

## Esercizi in preparazione al primo compito

### 1. Esercizio 1

Si consideri il seguente algoritmo ricorsivo:

---

**Algorithm 1** FUN( $n$ )

---

```
1: if  $n \leq 1$  then  
2:   return  $n$ ;  
3: else  
4:    $a = 1$   
5:   for  $k = 1 \dots n$  do  
6:      $a = 2 \cdot a$   
7:   end for  
8:   return  $a + 2 \text{ FUN}(\frac{n}{2})$   
9: end if
```

---

- Scrivere la relazione di ricorrenza  $T(n)$  che descrive il costo computazionale di FUN in funzione di  $n$ .
- Risolvere la ricorrenza del punto (a) con il Master Theorem (se possibile).
- Risolvere la ricorrenza del punto (a) con una tecnica a scelta dello studente, escluso il Master Theorem.

### 2. Esercizio 2

Si consideri la seguente ricorrenza:

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + T\left(\frac{n}{4}\right) + T\left(\frac{n}{8}\right) + n$$

- Può essere applicato il Teorema dell'Esperto a questa equazione di ricorrenza? Giustificare adeguatamente la risposta.
- Risolvere la ricorrenza (è sufficiente fare la dimostrazione per *O-grande*) con un il metodo di sostituzione.
- (**Facoltativo**) Risolvere la ricorrenza con il metodo dell'albero.

### 3. Esercizio 3

Supponiamo che lo split a ogni livello di QuickSort sia nella proporzione  $i - \alpha$  e  $\alpha$ , dove  $0 \leq \alpha \leq \frac{1}{2}$  è costante. Ipotizzare e dimostrare quale siano la minima e la massima profondità di una foglia nell'albero di ricorsione.