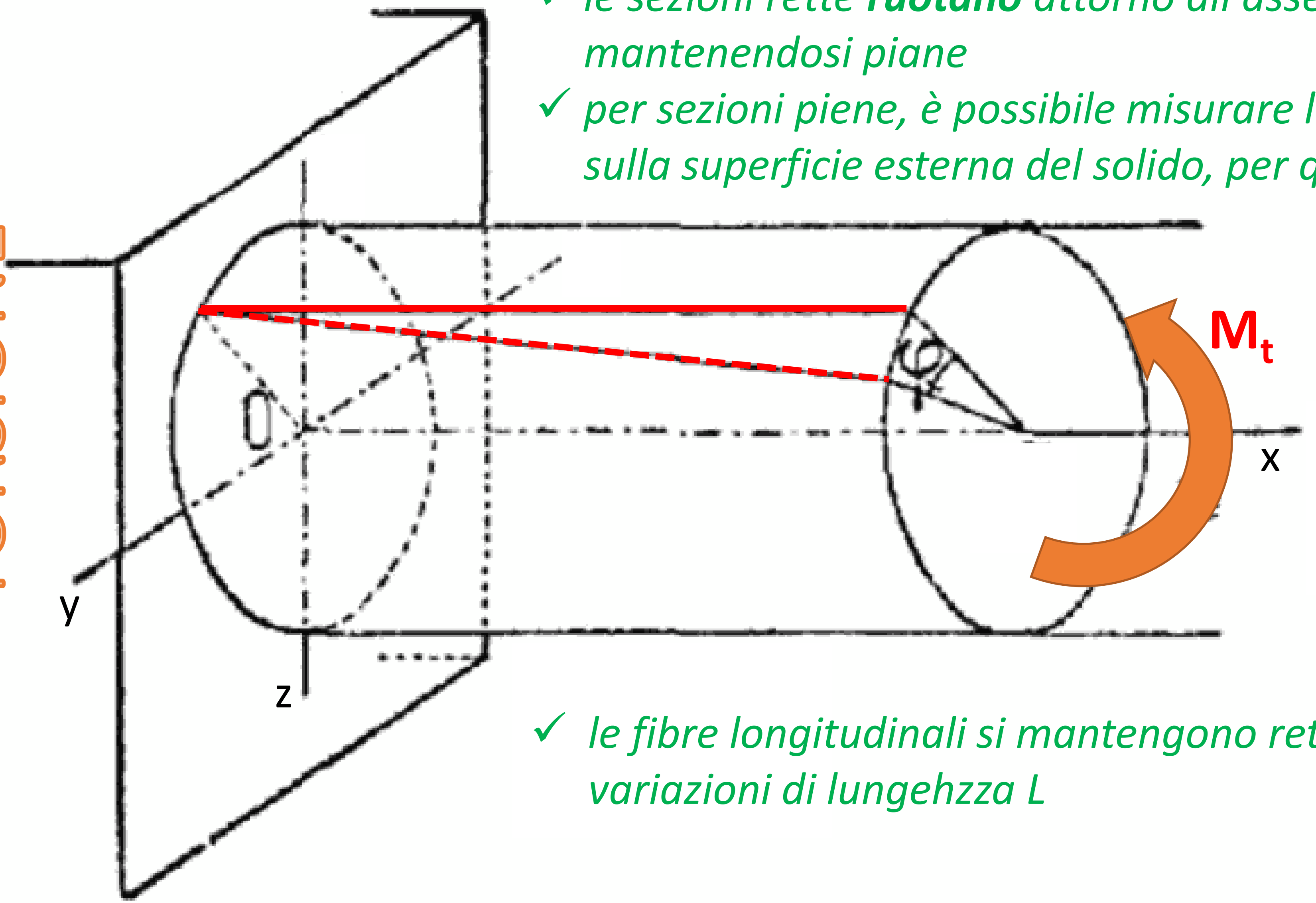
ESEMPIO

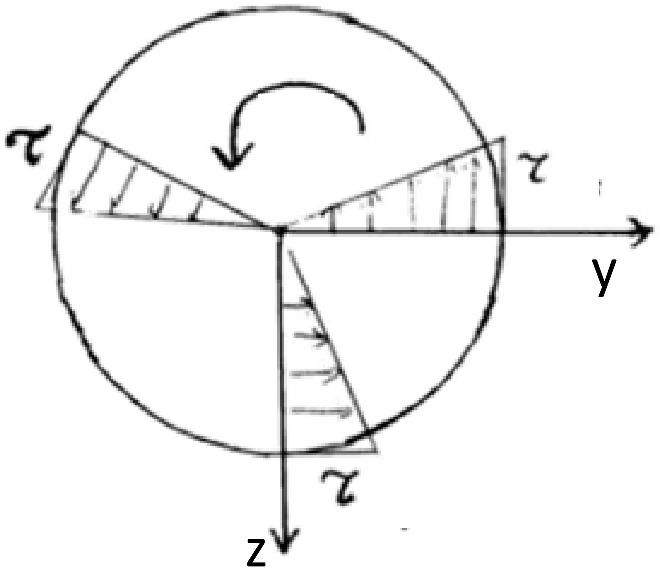


TORSIONE

Data una trave sottoposta a torsione (materiali isotropo):

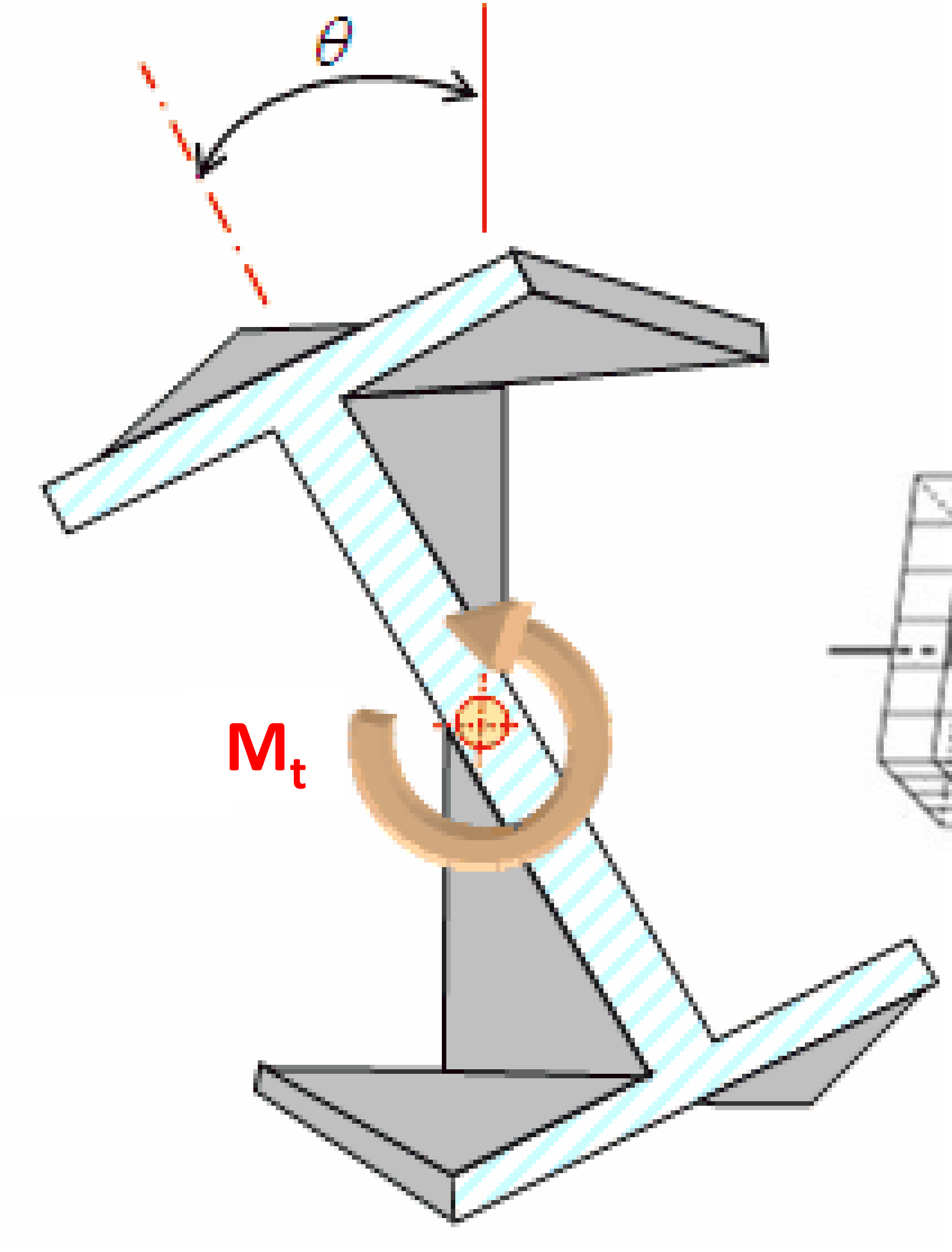
- ✓ *le sezioni rette **ruotano** attorno all'asse longitudinale, mantenendosi piane*
- ✓ *per sezioni piene, è possibile misurare lo spostamento dei punti sulla superficie esterna del solido, per qualsiasi valore di M_t*

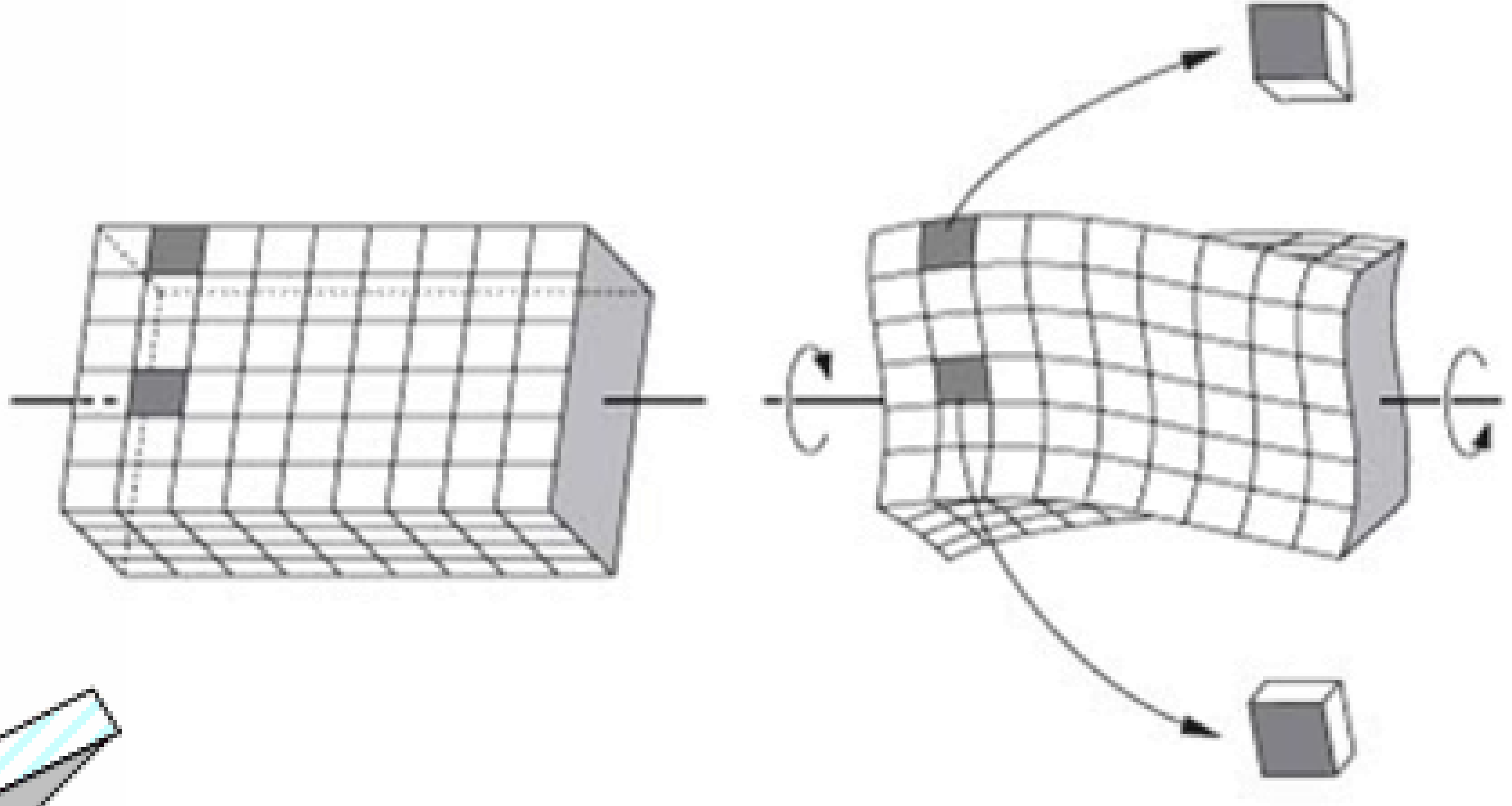




- ✓ *le fibre longitudinali si mantengono rettilinee e non subiscono variazioni di lungehzza L*

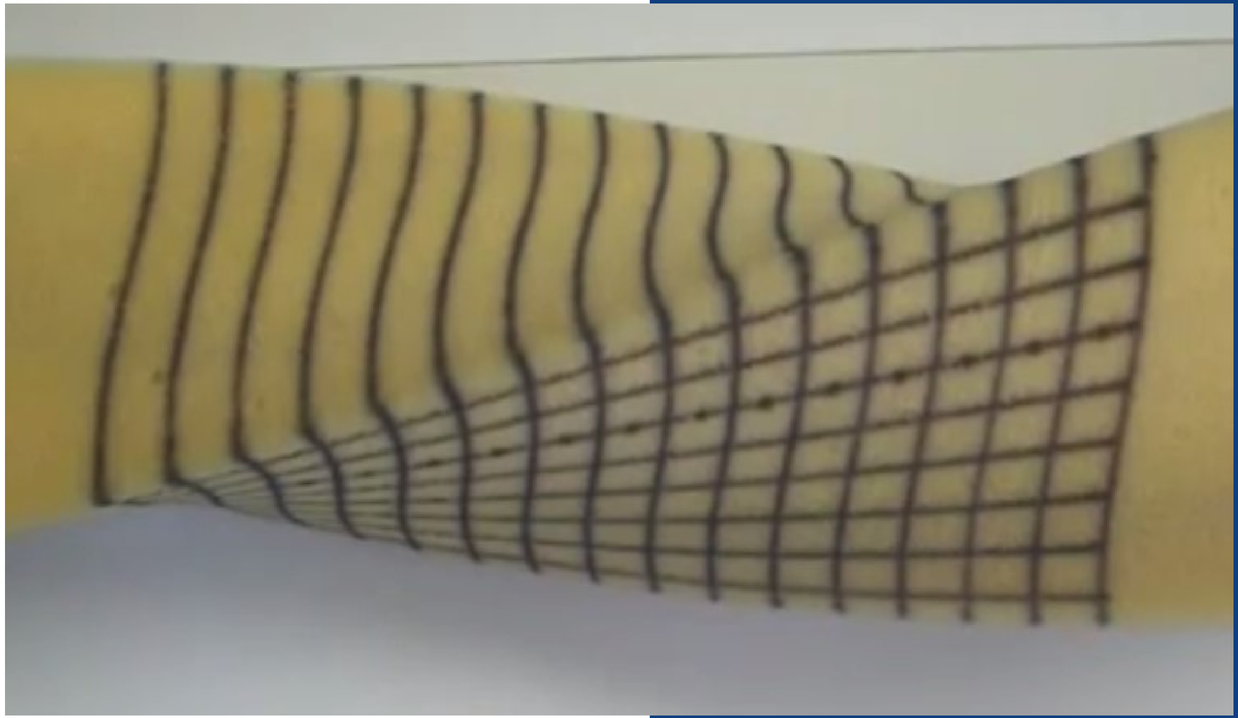
TORSIONE



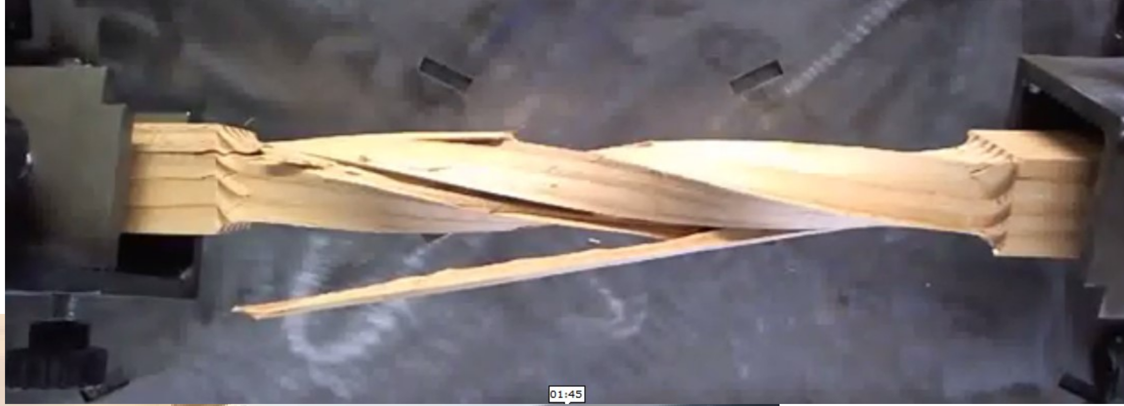


Per effetto degli scorrimenti angolari dovuti alla torsione, le sezioni si ingobbano

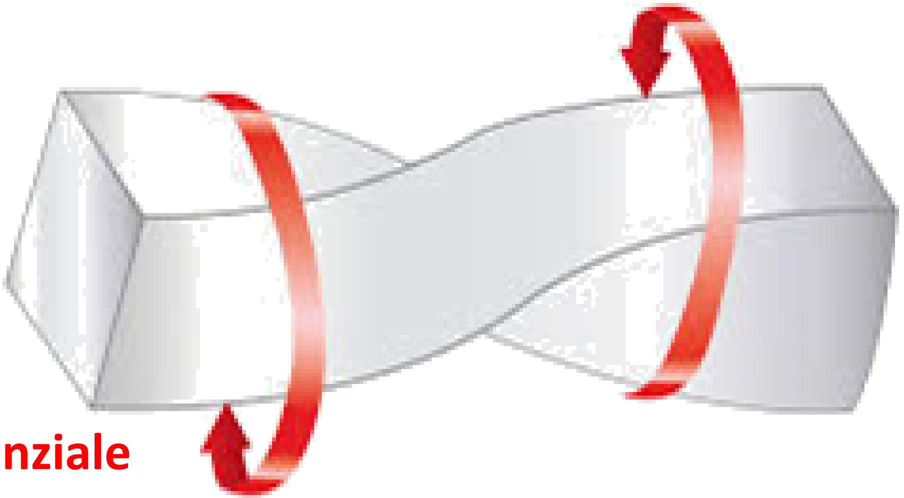
ESEMPIO



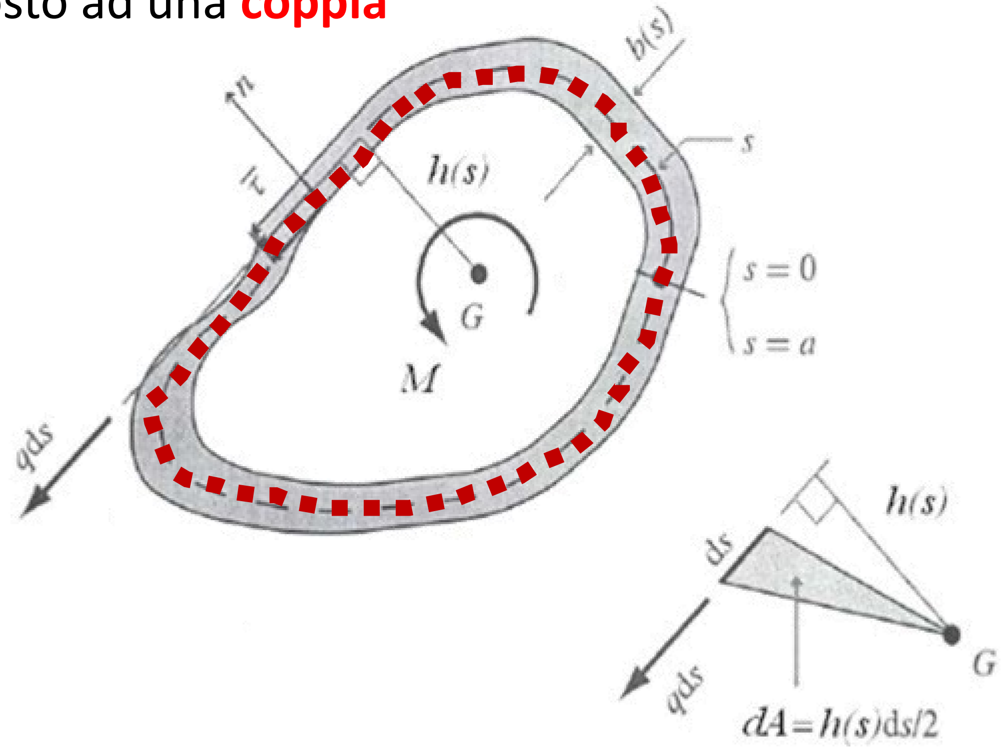
ESEMPIO



TORSIONE

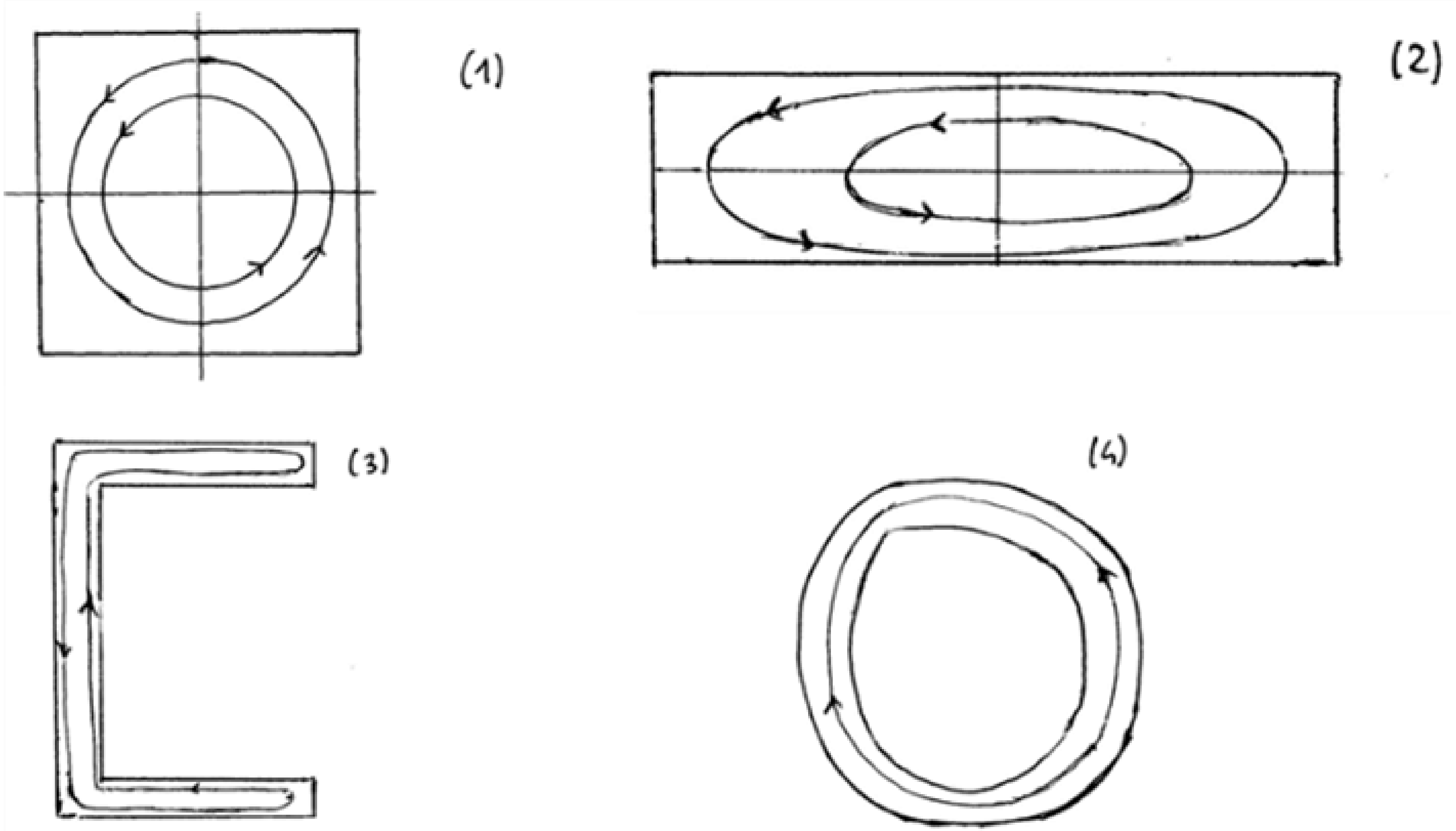


- ✓ Nell'ambito della teoria di Saint Venant, il caso della **torsione** si associa ad effetti di pura **tensione tangenziale**
- ✓ si fa riferimento, in particolare, ad un solido trave sottoposto ad una **coppia torcente M_t alle estremità**
- ✓ In analogia a quanto visto per il caso del taglio, esistono **formule approssimate (valore medio di tensione tangenziale)** per il problema della torsione, come proposto da **Bredt**
- ✓ data una sezione come in figura, si assume che le tensioni tangenziali siano dirette in ogni punto secondo l'asse medio
- ✓ queste tensioni sono in **equilibrio** con M_t



ANALOGIA IDRODINAMICA

TORSIONE

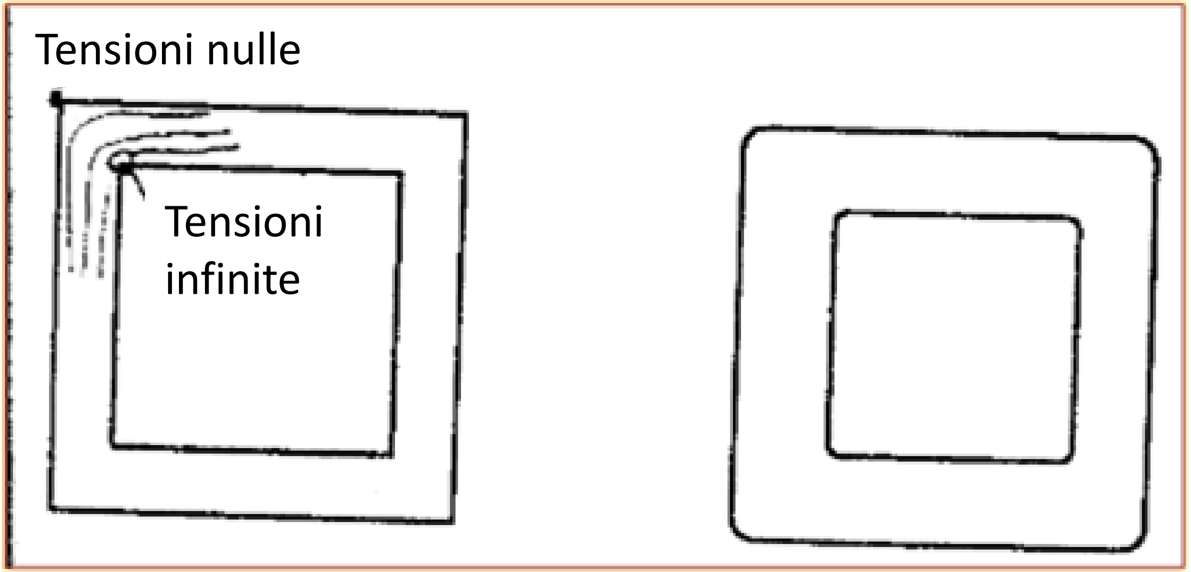


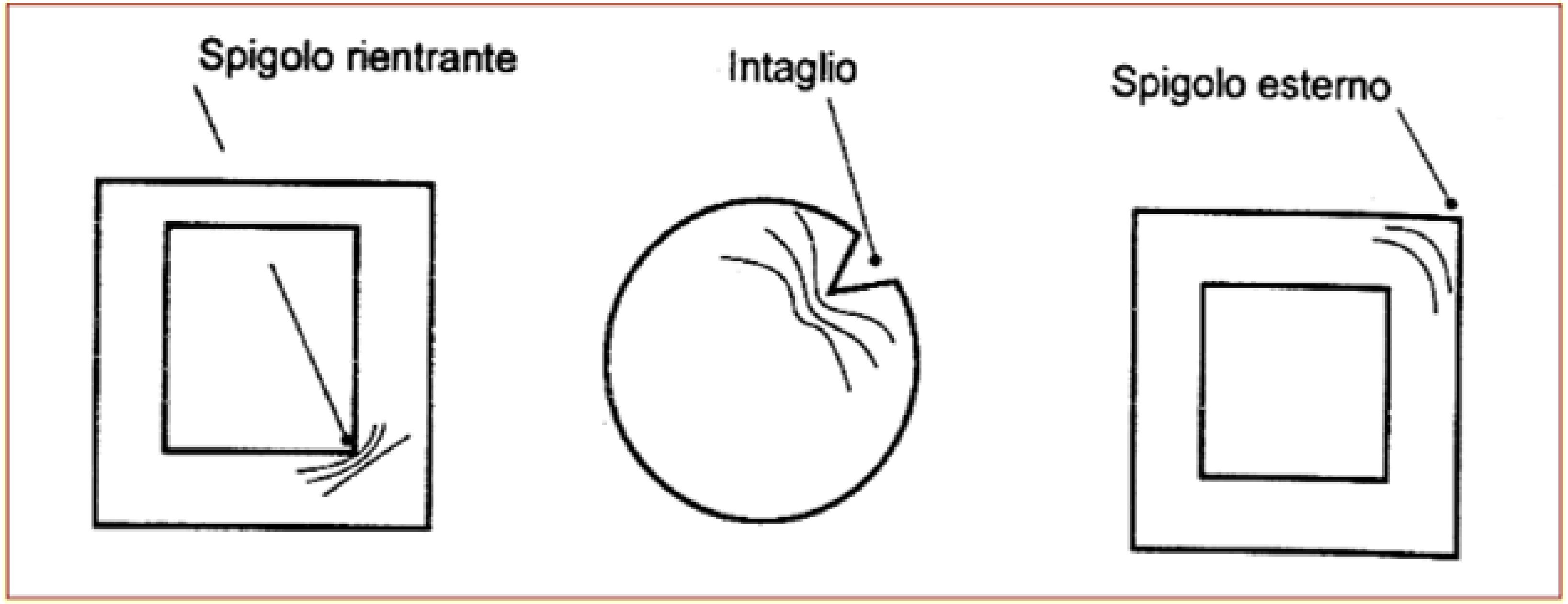
ANALOGIA IDRODINAMICA

TORSIONE

Tensioni tangenziali quasi nulle in vicinanza di spigoli esterni (sporgenti).

Viceversa tensioni elevate in corrispondenza di spigoli interni (rientranti).

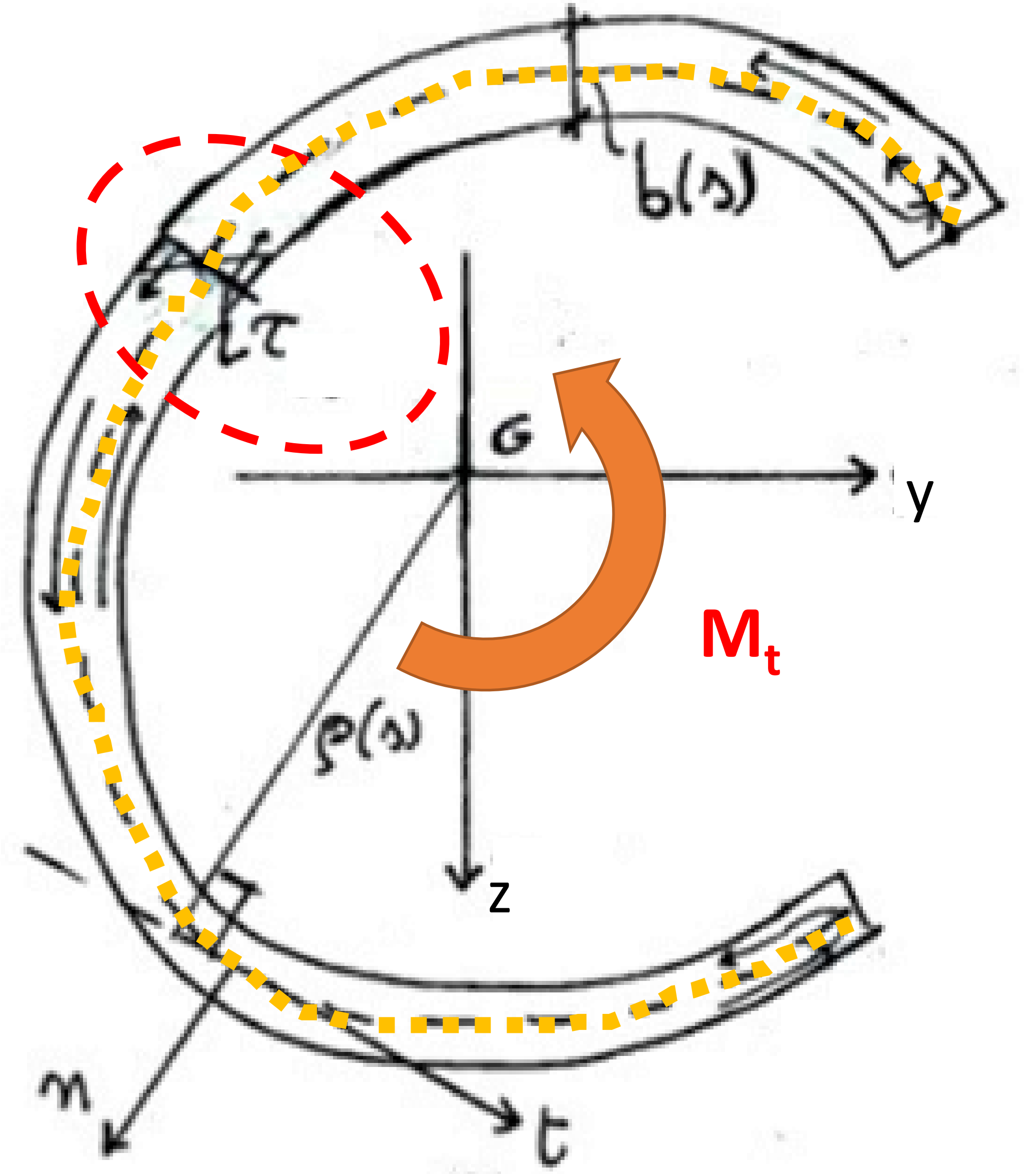




Per evitare concentrazioni di tensioni elevate o spreco del materiali gli spigoli vengono arrotondati.

SEZIONE APERTA IN PARETE SOTTILE

TORSIONE



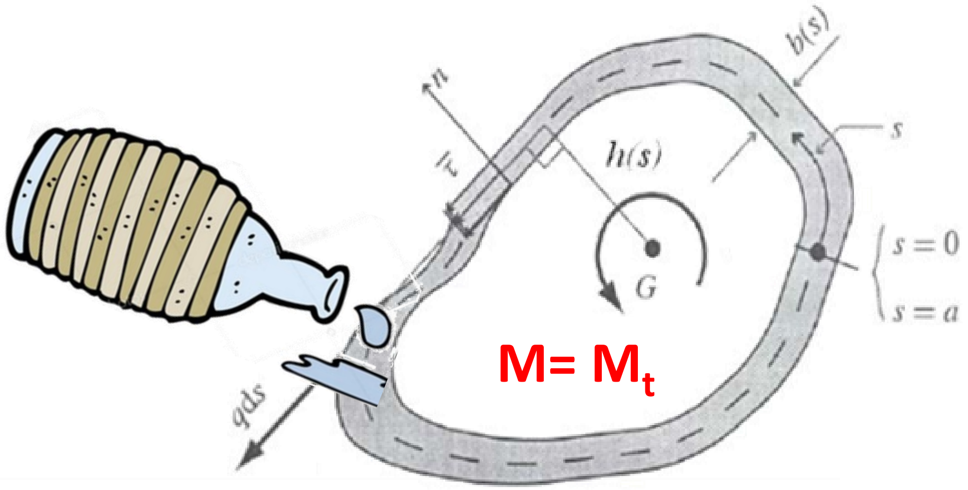
Sezione in parete sottile a profilo aperto soggetta a torsione

ANALOGIA IDRODINAMICA

TORSIONE

Introduciamo il concetto di *flusso* q, quantità indipendente dallo spessore b(s)

(ipotesi di fluido incomprimibile, con flusso costante, continuo, indipendente dallo spessore)



$$q = \int_{-b/2}^{b/2} \tau_{sz} dn \qquad q = \overline{\tau}(s) b(s)$$

Su ogni tratto *ds* della linea media si ha una forza risultante qds diretta lungo la tangente alla linea media stessa γ di lunghezza l_γ. Imponiamo l'equilibrio alla rotazione intorno all'asse z:

$$M = \int_0^a h(s) q ds = q \int_0^a h(s) ds = 2Aq$$

(M= M_t)

A= area racchiusa dalla linea media

ANALOGIA IDRODINAMICA

TORSIONE

Poiché il flusso è costante possiamo tirarlo fuori dall'integrale mentre la restante quantità sotto integrale rappresenta il doppio dell'area racchiusa dalla linea media γ (2A). Risolvendo rispetto al flusso otteniamo:

$q = \dfrac{M}{2A}$ ed il *valore medio delle tensioni* risulta: $\boxed{\bar{\tau} = \dfrac{q}{b(s)} = \dfrac{M}{2Ab(s)}}$

Se lo spessore è ridotto si può supporre: $\tau \simeq \bar{\tau}$ ed ottenere il valore locale delle tensioni tangenziali.

$$\tau_{zs}(s) \simeq \bar{\tau} = \frac{M}{2Ab(s)}$$ Formula di Bredt

$$\bar{\tau}_{\max} = \frac{M}{2Ab_{\min}}$$

La tensione tangenziale **massima** si trova dove lo spessore è minimo e si addensano le linee di corrente

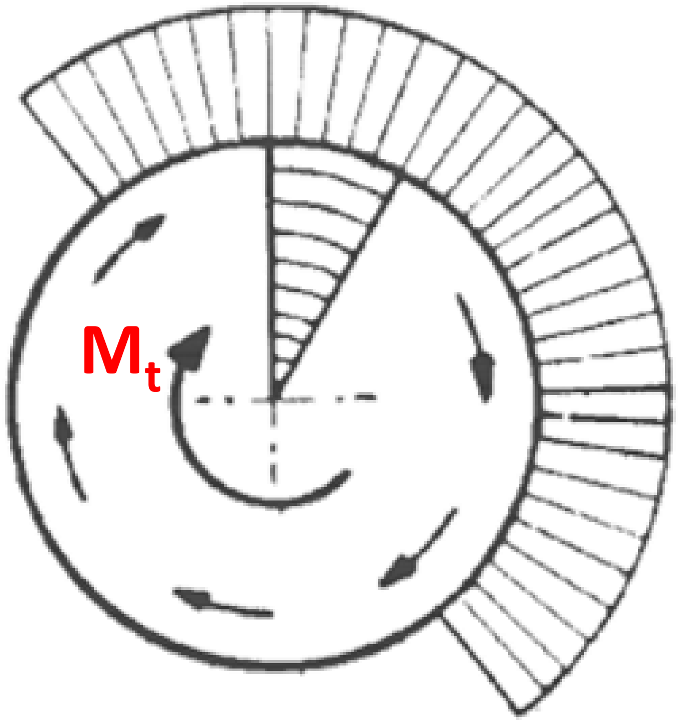
Ma:

La soluzione è ottenuta con sole considerazioni di equilibrio e non sarà in generale congruente.

Per sezione circolare cava si può dimostrare che per rapporti R/b=10 l'errore che si compie calcolando la tensione tangenziale media con la formula di Bredt rispetto alla soluzione esatta di De Saint Venant è circa del 5% in difetto.

SEZIONI COMPATTE

TORSIONE



$$\boxed{\tau_{\max} = \frac{M_t}{W_t}} \qquad \frac{d\varphi}{dz} = \frac{M_t}{K_t}$$

dove

W_t modulo resistente torsionale

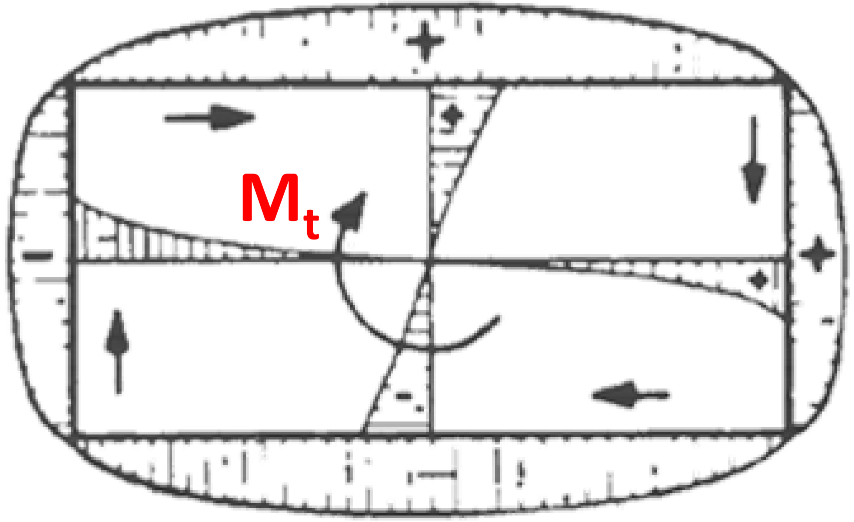
$K_t = G_c J_t$ rigidezza torsionale

Sezione circolare:

$$W_t = \frac{\pi r^3}{2} \qquad J_t = \frac{\pi r^4}{2}$$

SEZIONI COMPATTE

TORSIONE



$$\boxed{\tau_{max} = \frac{M_t}{W_t}} \qquad \frac{d\varphi}{dz} = \frac{M_t}{K_t}$$

dove

W_t modulo resistente torsionale

$K_t = G_c J_t$ rigidezza torsionale

Sezione rettangolare sottile: ($h/b = 0$)

$$W_t = \frac{bh^2}{3} \qquad J_t = \frac{bh^3}{3}$$