



Capitolo 17

Trasmissione del calore per convezione

Obiettivi del capitolo

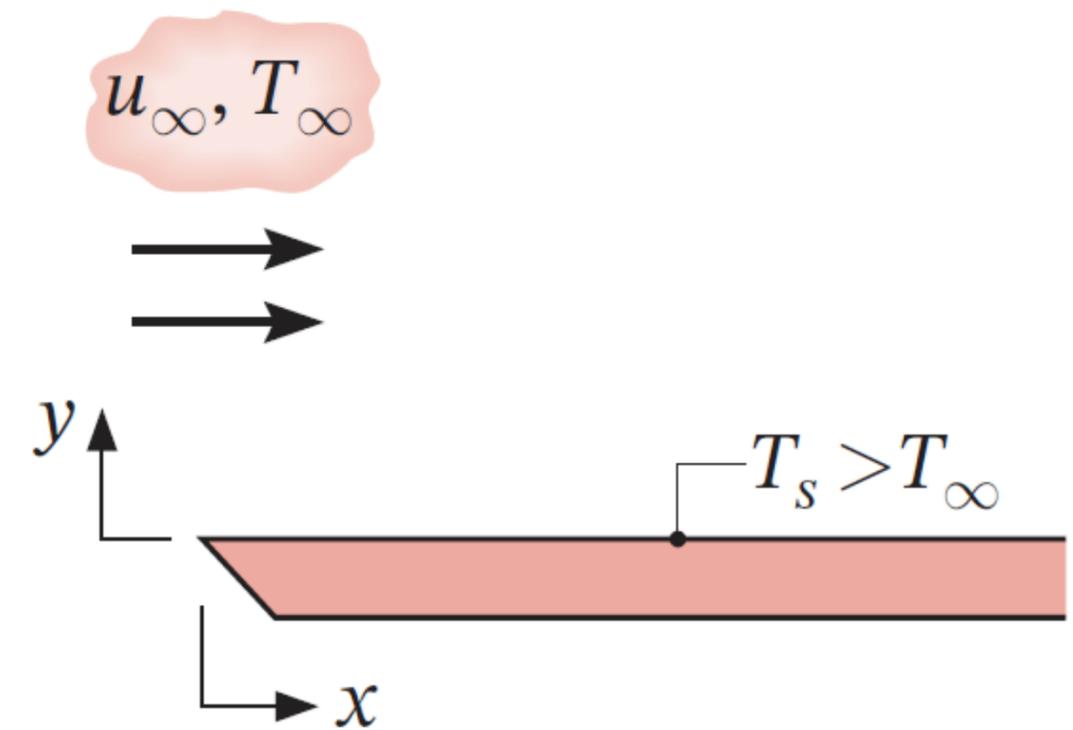
- comprendere i fenomeni connessi allo strato limite e le caratteristiche che influenzano il coefficiente convettivo;
- apprendere una metodologia operativa per la determinazione del coefficiente convettivo;
- condurre analisi su sistemi termici in presenza di differenti regimi di moto e in compresenza di diverse modalità di trasmissione del calore.

Sommario

- Problema della convezione
- Convezione forzata – Flusso esterno
- Convezione naturale

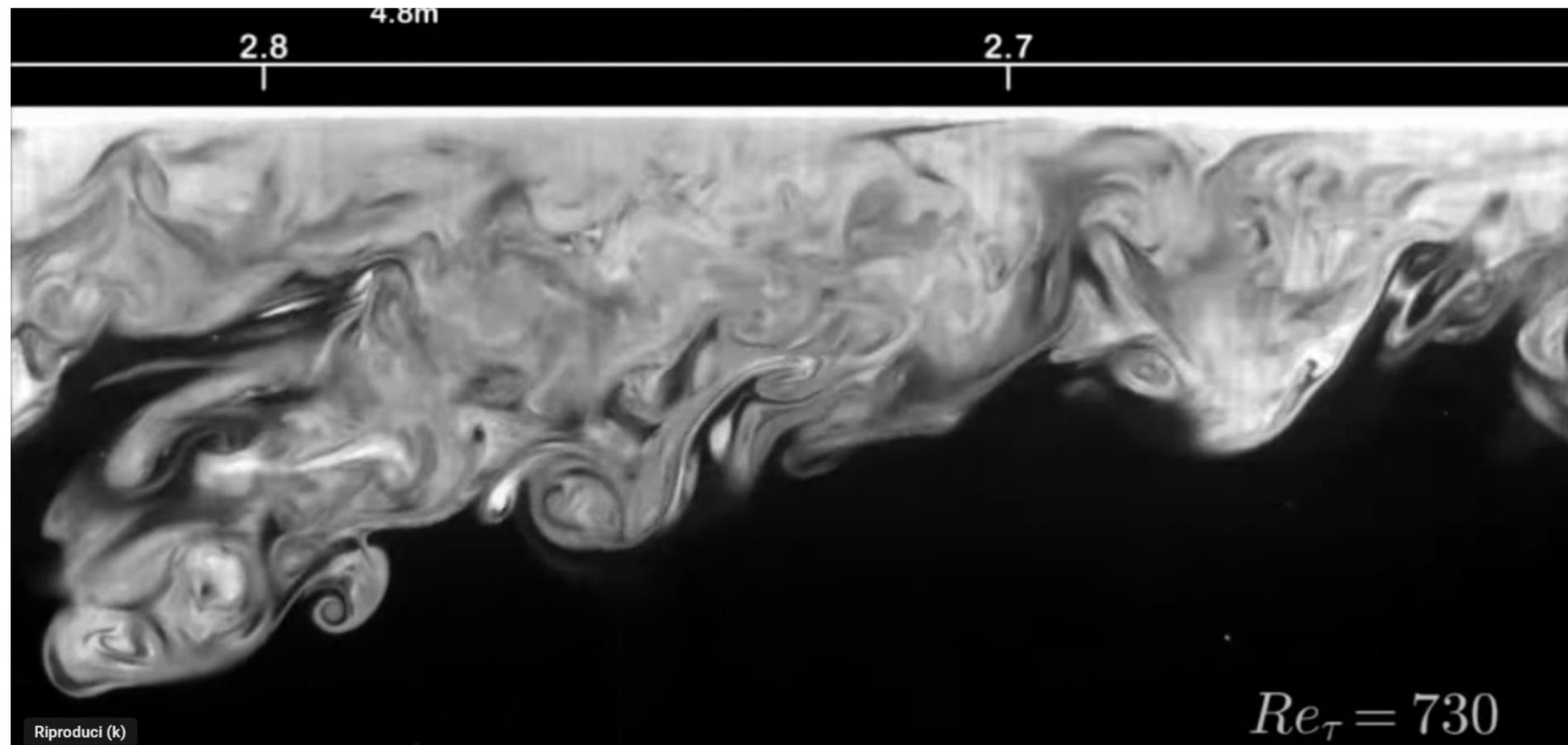
Aspetti fisici dello scambio termico per convezione

- Il problema della convezione consiste nel determinare gli effetti della geometria della superficie e delle condizioni del moto sul **coefficiente convettivo**, che dipende dagli strati limite che si sviluppano sulla superficie.
- Per introdurre questi effetti, si considera il regime di convezione forzata di un fluido incomprimibile, stazionario con velocità del flusso indisturbato u_∞ e temperatura T_∞ , che fluisce parallelamente a una piastra piana con una temperatura uniforme $T_s > T_\infty$.



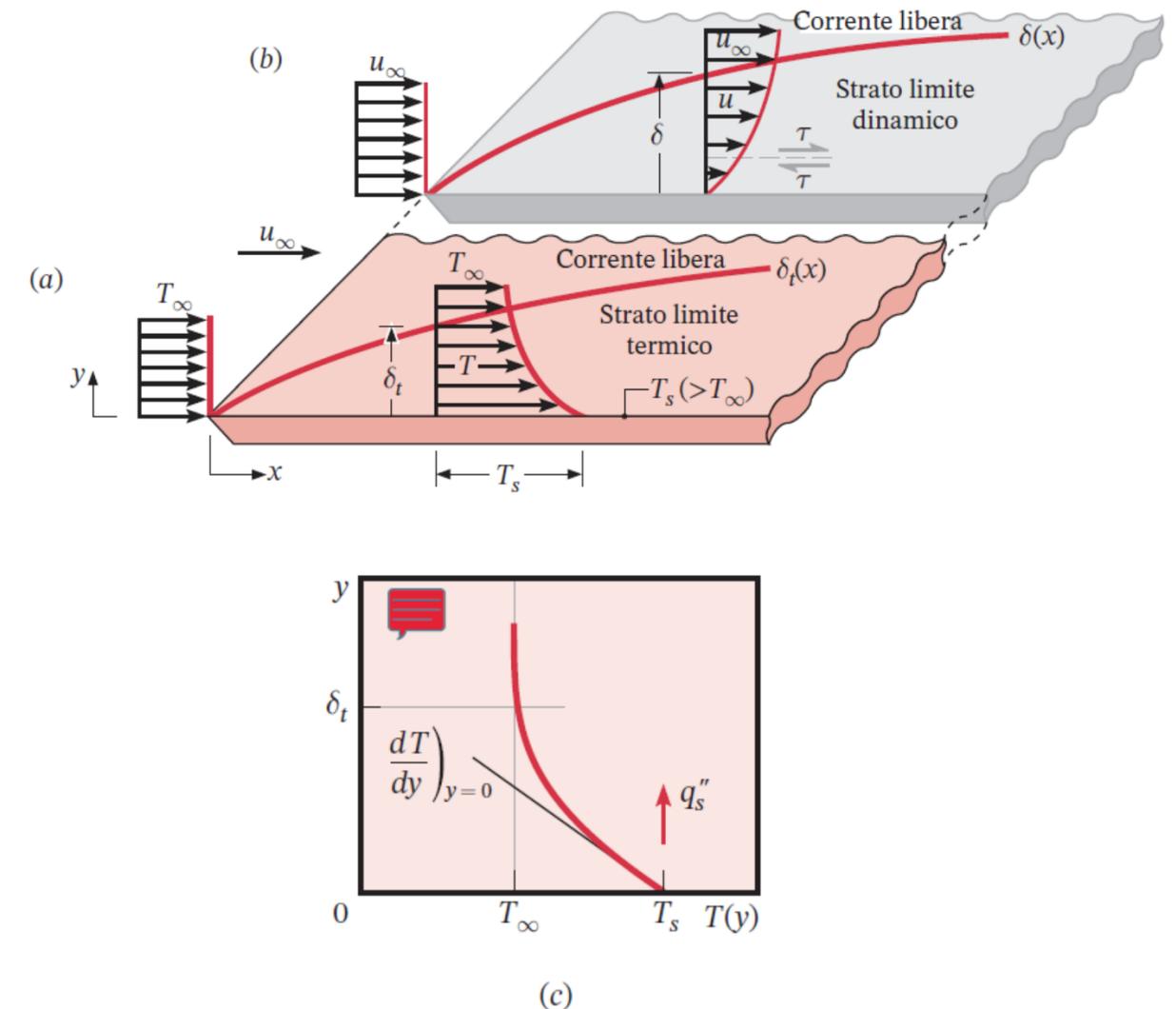
Strato limite dinamico (di velocità)

- Visualizzazione sperimentale dello strato limite su una lastra piana.



Strato limite termico - 1

- Proprio come per lo strato limite fluidodinamico, si forma uno strato limite termico se le temperature della corrente libera e della superficie sono diverse.
- Si consideri un moto in regime laminare sulla piastra piana. In corrispondenza del bordo d'attacco, il profilo di temperatura è uniforme con $T(0, y) = T_\infty$
- Le particelle di fluido che vengono in contatto con la superficie raggiungono la temperatura T_s della lastra piana. Si sviluppa un gradiente di temperatura all'interno del fluido.

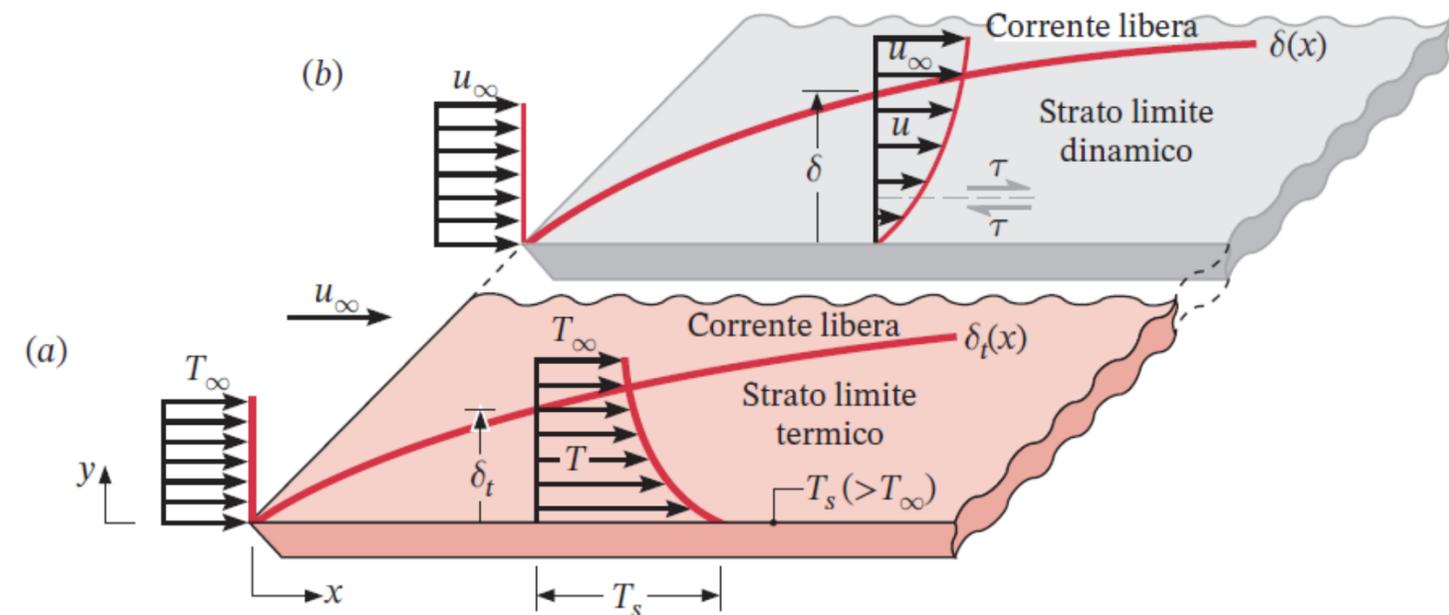


Strato limite termico - 2

- La regione di fluido in cui si ha il gradiente di temperatura è lo strato limite termico e il suo spessore δ_t è definito come il valore di y per cui:

$$\frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} = 0.99$$

- Al crescere della distanza del bordo di attacco, gli effetti dello scambio termico penetrano progressivamente nella corrente libera e lo strato limite cresce come lo strato limite fluidodinamico.

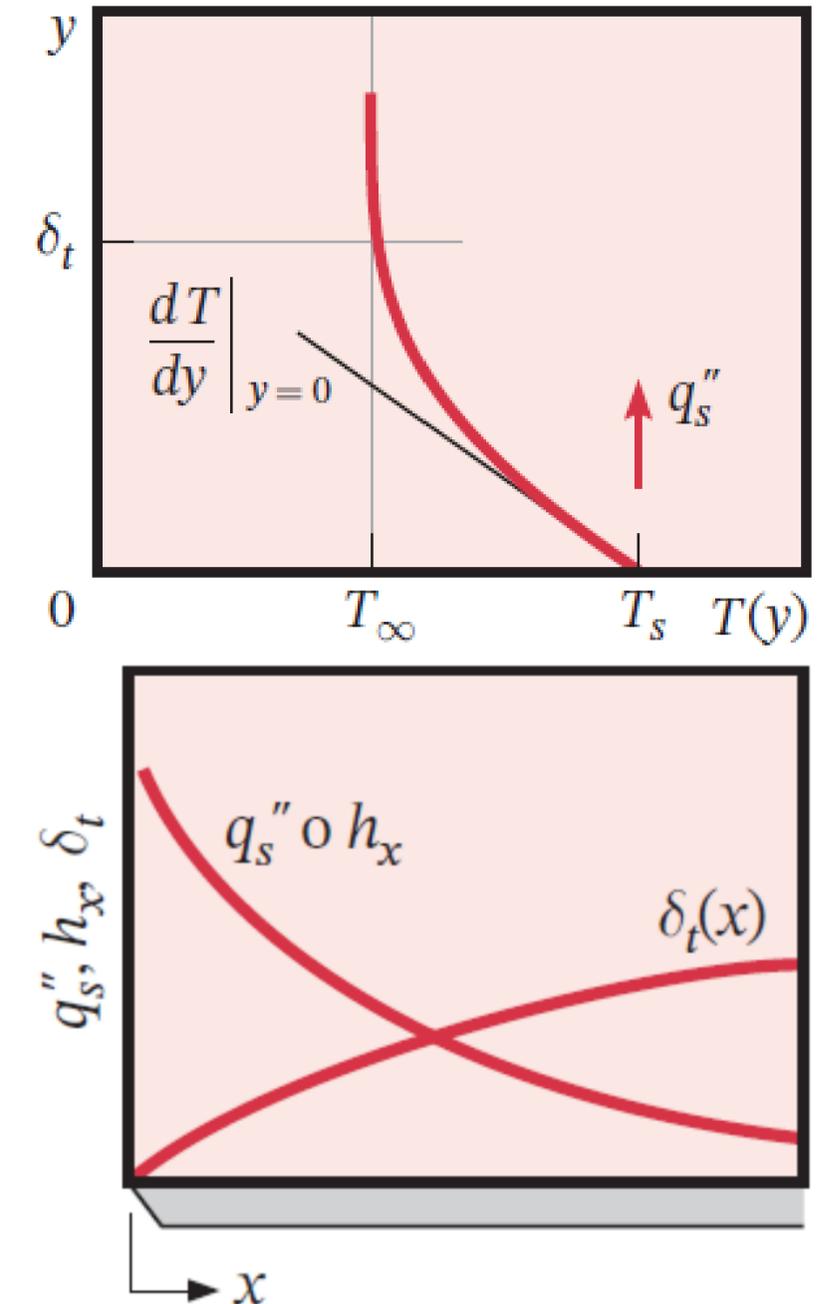


Strato limite termico - 3

- Per ogni valore di x dal bordo, il flusso termico specifico si ricava applicando il postulato di Fourier al fluido ad $y = 0$:

$$q_s'' = -\lambda \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}$$

- Mentre δ_t aumenta con x , il gradiente di temperatura decresce con x .
- Di conseguenza $\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}$ diminuisce con x e quindi q_s'' e h_x decrescono con x .



Strato limite termico - 3

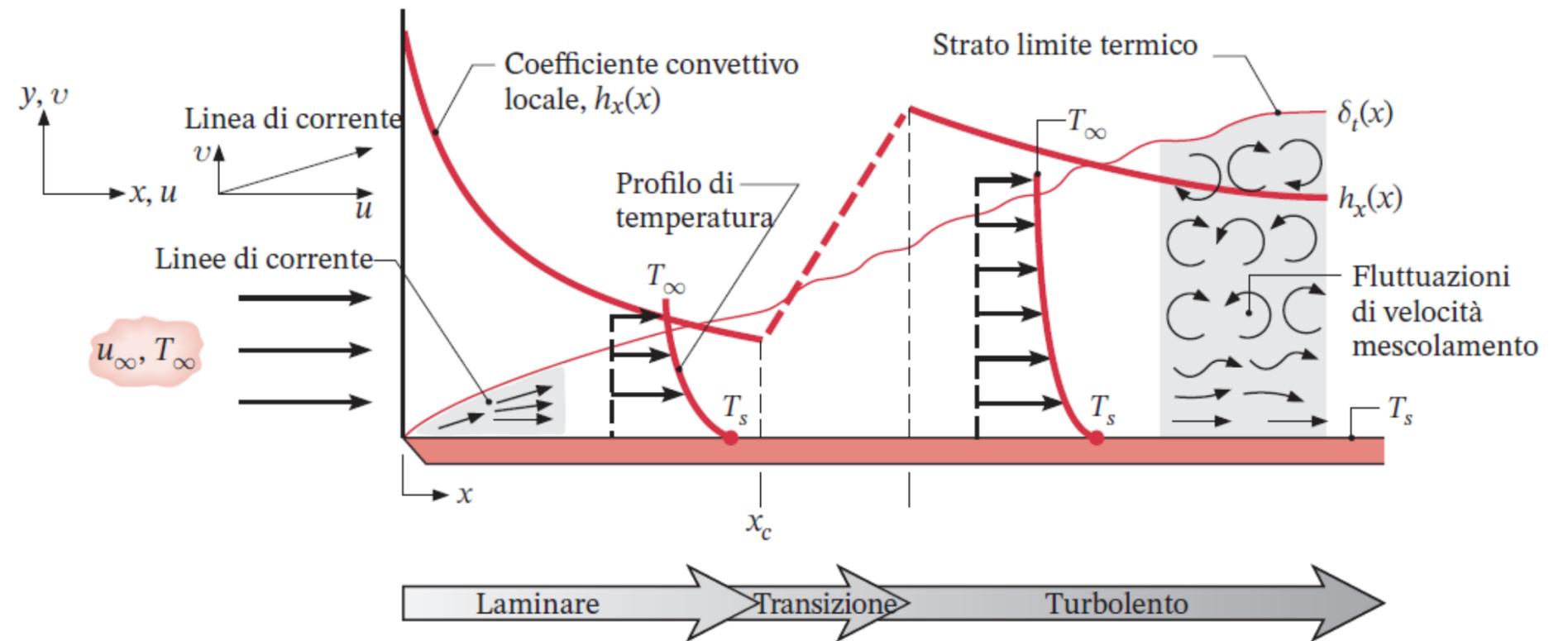
- Il flusso termico superficiale è uguale al flusso termico convettivo per cui si ottiene:
- Combinando le equazioni precedenti, si ottiene un'espressione del coefficiente convettivo locale:

$$q_s'' = q_{conv}'' = h_x \cdot (T_s - T_\infty)$$

$$h_x = \frac{-\lambda \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \right)}{T_s - T_\infty}$$

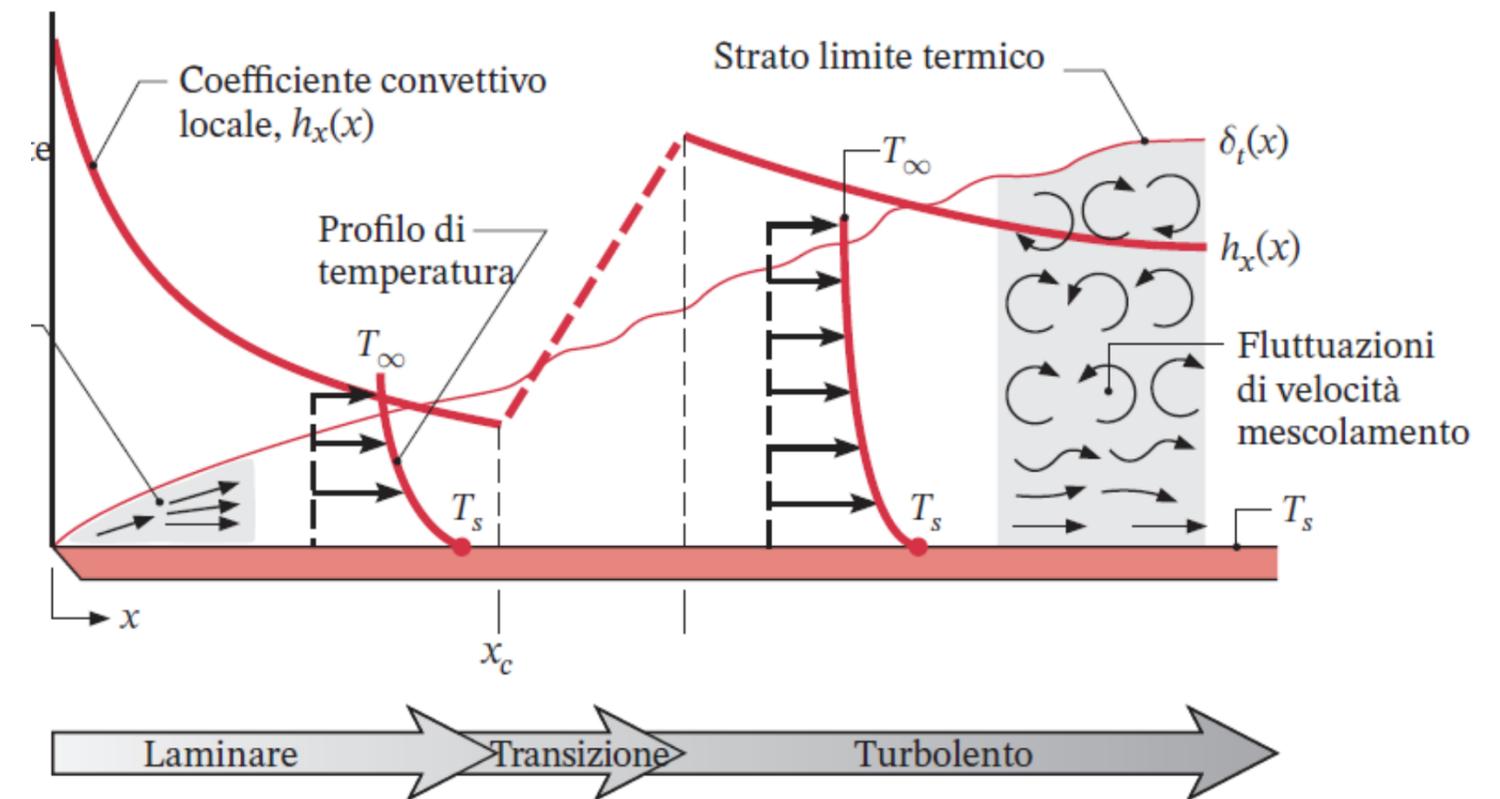
Strato limite termico - 4

- Lo strato limite termico presenta caratteristiche del flusso e profili di temperatura che dipendono dal comportamento dello strato limite fluidodinamico.
- Nella regione laminare, il moto del fluido è ordinato e caratterizzato dalle componenti di velocità nelle direzioni x e y . Il profilo di temperatura risultante cambia in modo graduale nello spessore dello strato limite.



Strato limite termico - 5

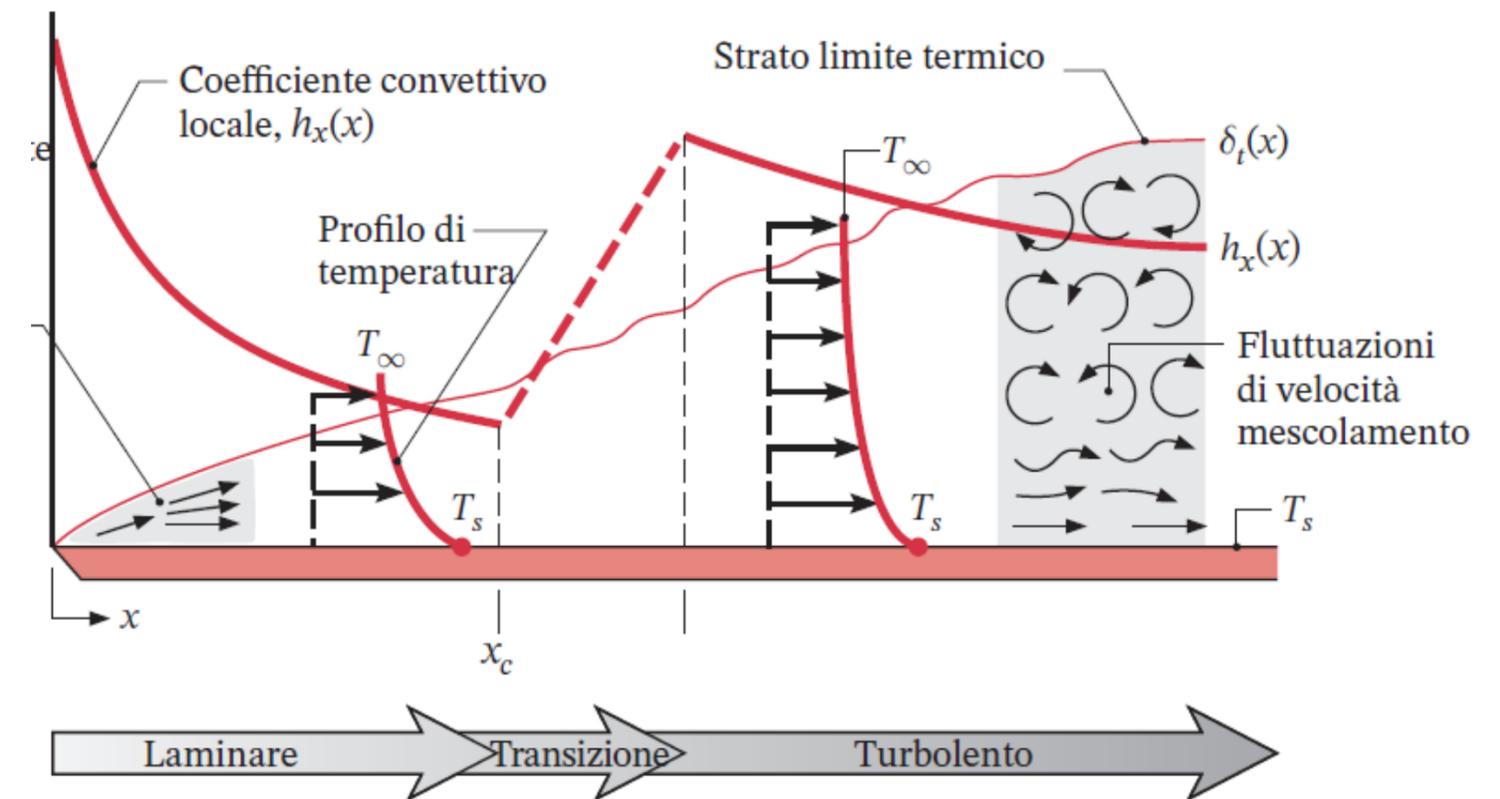
- A una certa distanza dal bordo di attacco lo strato limite diviene turbolento.
- Il moto del fluido nella regione turbolenta è fortemente irregolare e caratterizzato da oscillazioni di velocità, che aumentano lo scambio di energia; gli strati limite diventano più spessi a causa della miscelazione del fluido risultante dalle fluttuazioni, tuttavia i gradienti di temperatura sulla superficie solida risultano più intensi rispetto al caso laminare.



Strato limite termico - 6

- Nell'analisi del comportamento dello strato limite per la lastra piana, si considera che la transizione avvenga alla posizione x_c .
- Il numero di Reynolds critico $Re_{x,c}$ è variabile fra 10^5 e $3 \cdot 10^6$ a seconda della scabrezza della superficie e del livello di turbolenza della corrente libera. Nei calcoli si assume un valore rappresentativo di:

$$Re_{x,c} = \frac{u_\infty \cdot x_c}{\nu} = 5 \times 10^5$$



Coefficiente convettivo locale medio - 1

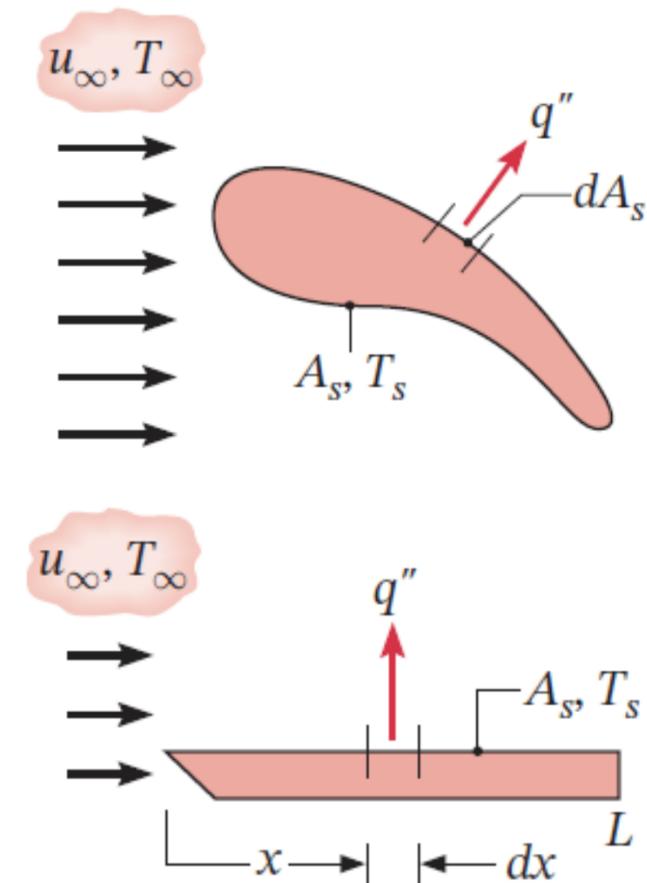
Si consideri una superficie di forma arbitraria ed area A_s con una temperatura superficiale uniforme T_s esposta al moto di un fluido con velocità di corrente libera u_∞ e temperatura $T_\infty < T_s$. Il flusso termico monodimensionale q'' e lo scambio termico totale sull'area A_s della superficie piana possono essere espressi come:

$$q'' = h_x \cdot (T_s - T_\infty) \quad \text{flusso termico specifico (locale)}$$

$$q = \bar{h} \cdot A_s \cdot (T_s - T_\infty) \quad \text{potenza termica (totale)}$$

$$\bar{h} = \left(\frac{1}{A_s} \right) \cdot \int_{A_s} h_x \cdot dA_s \quad \text{coeff. conv. medio su } A_s$$

$$\bar{h}_x = \frac{1}{x} \cdot \int_0^x h_x \cdot dx \quad \text{coeff. conv. medio da 0 a } x$$



Correlazioni: stima dei coefficienti convettivi - 1

- Il problema principale della convezione è la determinazione del coefficiente convettivo per le differenti condizioni di flusso, geometrie e fluidi.
- Come si può facilmente verificare, ci sono numerose variabili associate ad ogni condizioni di moto.
- È importante identificare delle funzioni universali tra gruppi adimensionali per ogni condizione di moto convettivo.

Correlazioni: stima dei coefficienti convettivi - 2

Numero di Nusselt

Numero di Nusselt Nu : rappresenta il gradiente di temperatura adimensionale sulla superficie e fornisce una misura del coefficiente convettivo, è definito come:

$$Nu_L = \frac{h \cdot L}{\lambda}$$

dove L è la lunghezza caratteristica della superficie analizzata.

Può essere interpretato come *rapporto fra flusso termico convettivo e flusso termico conduttivo* quando, per quest'ultimo, il fluido è in quiete.

Per la convezione forzata, i coefficienti convettivi locale e medio possono essere espressi da equazioni del tipo:

$$Nu_x = f(x^*, Re_x, Pr) \quad \overline{Nu_x} = f(Re_x, Pr) = \frac{\bar{h}_x \cdot x}{\lambda}$$

dove il pedice x è stato aggiunto per enfatizzare l'interesse per le condizioni in un particolare posizione x sulla superficie identificata dalla distanza adimensionale x^* .

Correlazioni: stima dei coefficienti convettivi - 3

Numero di Reynolds Re : è il rapporto tra le forze d'inerzia e le forze viscosi, viene utilizzato per caratterizzare lo strato limite:

$$Re_x = \frac{w \cdot x}{\nu} \quad \text{Numero di Reynolds locale}$$

$$Re_L = \frac{w \cdot L}{\nu} \quad \text{Numero di Reynolds (globale)}$$

dove w rappresenta la velocità del fluido, L è la lunghezza caratteristica della superficie e ν è la viscosità cinematica del fluido. x è la distanza (posizione) dal bordo d'ingresso o altro punto caratteristico.

Correlazioni: stima dei coefficienti convettivi - 4

Numero di Prandtl

Numero di Prandtl Pr : è una proprietà di trasporto del fluido e fornisce una misura dell'efficacia relativa del trasporto di massa dovuto alla quantità di moto rispetto al trasporto di energia negli strati limite dinamico e termico, rispettivamente:

$$Pr = \frac{c_p \cdot \mu}{\lambda} = \frac{\nu}{\alpha}$$

dove μ è la viscosità dinamica e α è la diffusività termica del fluido. Per un gas il numero di Prandtl è vicino all'unità (la diffusione della quantità di moto e dell'energia sono paragonabili) mentre per alcuni oli e liquidi $Pr \gg 1$ (prevale la diffusione della quantità di moto).

Correlazioni: stima dei coefficienti convettivi - 5

Numero di Prandtl

$$\text{Pr} = \frac{c_p \cdot \mu}{\lambda} = \frac{\nu}{\alpha}$$

Il valore di Pr influenza fortemente lo sviluppo dello strato limite dinamico e termico. Per lo strato laminare è stato dimostrato che

$$\frac{\delta}{\delta_t} = \text{Pr}^n$$

dove n è una costante positiva (generalmente $n = 1/3$). Per un gas $\delta \approx \delta_t$ mentre per un olio $\delta \gg \delta_t$.

Tuttavia per i fluidi nella regione turbolenta ci si aspetta $\delta \approx \delta_t$

Correlazioni: stima dei coefficienti convettivi - 7

Correlazioni empiriche

Le funzioni per il calcolo del numero di Nu sono generalmente determinate empiricamente da misure sperimentali o simulazioni di alta fedeltà ed opportunamente validate. Tali funzioni sono definite **correlazioni empiriche** e sono sempre accompagnate da specifiche riguardanti la geometria della superficie e le condizioni di flusso.

La correlazione più generale per la convezione forzata esterna su una piastra piana e su altre geometrie immerse ha la forma:

$$\overline{Nu}_x = C \cdot Re_x^m \cdot Pr^n$$

dove C , m ed n sono indipendenti dal fluido ma dipendenti dalla superficie e dalle condizioni del moto (laminare o turbolento).

Correlazioni: stima dei coefficienti convettivi - 8

Convezione naturale

- Nella convezione naturale, la formazione dello strato limite è indotta dalle forze di galleggiamento derivanti dalla differenza di temperatura T_s della superficie e della temperatura T_∞ del fluido adiacente.
- **Numero di Grashof Gr** : è il rapporto tra le forze di galleggiamento e quelle viscosive:

$$Gr_L = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_s - T_\infty) \cdot L^3}{\nu^2}$$

dove g è l'accelerazione di gravità e β è il coefficiente di dilatazione cubica.

- I coefficienti di locale e medio di convezione sono correlati, nel problema della convezione naturale, da equazioni del tipo:

$$Nu_x = f(x^*, Gr_x, Pr) \quad \overline{Nu_x} = f(Gr_x, Pr)$$

Correlazioni: stima dei coefficienti convettivi - 9

Numero di Rayleigh

Numero di Rayleigh Ra : è il prodotto dei numeri di Grashof e di Prandtl (Rayleigh ha la stessa interpretazione fisica di Grashof):

$$Ra_L = Gr_L \cdot Pr = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_s - T_\infty) \cdot L^3}{\nu \cdot \alpha}$$

I parametri chiave sono le differenze di temperatura ed il **coefficiente volumetrico di dilazione termica β** , che è una proprietà termodinamica legata alla variazione di densità con la temperatura:

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$$

Per un gas ideale (T è la temperatura assoluta): $\rho = \frac{p}{R \cdot T} \Rightarrow \beta = \frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{p}{R \cdot T^2} = \frac{1}{T}$

Per liquidi e gas non ideali, β si ricava da apposite tabelle.

Convezione forzata: flusso parallelo su lastra piana - 1

La selezione e l'applicazione delle correlazioni per la convezione per qualunque tipo di moto sono facilitate dalle seguenti semplici regole:

1. *Identificare la geometria della superficie.* Il problema si riferisce a superfici piane, cilindriche o di altra forma? Il flusso all'interno di una tubazione attraversa una sezione circolare o non circolare? Individuare L , w e $(T_s - T_\infty)$.
2. *Specificare la temperatura di riferimento opportuna e valutare le proprietà del fluido pertinenti a quella temperatura.* Per moderare le differenze di temperatura, potrebbe essere usata a questo proposito la temperatura di film T_f $\rightarrow T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2}$
3. *Calcolare il numero di Reynolds (o di Grashof/Rayleigh).*
4. *Capire se si richiede un coefficiente locale o medio sulla superficie.*
5. *Selezionare la correlazione adeguata.*

Convezione forzata: flusso parallelo su lastra piana - 2

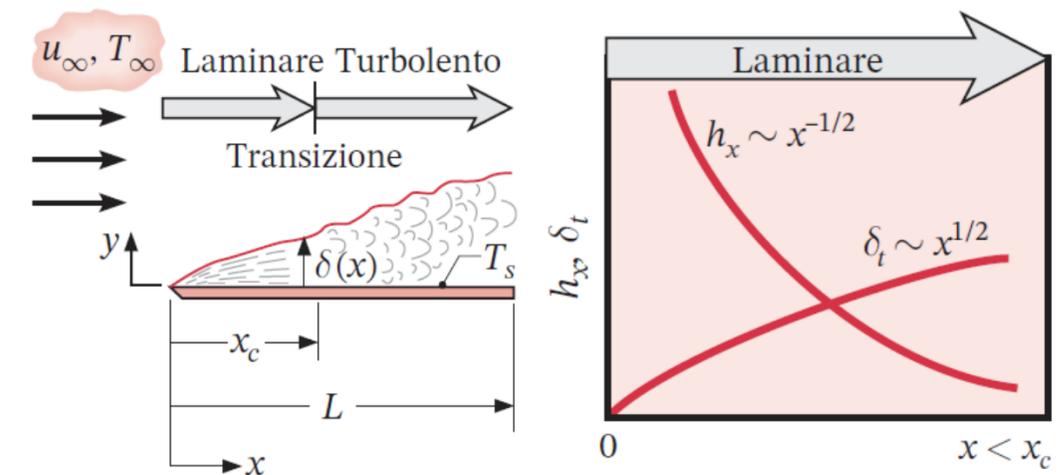
Regime laminare

- Lo spessore δ dello strato limite fluidodinamico è definito come il valore $\delta(x)$ per cui $u/u_\infty=0.99$ e può essere espresso come

$$\delta = 5 \cdot x \cdot Re_x^{-1/2}$$

dove la lunghezza caratteristica del numero di Reynolds è x la distanza dal bordo di attacco:

$$Re_x = \frac{u_\infty \cdot x}{\nu}$$



- Il numero di Nusselt locale è del tipo: $Nu_x = \frac{h_x \cdot x}{\lambda} = 0.332 \cdot Re_x^{1/2} \cdot Pr^{1/3} \quad [0.6 \leq Pr \leq 50]$

Convezione forzata: flusso parallelo su lastra piana - 3

Regime laminare

- Il rapporto fra lo spessore dello strato limite fluidodinamico e lo spessore dello strato limite termico è dato da:

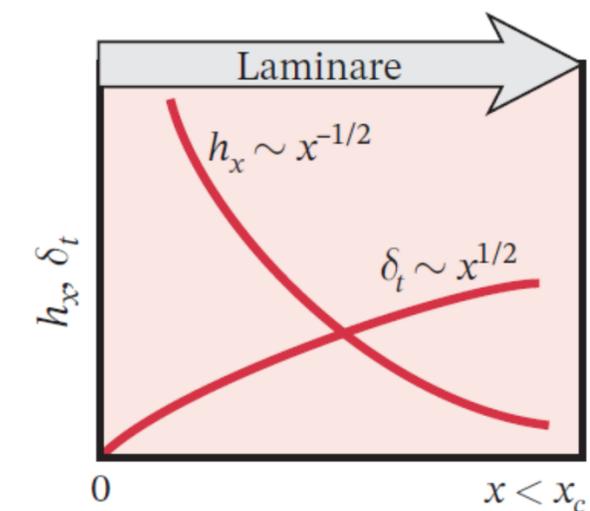
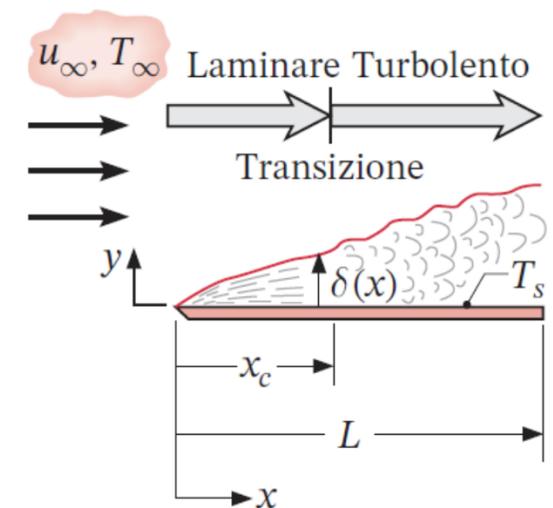
$$\delta/\delta_t \approx Pr^{1/3}$$

- L'espressione per il coefficiente convettivo medio per superfici più corte di x_c risulta:

$$\overline{h_x} = \frac{1}{x} \int_0^x h_x \cdot dx = 0.332 \cdot \left(\frac{\lambda}{x}\right) \cdot Pr^{1/3} \cdot \left(\frac{u_\infty}{\nu}\right)^{1/2} \cdot \int_0^x \frac{dx}{x^{1/2}}$$

$$\overline{h_x} = 0.332 \cdot \left(\frac{\lambda}{x}\right) \cdot Pr^{1/3} \cdot \left(\frac{u_\infty}{\nu}\right)^{1/2} \cdot 2x^{1/2} = 2h_x$$

$$\overline{Nu_x} = \frac{\overline{h_x} x}{\lambda} = 0.664 \cdot Re_x^{1/2} \cdot Pr^{1/3} \quad [0.6 \leq Pr \leq 50]$$



Convezione forzata: flusso parallelo su lastra piana - 4

Regime turbolento

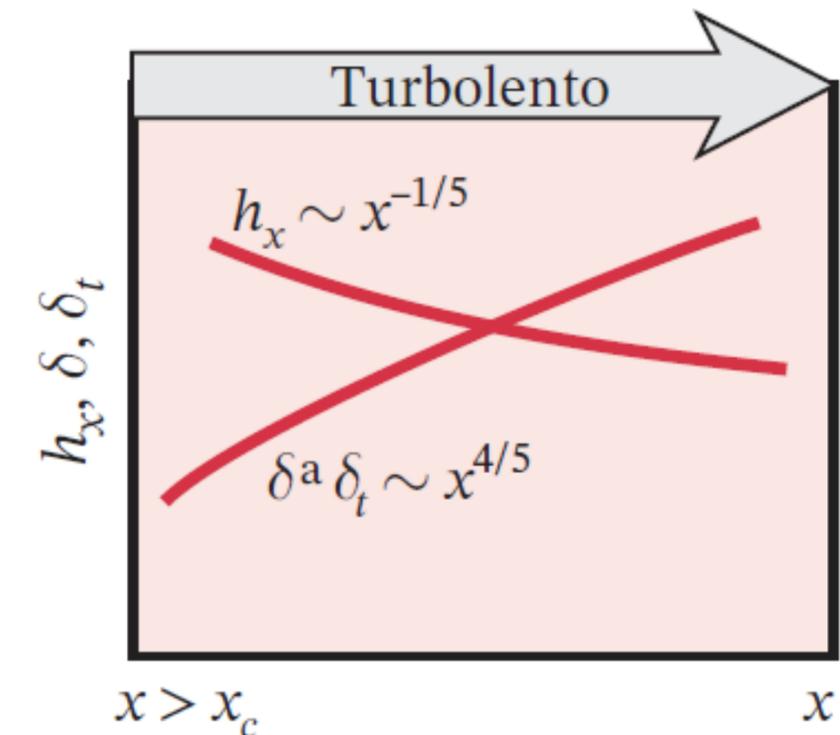
- Per regimi turbolenti, con ragionevole approssimazione, lo spessore dello strato limite fluidodinamico può essere espresso come:

$$\delta = 0.37 \cdot x \cdot \text{Re}_x^{-1/5}$$

- Il numero di Nusselt locale è dato:

$$\text{Nu}_x = \frac{h_x \cdot x}{\lambda} = 0.0296 \cdot \text{Re}_x^{4/5} \cdot \text{Pr}^{1/3} \quad \left[\begin{array}{l} \text{Re}_x \leq 10^8 \\ 0.6 \leq \text{Pr} \leq 60 \end{array} \right]$$

dove tutte le proprietà sono valutate alla temperatura di film T_f .



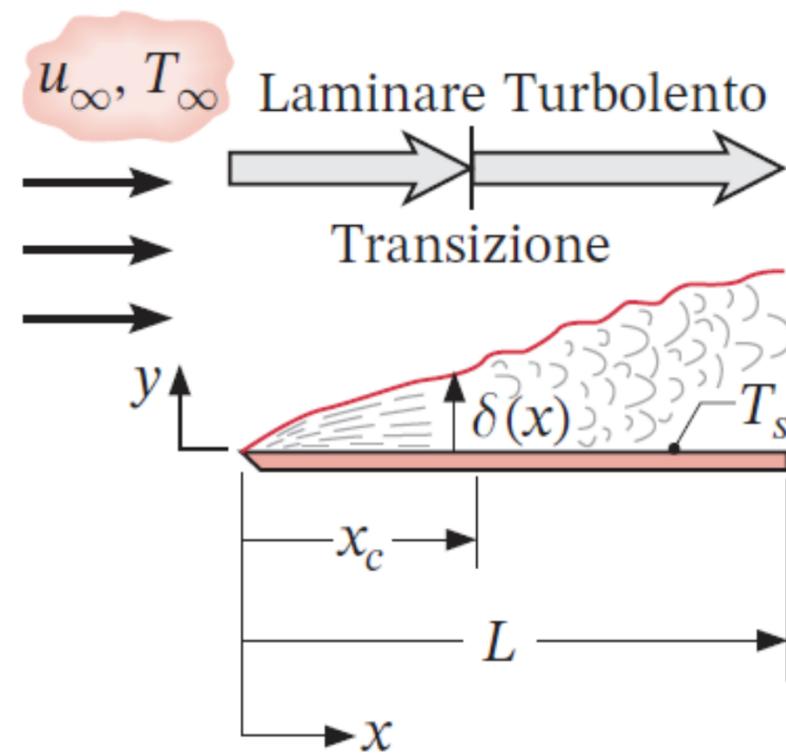
Convezione forzata: flusso parallelo su lastra piana - 5

Confronto regime laminare - turbolento

- Nel regime laminare, il rapporto tra gli spessori dello strato limite fluidodinamico e dello strato limite termico dipende dal Pr .
- Nel regime turbolento, lo sviluppo dello strato limite è fortemente influenzato dalle fluttuazioni di velocità e meno dal moto delle molecole. Per questo motivo, l'aumento relativo dello strato limite non dipende dal numero di Prandtl e gli spessori dello strato limite fluidodinamico e termico sono circa uguali tra loro.
- La crescita dello strato limite termico nella direzione del moto è più rapida nel caso di regime turbolento che nel caso di regime laminare.
- Il coefficiente convettivo è maggiore nel regime turbolento che nel regime laminare, a causa del maggiore livello di mixing nello strato limite.
- In regime turbolento, la diminuzione del coefficiente di convezione nella direzione del moto è più graduale che per il regime laminare.

Convezione forzata: flusso parallelo su lastra piana - 6

Condizioni di strato limite misto

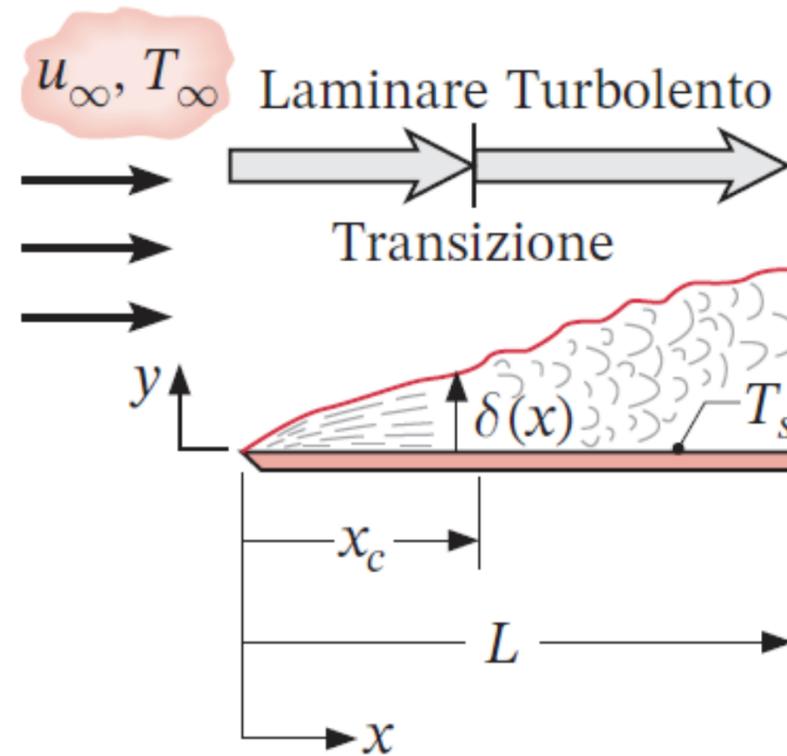


Nelle situazione di strato limite misto, si può ottenere il coefficiente di convezione medio per l'intera piastra integrando sulla regione laminare ($0 \leq x \leq x_c$) e sulla regione turbolenta ($x_c \leq x \leq L$), avendo assunto che la transizione avvenga improvvisamente per $x = x_c$

$$\bar{h}_L = \frac{1}{L} \cdot \left(\int_0^{x_c} h_{lam} \cdot dx + \int_{x_c}^L h_{turb} \cdot dx \right)$$

Convezione forzata: flusso parallelo su lastra piana - 7

Condizioni di strato limite misto



$$\bar{h}_L = \frac{1}{L} \cdot \left(\int_0^{x_c} h_{lam} \cdot dx + \int_{x_c}^L h_{turb} \cdot dx \right)$$

$$\bar{h}_L = \left(\frac{\lambda}{L} \right) \cdot \left[0.332 \cdot \left(\frac{u_\infty}{\nu} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \int_0^{x_c} \frac{dx}{x^{\frac{1}{2}}} + 0.0296 \cdot \left(\frac{u_\infty}{\nu} \right)^{\frac{4}{5}} \cdot \int_{x_c}^L \frac{dx}{x^{\frac{5}{5}}} \right] \cdot Pr^{\frac{1}{3}}$$

$$\overline{Nu}_L = \left[0.664 \cdot Re_{x,c}^{1/2} + 0.037 \cdot \left(Re_L^{4/5} - Re_{x,c}^{4/5} \right) \right] \cdot Pr^{1/3}$$

$$\overline{Nu}_L = \left(0.037 \cdot Re_L^{4/5} - A \right) \cdot Pr^{1/3}$$

dove la costante $A = 0.037 \cdot Re_{x,c}^{4/5} - 0.664 \cdot Re_{x,c}^{1/2}$

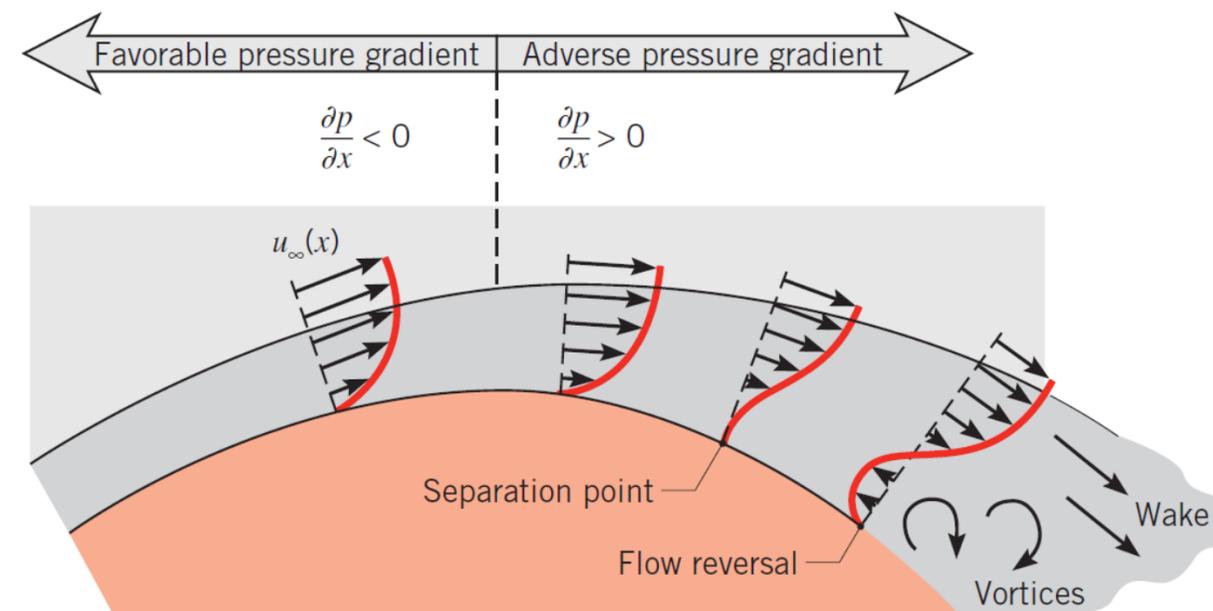
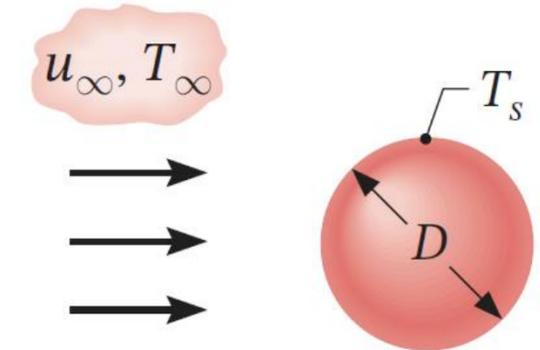
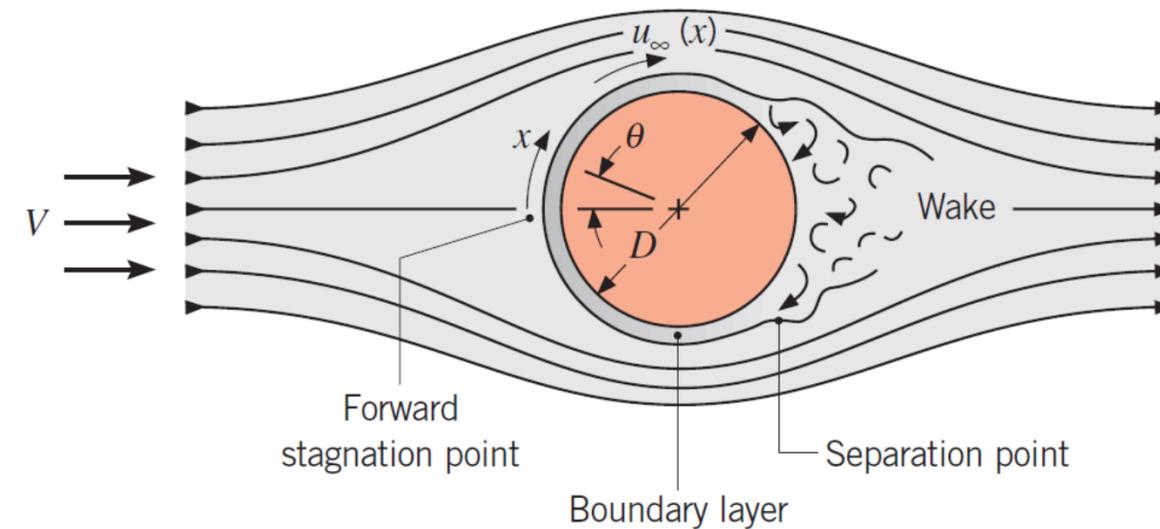
Convezione forzata: flusso trasversale su cilindro - 1

Considerazioni fluidodinamiche:

- Differenza fra V e u_∞

$$Re_D \equiv \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\nu}$$

$$C_D \equiv \frac{F_D}{A_f(\rho V^2/2)}$$

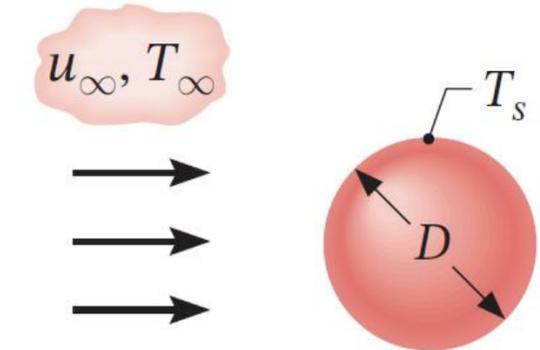


Convezione forzata: flusso trasversale su cilindro - 2

Considerazioni fluidodinamiche:

Flow pattern al variare di Re_D

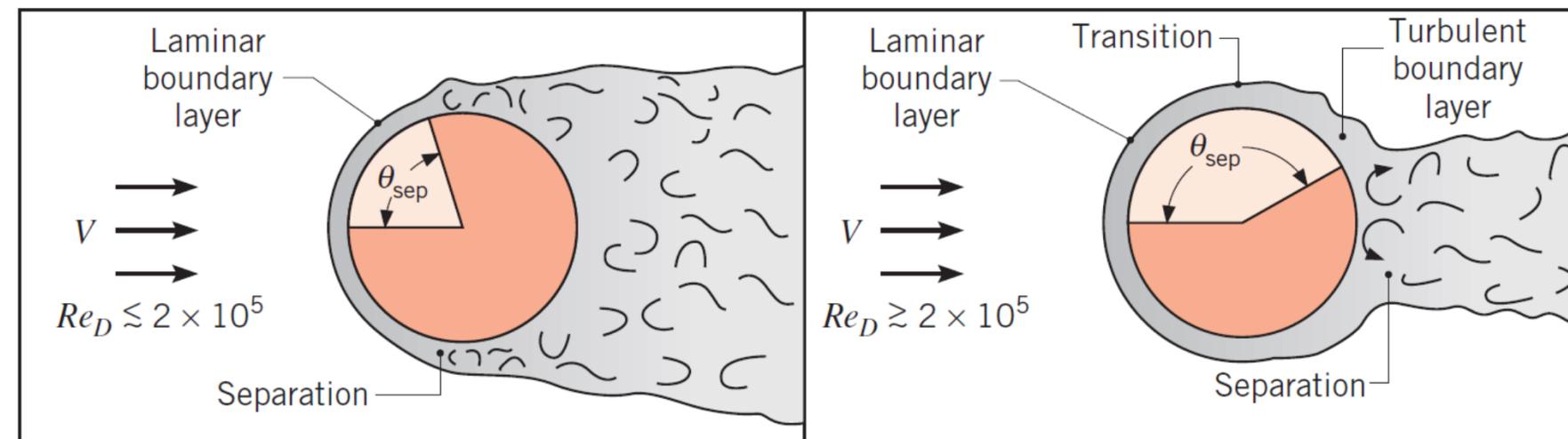
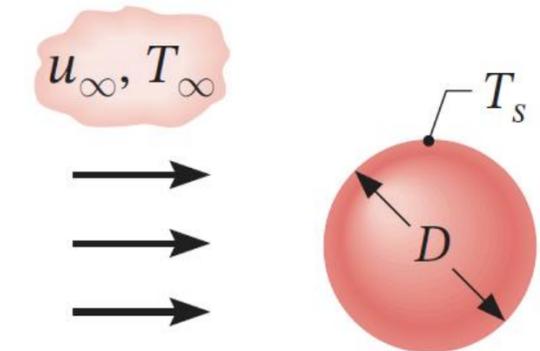
	No separation	$Re < 4-5$
	Fixed pair of symmetric vortices	$5 < Re < \sim 49$
	Laminar vortex shedding	$40 < Re < 200$
	Transition to turbulence in the wake	$200 < Re < 300$
	Wake completely turbulent A: Boundary layer separation	$300 < Re < 10^5$
	A: Boundary layer separation B: Turbulent boundary layer separation; but boundary layer laminar	$3 \times 10^5 < Re < 3.5 \times 10^5$
	B: Turbulent boundary layer separation; the boundary layer partly laminar partly turbulent	$3.5 \times 10^5 < Re < 1.5 \times 10^6$
	C: Boundary layer completely turbulent at one side	$1.5 \times 10^6 < Re < 4 \times 10^6$
	C: Boundary layer completely turbulent at two side	$4 \times 10^6 < Re$



Convezione forzata: flusso trasversale su cilindro - 3

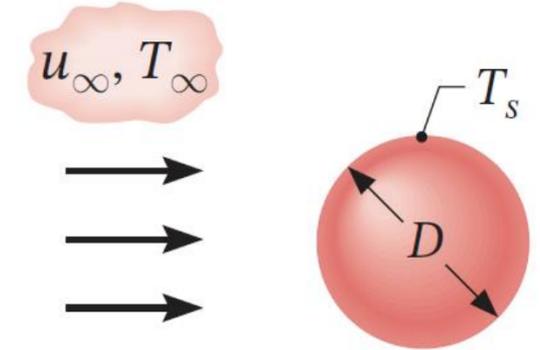
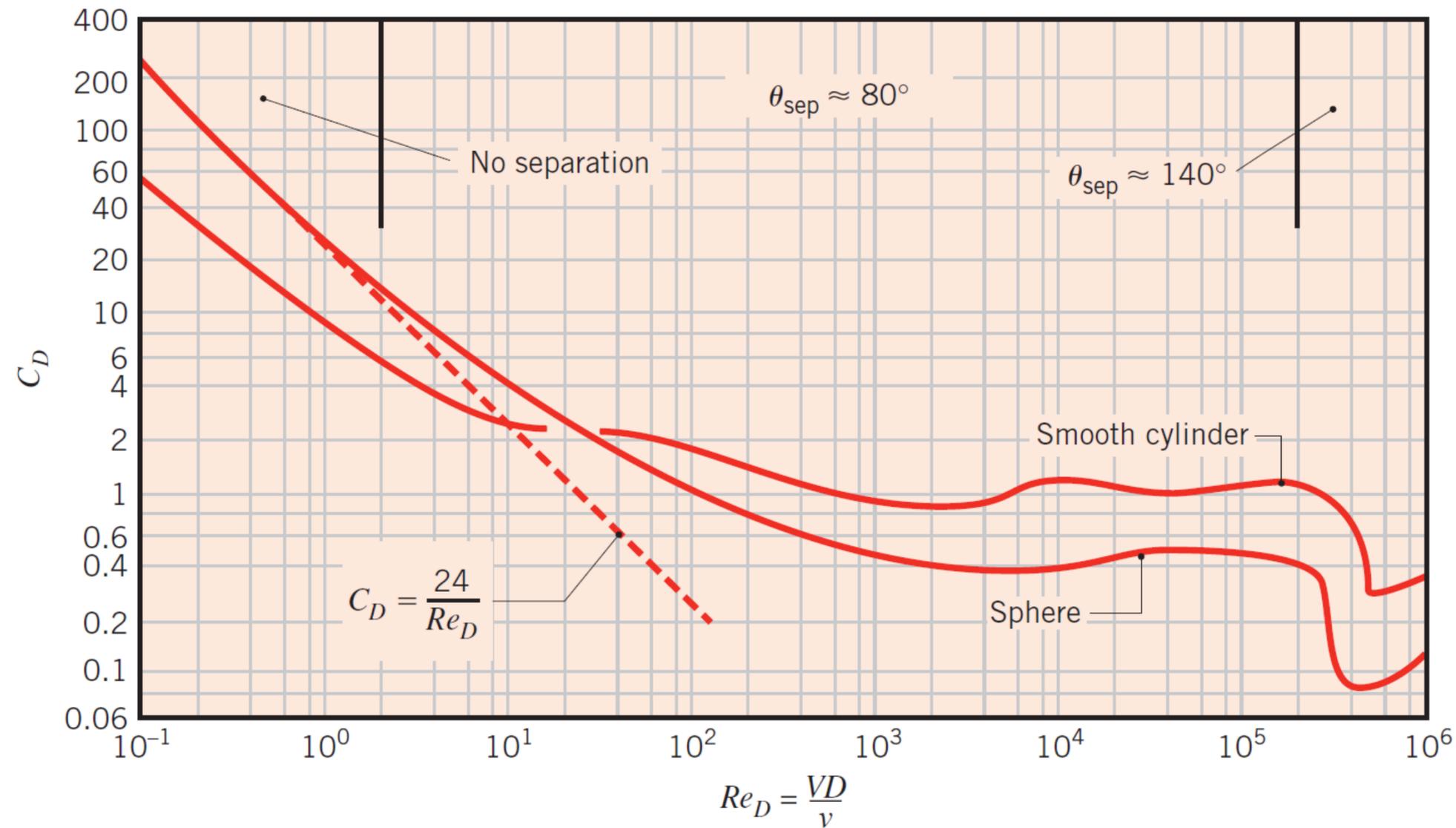
Considerazioni fluidodinamiche:

- Il coefficiente di resistenza C_D (drag coefficient) è funzione del numero di Reynolds Re_D .
- Per $Re_D < 2$ non vi è separazione e la resistenza è solo dovuta all'attrito.
- Per Re_D crescenti gli effetti della separazione, e quindi della resistenza di forma, diventano via via più importanti.
- La notevole riduzione di C_D che ha luogo per $Re_D \geq 2 \times 10^5$, è dovuta alla transizione laminare-turbolenta dello strato limite, che ritarda la separazione e quindi riduce la larghezza della scia e in ultima analisi il valore di C_D .



Convezione forzata: flusso trasversale su cilindro - 4

Andamento di C_D al variare di Re_D :



Convezione forzata: flusso trasversale su cilindro - 5

Esempio:
pallina da Golf

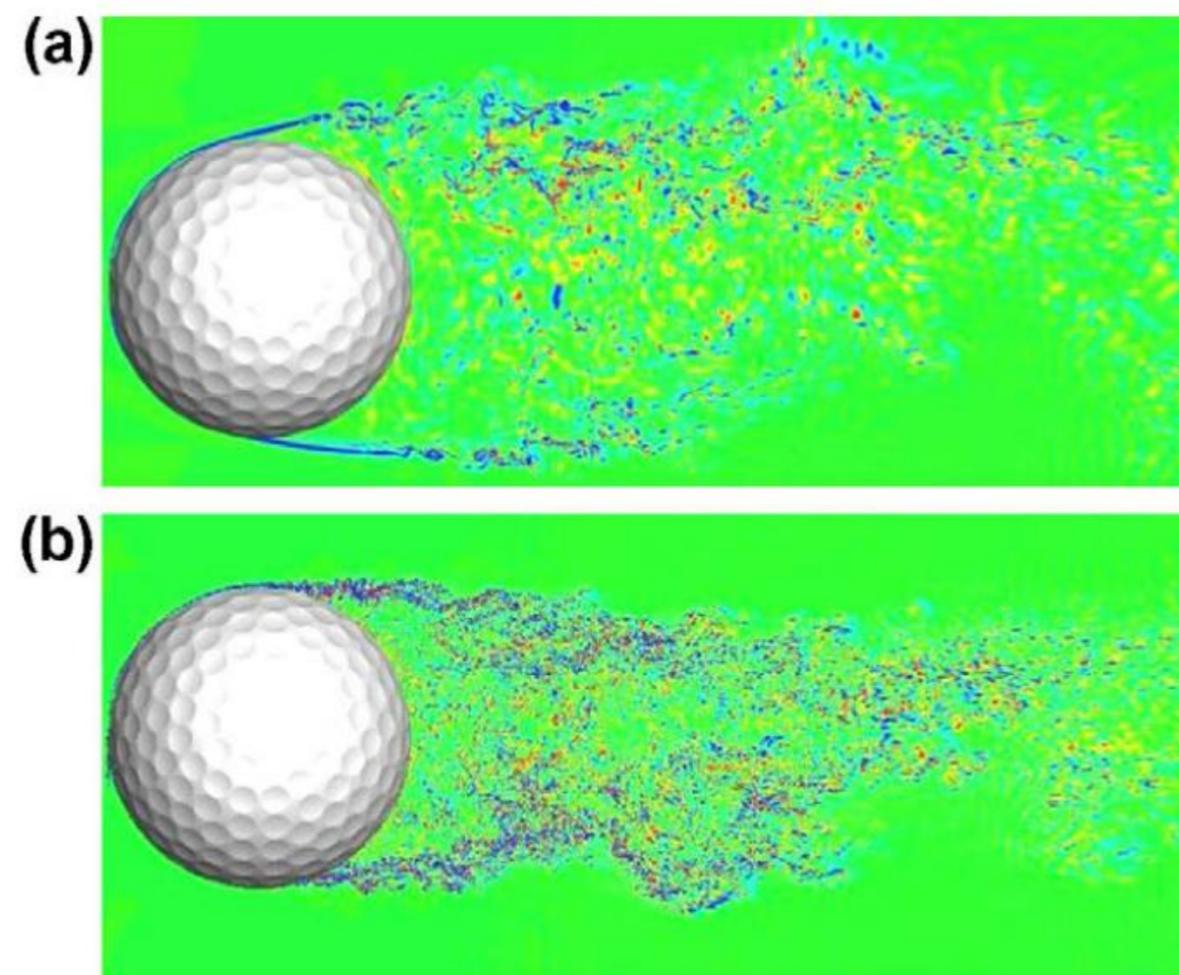
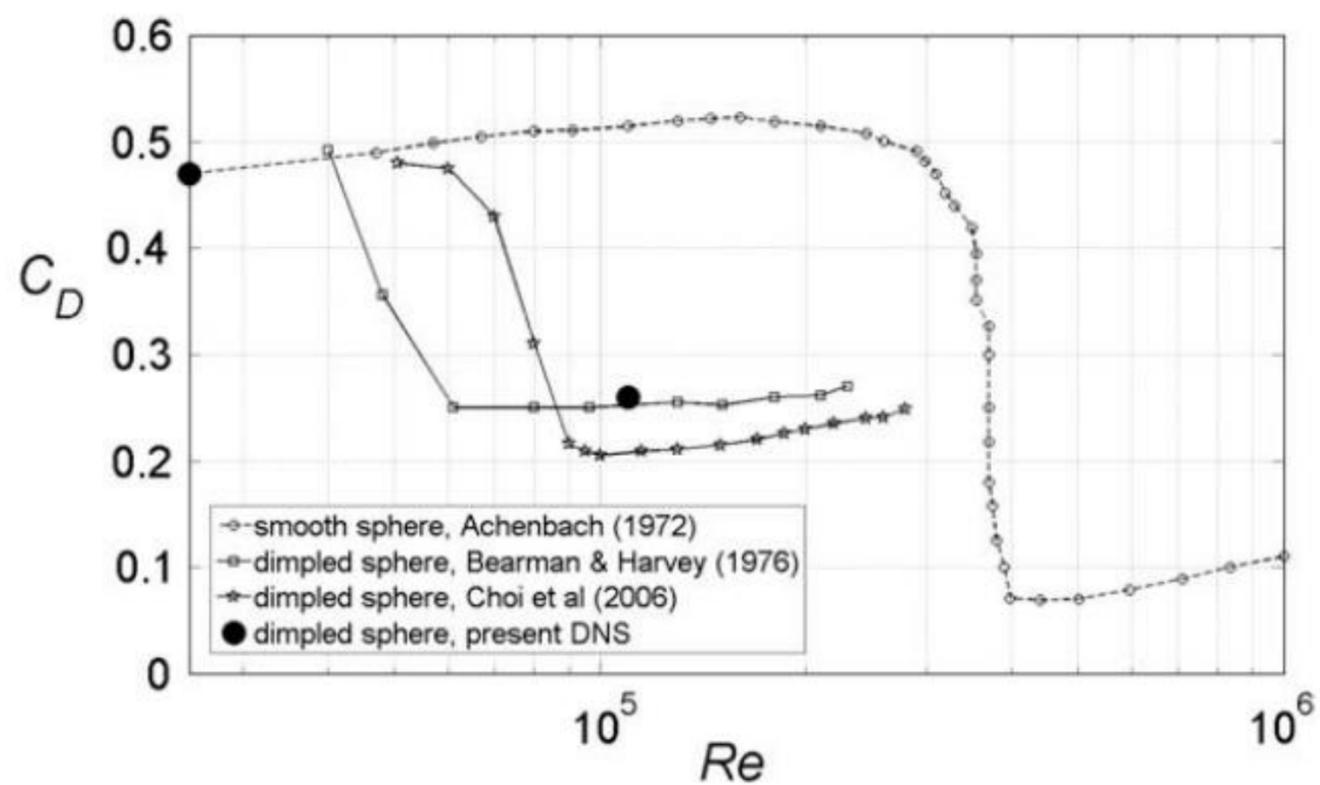
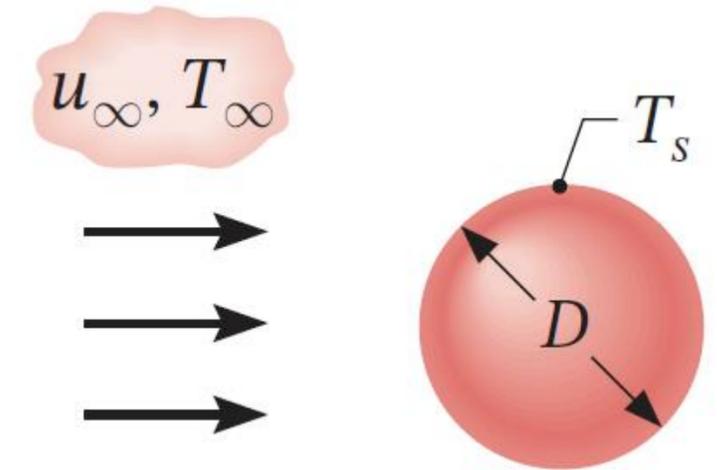
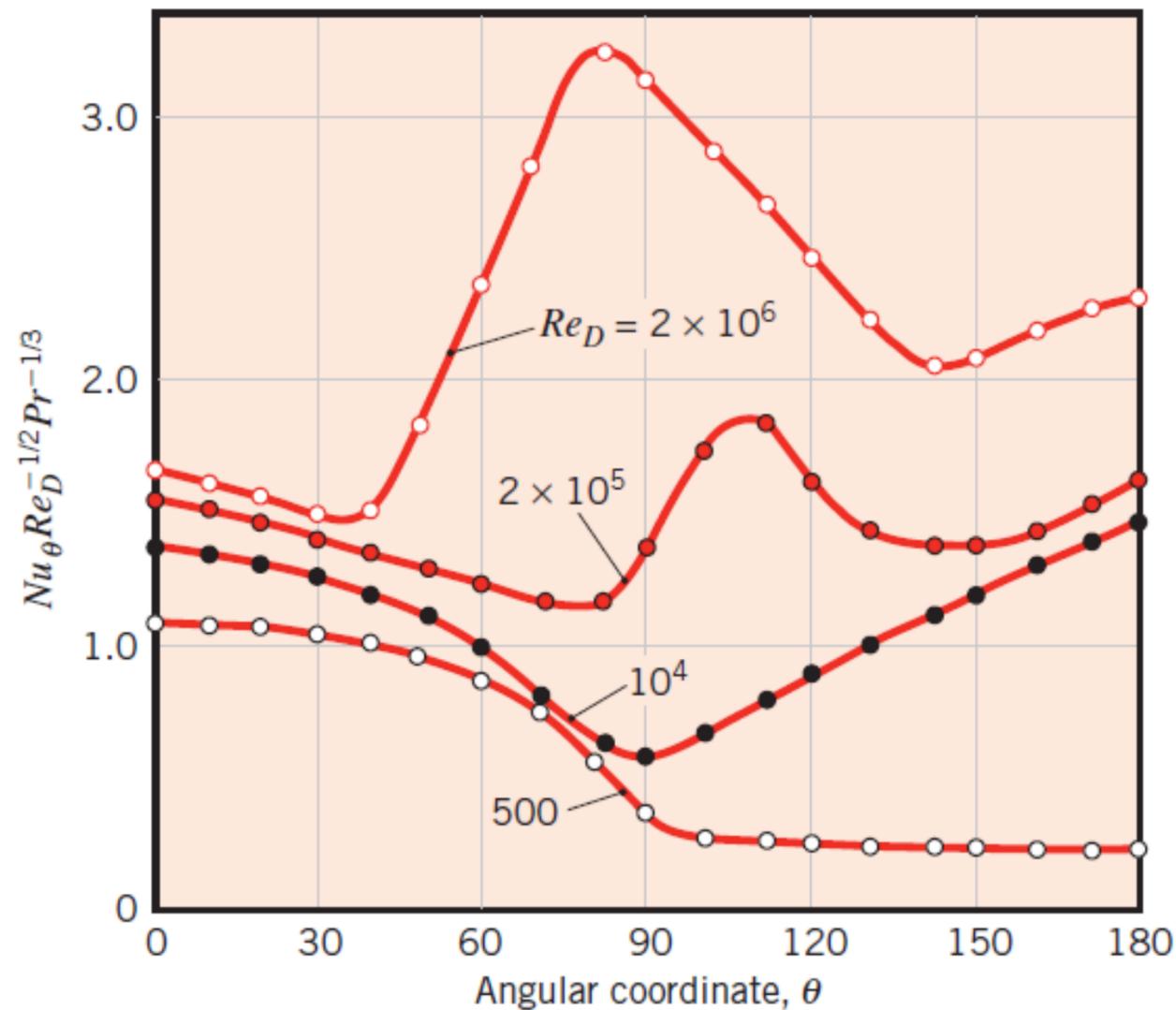


Fig. 10. Contours of azimuthal vorticity. (a) $Re = 2.5 \times 10^4$; (b) $Re = 1.1 \times 10^5$.

Convezione forzata: flusso trasversale su cilindro - 6

Andamento del numero di Nusselt locale al variare di Re_D



Convezione forzata: flusso trasversale su cilindro - 7

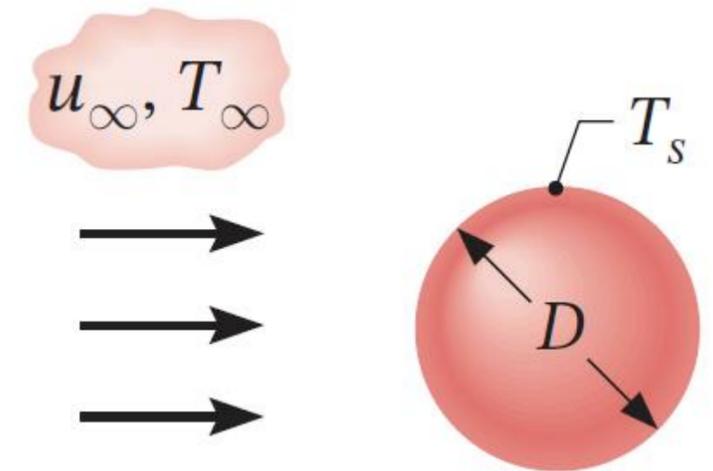
- In questo caso si considera un cilindro di diametro D con una temperatura superficiale uniforme T_s , investito da un flusso perpendicolare di una corrente libera di fluido alla temperatura T_∞ , con una velocità della corrente indisturbata pari a u_∞ . Il numero di Reynolds vale:

$$\text{Re}_D = \frac{\rho \cdot u_\infty \cdot D}{\mu} = \frac{u_\infty \cdot D}{\nu}$$

- Per il calcolo del numero di Nusselt medio, la **correlazione di Hilpert** è una delle più usate:

$$\overline{Nu}_D = \frac{\bar{h} \cdot D}{\lambda} = C \cdot \text{Re}_D^m \cdot \text{Pr}^{1/3} \quad [\text{Pr} \geq 0.7]$$

dove le costanti C ed m sono tabulate anche per geometrie non circolari.



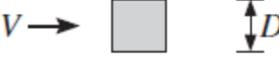
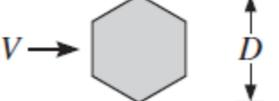
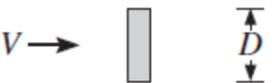
Convezione forzata: flusso trasversale su cilindro - 8

- Costanti C ed m per la correlazione di Hilpert

TABLE 7.2 Constants of Equation 7.52 for the circular cylinder in cross flow [11, 12]

Re_D	C	m
0.4–4	0.989	0.330
4–40	0.911	0.385
40–4000	0.683	0.466
4000–40,000	0.193	0.618
40,000–400,000	0.027	0.805

TABLE 7.3 Constants of Equation 7.52 for noncircular cylinders in cross flow of a gas [13, 14]^a

Geometry	Re_D	C	m
Square 	6000–60,000	0.304	0.59
Square 	5000–60,000	0.158	0.66
Hexagon 	5200–20,400 20,400–105,000	0.164 0.039	0.638 0.78
Hexagon 	4500–90,700	0.150	0.638
Thin plate perpendicular to flow 	Front 10,000–50,000 Back 7000–80,000	0.667 0.191	0.500 0.667

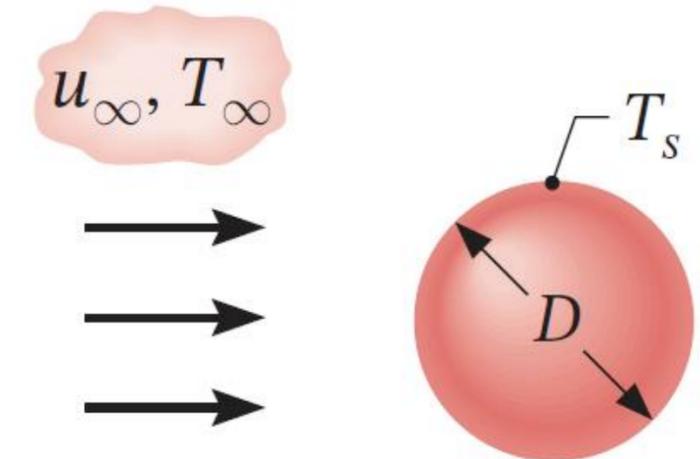
^aThese tabular values are based on the recommendations of Sparrow et al. [14] for air, with extension to other fluids through the $Pr^{1/3}$ dependence of Equation 7.52. A Prandtl number of $Pr = 0.7$ was assumed for the experimental results for air that are described in [14].

Convezione forzata: flusso trasversale su cilindro - 9

- Un'altra correlazione, preferibile alla correlazione di Hilbert, è la **correlazione di Churchill-Bernstein**, copre un vasto intervallo di variabilità dei numeri di Reynolds e Prandtl.
- L'equazione è raccomandata se è verificata la condizione $Re_D \cdot Pr > 0.2$, ed è:

$$\overline{Nu}_D = 0.3 + \frac{0.62 \cdot Re_D^{1/2}}{[1 + (0.4/Pr)^{2/3}]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282000} \right)^{5/8} \right]^{4/5}$$

[$Re_D \cdot Pr > 0.2$]



Convezione forzata: flusso su sfera

- Gli effetti di strato limite per un flusso che investe una sfera sono per molti aspetti simili a quelli per il cilindro circolare, con transizione e separazione che giocano un ruolo fondamentale e influenzano il coefficiente convettivo locale. Per il calcolo delle condizioni medie sulla superficie sferica, è raccomandata la **correlazione di Whitaker**:

$$\overline{Nu_D} = 2 + \left(0.4 \cdot Re_D^{1/2} + 0.06 \cdot Re_D^{2/3} \right) \cdot Pr^{0.4} \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_s} \right)^{1/4} \quad \left[\begin{array}{l} 0.71 < Pr < 380 \\ 3.5 < Re_D < 7.6 \times 10^4 \end{array} \right]$$

dove μ_s è valutata alla temperatura superficiale T_s e le rimanenti proprietà sono valutate alla temperatura della corrente indisturbata T_∞ . Il rapporto (μ/μ_s) tiene conto degli effetti delle proprietà che non sono uniformi nello strato limite.

Convezione forzata: flussi interni - 1

Considerazioni fluidodinamiche e termiche

- A causa degli effetti viscosi, il profilo di velocità all'interno di un tubo si modifica rispetto al profilo uniforme che ha in ingresso, fino ad una distribuzione parabolica.
- Dopo la lunghezza di ingresso idrodinamica $x_{fd,h}$ il profilo di velocità non varia e si può parlare di flusso completamente sviluppato. L'estensione della regione d'ingresso e il profilo di velocità dipendono dal numero di Reynolds, il quale per i flussi interni prende la forma:

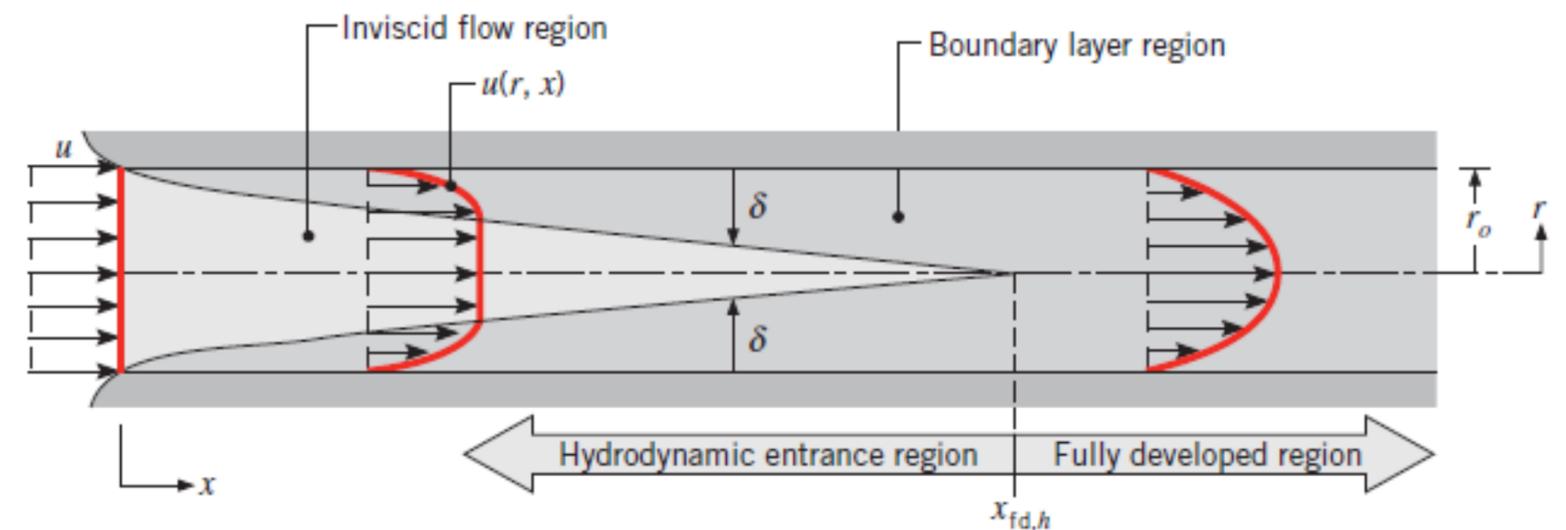
$$Re_D = \frac{\rho \cdot u_m \cdot D}{\mu} = \frac{u_m \cdot D}{\nu} = \frac{4 \cdot \dot{m}}{\pi \cdot D \cdot \mu}$$

dove:

u_m velocità media

D diametro del tubo

\dot{m} portata massica



Convezione forzata: flussi interni - 2

Considerazioni fluidodinamiche e termiche

- In un flusso completamente sviluppato il numero di Reynolds critico, corrispondente alla zona di transizione, è pari a $Re_{D,c} \approx 2300$. Tuttavia sono necessari valori del numero di Reynolds maggiori ($Re_{D,c} \approx 10000$) per raggiungere condizioni di turbolenza completa.
- Nel regime laminare ($Re_{D,c} < 2300$) la lunghezza d'ingresso fluidodinamica è data da:

$$\left(\frac{x_{fd,h}}{D}\right)_{lam} \leq 0.05 \cdot Re_D$$

- Nel regime turbolento la lunghezza d'ingresso è approssimativamente indipendente dal numero di Reynolds e corrisponde in prima approssimazione a:

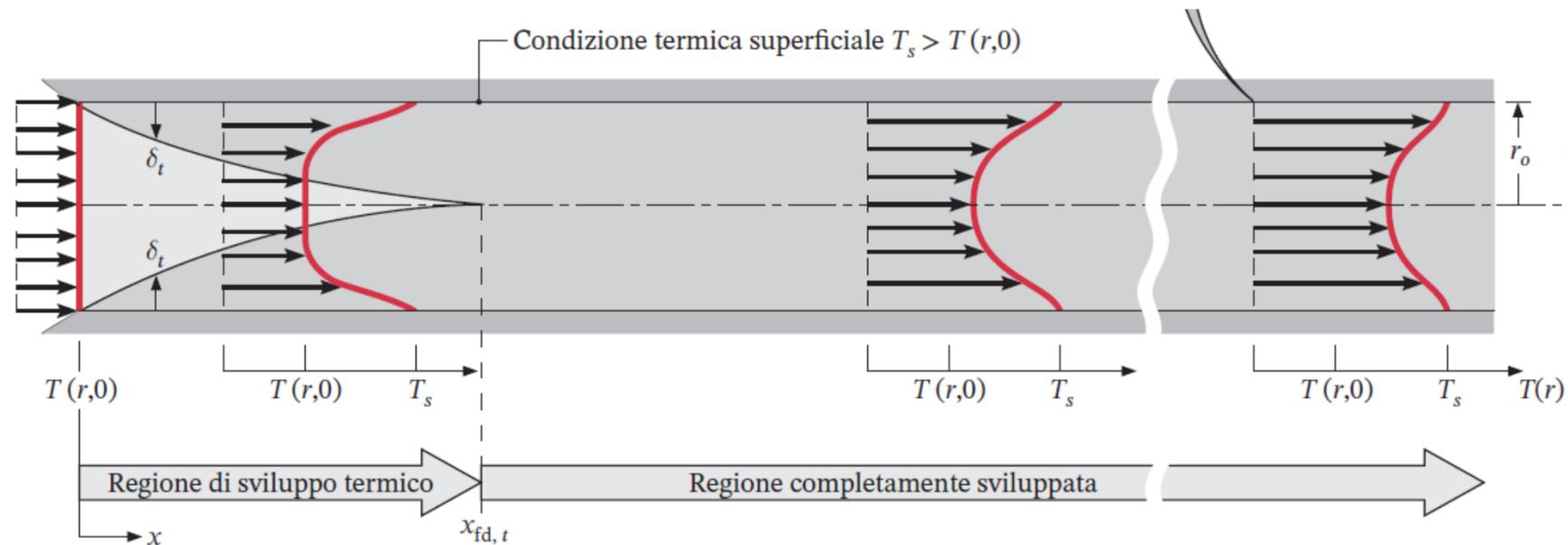
$$10 \leq \left(\frac{x_{fd,h}}{D}\right)_{turb} \leq 60$$

- Per semplicità si può assumere di essere in presenza di flusso completamente turbolento se viene soddisfatta la relazione $x/D > 10$

Convezione forzata: flussi interni - 3

Considerazioni fluidodinamiche e termiche

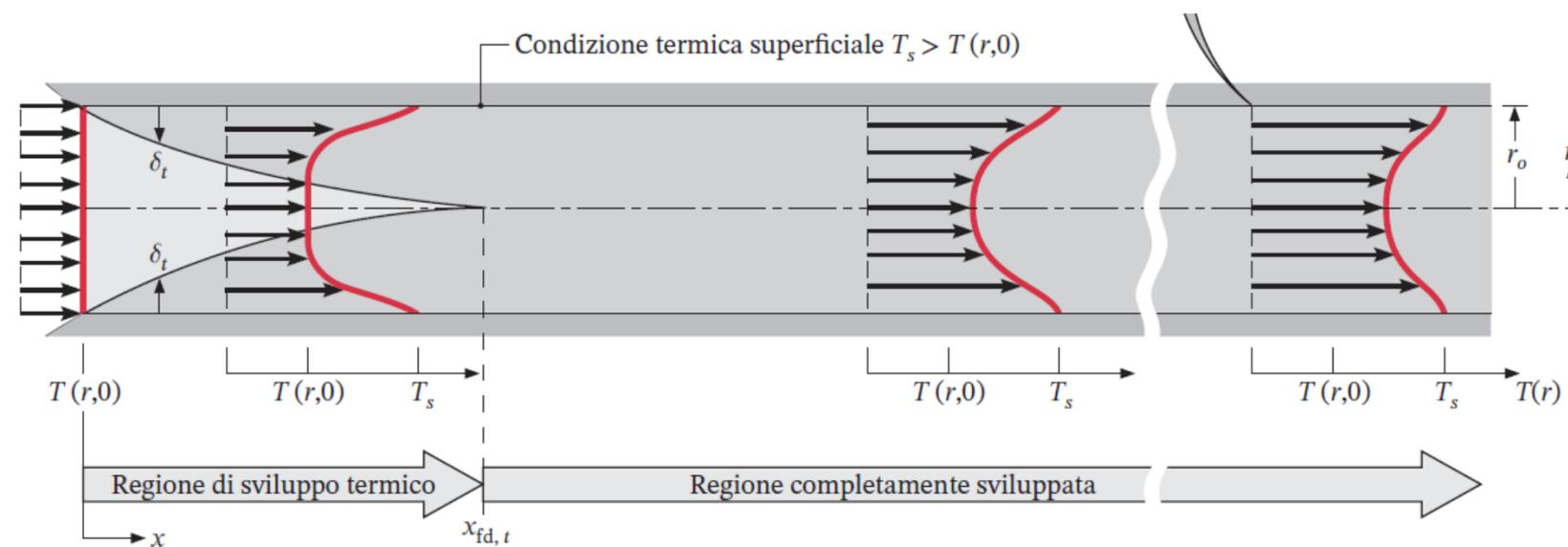
- Se il fluido entra nel tubo a $x = 0$ con una temperatura del fluido uniforme $T(r,0)$, inferiore alla temperatura uniforme T_s della superficie del tubo, si ha trasmissione del calore per convezione e si andrà a formare uno strato limite di temperatura.
- Nella *regione di ingresso termica*, la temperatura centrale del fluido all'esterno dello strato limite termico δ_t non varia, mentre all'interno di quest'ultimo la temperatura aumenta rapidamente fino a quella della superficie del tubo.



Convezione forzata: flussi interni - 4

Considerazioni fluidodinamiche e termiche

- In corrispondenza della **lunghezza di ingresso termica** $x_{fd,t}$ lo strato limite termico ha riempito tutta la sezione del tubo e la parte centrale del fluido comincia a subire un riscaldamento dove si è raggiunta la condizione di flusso completamente sviluppato.
- Il gradiente di temperatura è maggiore nella regione d'ingresso, il che implica un maggior coefficiente convettivo in tale regione.



- Le condizioni termiche nella **regione termicamente sviluppata** sono caratterizzate da tre aspetti chiave: la temperatura media aumenta, le forme dei profili di temperatura sono simili tra loro, il coefficiente convettivo è uniforme.

Convezione forzata: flussi interni - 5

Considerazioni fluidodinamiche e termiche

- Per i regimi laminari, si può individuare la lunghezza d'ingresso termico come:

$$\left(\frac{x_{fd,t}}{D}\right)_{lam} \leq 0.05 \cdot Re_D \cdot Pr \quad [Re_D < 2300]$$

- Nel caso di regime turbolento, la lunghezza di ingresso termica è quasi indipendente dal numero di Prandtl e può essere in prima approssimazione stimata come:

$$\left(\frac{x_{fd,t}}{D}\right)_{turb} = 10 \quad [Re \geq 10000]$$

Convezione forzata: flussi interni - 6

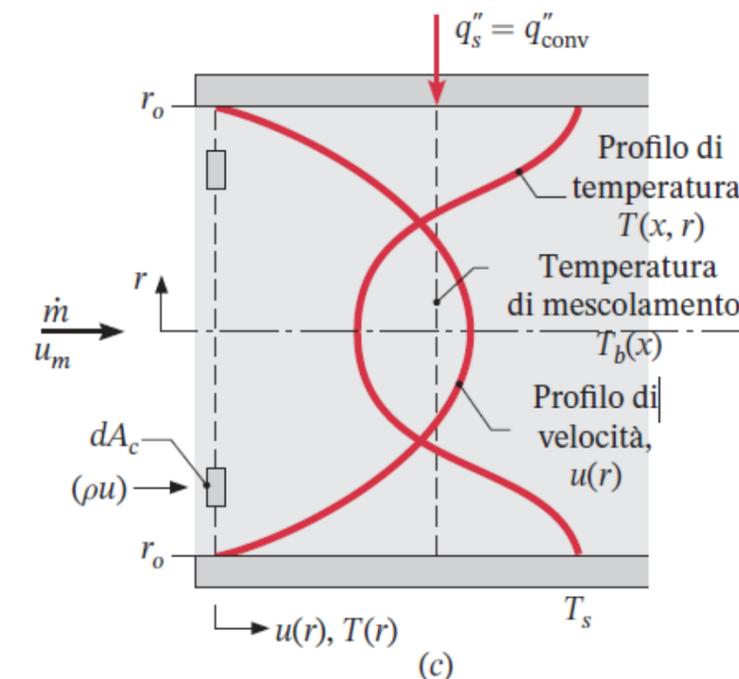
Temperatura di mescolamento

- I profili di temperatura e velocità in un determinato punto, nella direzione del flusso x , dipendono dal raggio r .
- Può essere introdotta una particolare temperatura media del fluido detta temperatura di mescolamento della massa fluida T_b ($b=bulk$), che è definita in funzione della quantità di energia trasportata dal fluido attraverso la sezione in x . Per fluidi incomprimibili ($cp = cost$) T_b è definita come:

$$\rho \cdot c_p \cdot T_b \cdot u_m \cdot A_c = \int_{A_c} u \cdot \rho \cdot c_p \cdot T \cdot dA_c$$

dove u_m è la velocità media, da cui:

$$T_b = \frac{\int_{A_c} u \cdot \rho \cdot c_p \cdot T \cdot dA_c}{\rho \cdot c_p \cdot u_m \cdot A_c} = \frac{\int_A u \cdot T \cdot dA_c}{u_m \cdot A_c}$$



Convezione forzata: flussi interni - 7

Temperatura di mescolamento – tubi circolari

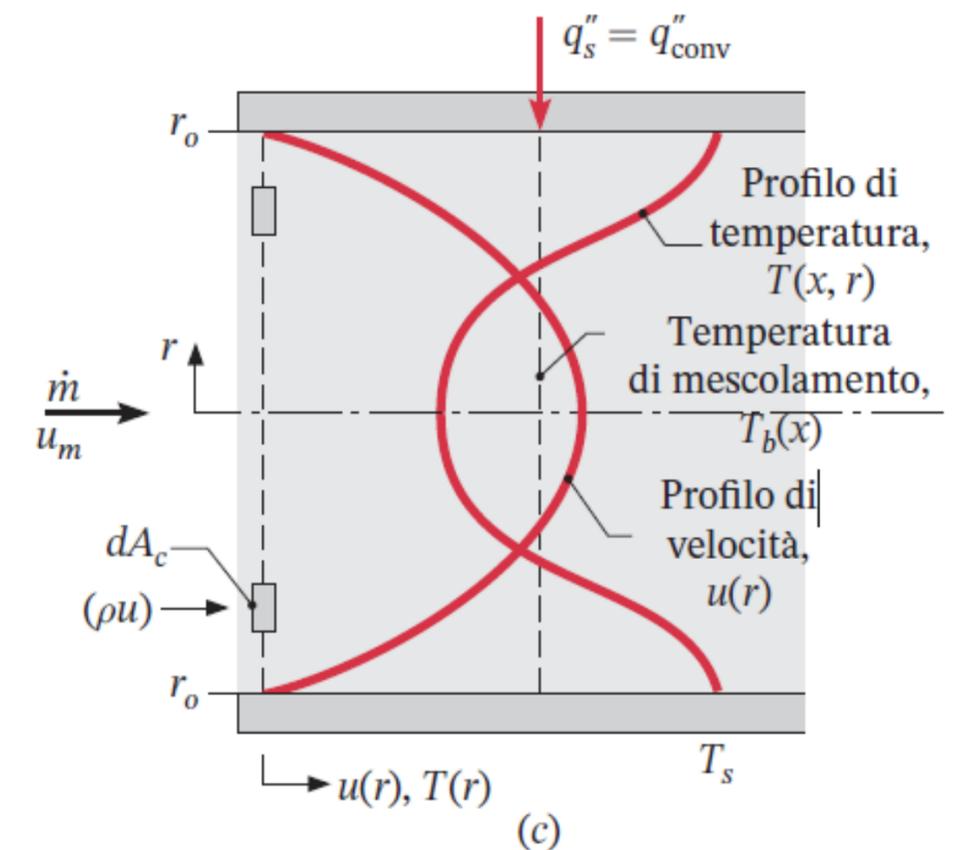
- Per tubi circolari si ha:

$$u_m \cdot \rho \cdot c_p \cdot T_b \cdot A_c = \int_{A_c} u \cdot \rho \cdot c_p \cdot T \cdot dA_c$$

$$u_m \cdot \rho \cdot c_p \cdot T_b \cdot \pi \cdot r_o^2 = \int_0^{r_o} u \cdot \rho \cdot c_p \cdot T \cdot 2\pi \cdot r \cdot dr$$

$$T_b = \frac{\int_0^{r_o} u \cdot \rho \cdot c_p \cdot T \cdot 2\pi \cdot r \cdot dr}{u_m \cdot \rho \cdot c_p \cdot \pi \cdot r_o^2}$$

$$= \frac{2 \cdot \int_0^{r_o} u \cdot T \cdot r \cdot dr}{u_m \cdot r_o^2}$$



Convezione forzata: flussi interni - 8

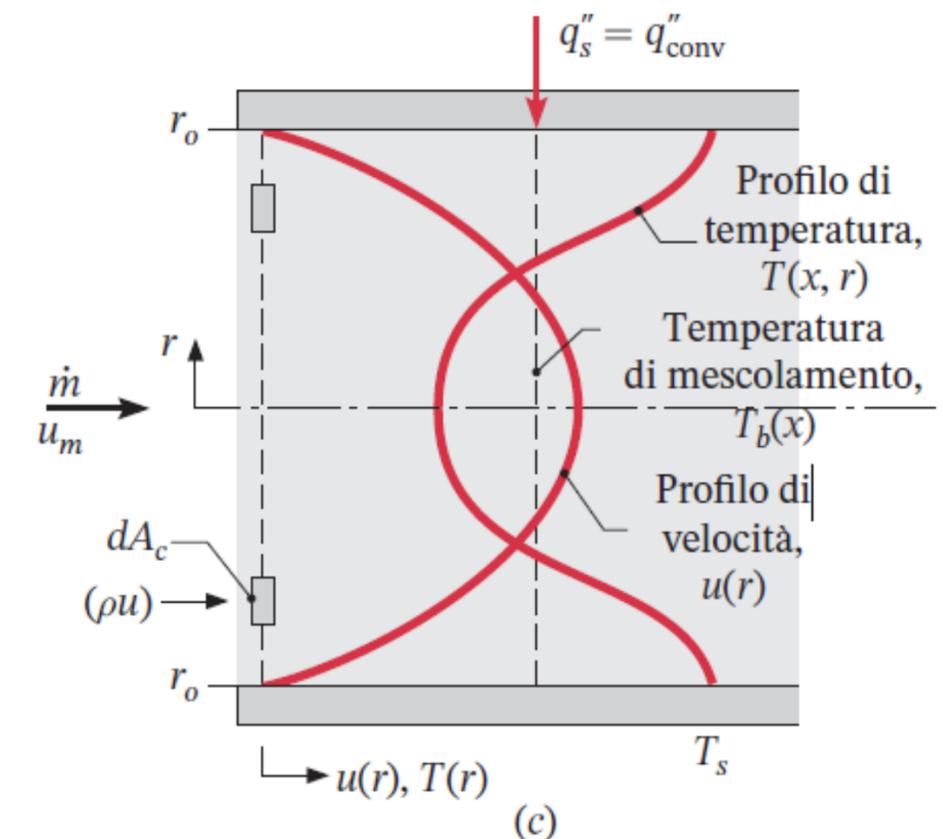
Legge di Newton del raffreddamento

- Per determinare il flusso termico convettivo sulla superficie del tubo, la legge di Newton del raffreddamento, detta anche legge di Newton per la convezione, è espressa come:

$$q_s'' = q_{conv}'' = h \cdot (T_s - T_b)$$

dove h è il coefficiente convettivo locale,

- In base al metodo di riscaldamento (raffreddamento) della superficie, T_s può essere uniforme o variare, ma la temperatura di mescolamento cambia sempre nella direzione del moto, mentre il coefficiente di convezione rimane invariato nella regione completamente sviluppata, come si vedrà nel seguito.



Convezione forzata: flussi interni - 9

Condizioni di completo sviluppo

- Requisito per completo sviluppo del profilo di temperatura:

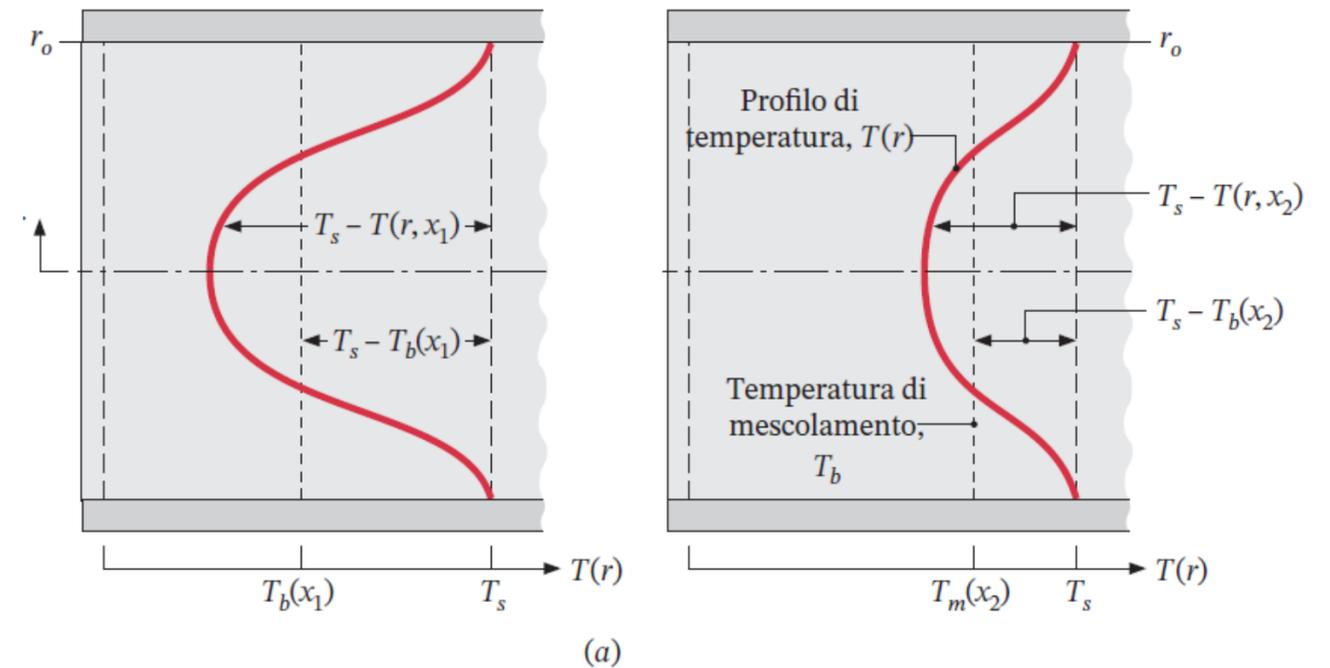
$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{T_s(x) - T(r, x)}{T_s(x) - T_b(x)} \right]_{fd,t} = 0$$

dove:

T_s è la temperatura superficiale del tubo

T è la temperatura locale

T_b è la temperatura di mescolamento



Convezione forzata: flussi interni - 10

Condizioni di completo sviluppo

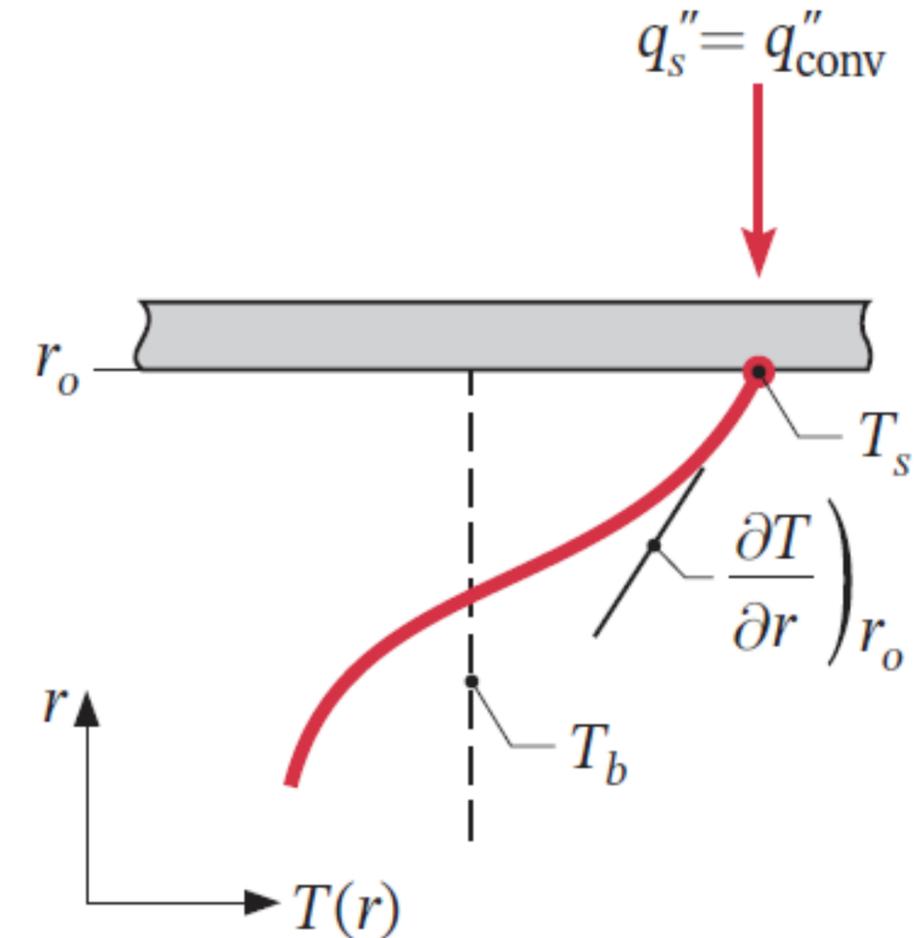
$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{T_s - T}{T_s - T_b} \right) \Big|_{r=r_0} = \frac{-\partial T / \partial r \Big|_{r=r_0}}{T_s - T_b} \neq f(x)$$

$$q_s'' = \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_0} \Rightarrow \frac{h}{\lambda} \neq f(x) = \text{costante}$$

Da legge Newton

Da legge Fourier

$$q_s'' = q_{conv}'' = h \cdot (T_s - T_b)$$



Convezione forzata: flussi interni - 11

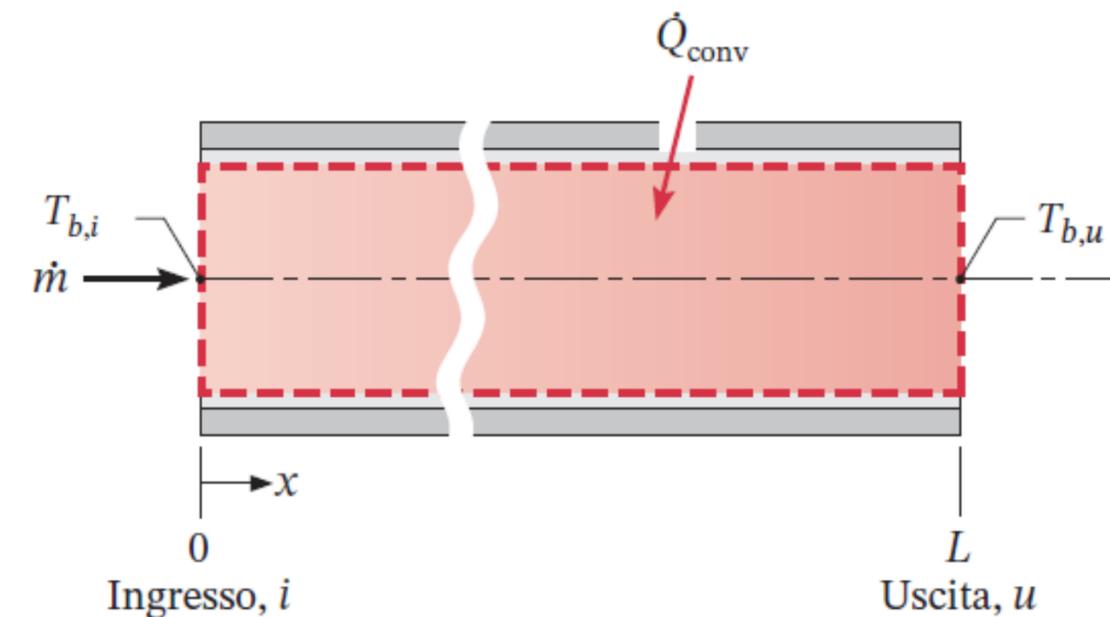
Bilancio energetico globale

- Si consideri il tubo in figura in cui scorre una portata massica costante e del calore viene trasferito per convezione attraverso la superficie della parete.
- Assumendo che la variazione di energia cinetica, potenziale ed il lavoro meccanico siano nulli e che c_p rimanga invariato, il bilancio dello scambio termico globale (indipendente dalle caratteristiche termiche della superficie e dalla condizioni di moto nel tubo) sarà:

$$\dot{Q}_{conv} = \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_{b,u} - T_{b,i})$$

dove T_b è la temperatura di mescolamento

e i pedici “ i ” ed “ u ” rappresentano l’entrata e l’uscita.



(a)

Convezione forzata: flussi interni - 12

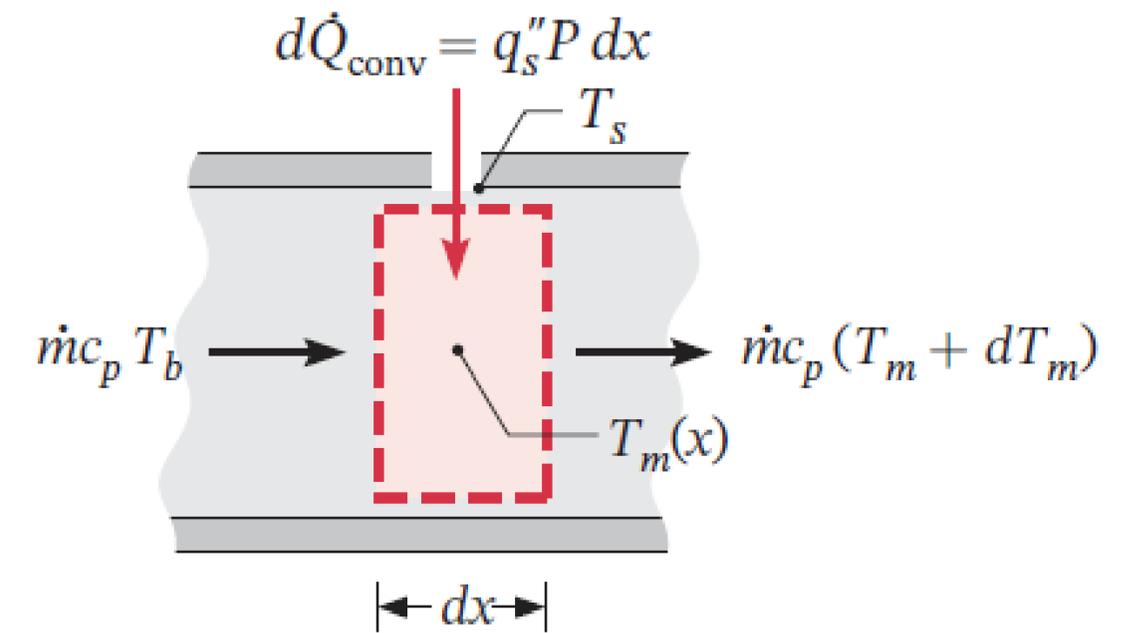
Bilancio energetico in un volume di controllo differenziale

- Nell'ipotesi di conduzione assiale nulla o trascurabile, si può applicare lo stesso bilancio a un volume di controllo differenziale:

$$d\dot{Q}_{conv} = \dot{m} \cdot c_p \cdot dT_b$$

- Introducendo il perimetro P ed il flusso termico superficiale si ottiene:

$$d\dot{Q}_{conv} = q_s'' \cdot P \cdot dx \Rightarrow q_s'' \cdot P \cdot dx = \dot{m} \cdot c_p \cdot dT_b$$



Convezione forzata: flussi interni - 13

Bilancio energetico in un volume di controllo differenziale

$$\frac{dT_b}{dx} = \frac{q_s'' \cdot P}{\dot{m} \cdot c_p} \quad \left[\begin{array}{l} \text{variazione di } T_b \text{ in funzione} \\ \text{del flusso termico superficiale } q_s'' \end{array} \right]$$

$$\frac{dT_b}{dx} = \frac{P}{\dot{m} \cdot c_p} \cdot h \cdot (T_s - T_b) \quad \left[\begin{array}{l} \text{variazione di } T_b \text{ in funzione} \\ \text{della temperatura superficiale } T_s \end{array} \right]$$

Convezione forzata: flussi interni - 14

Flusso termico superficiale costante

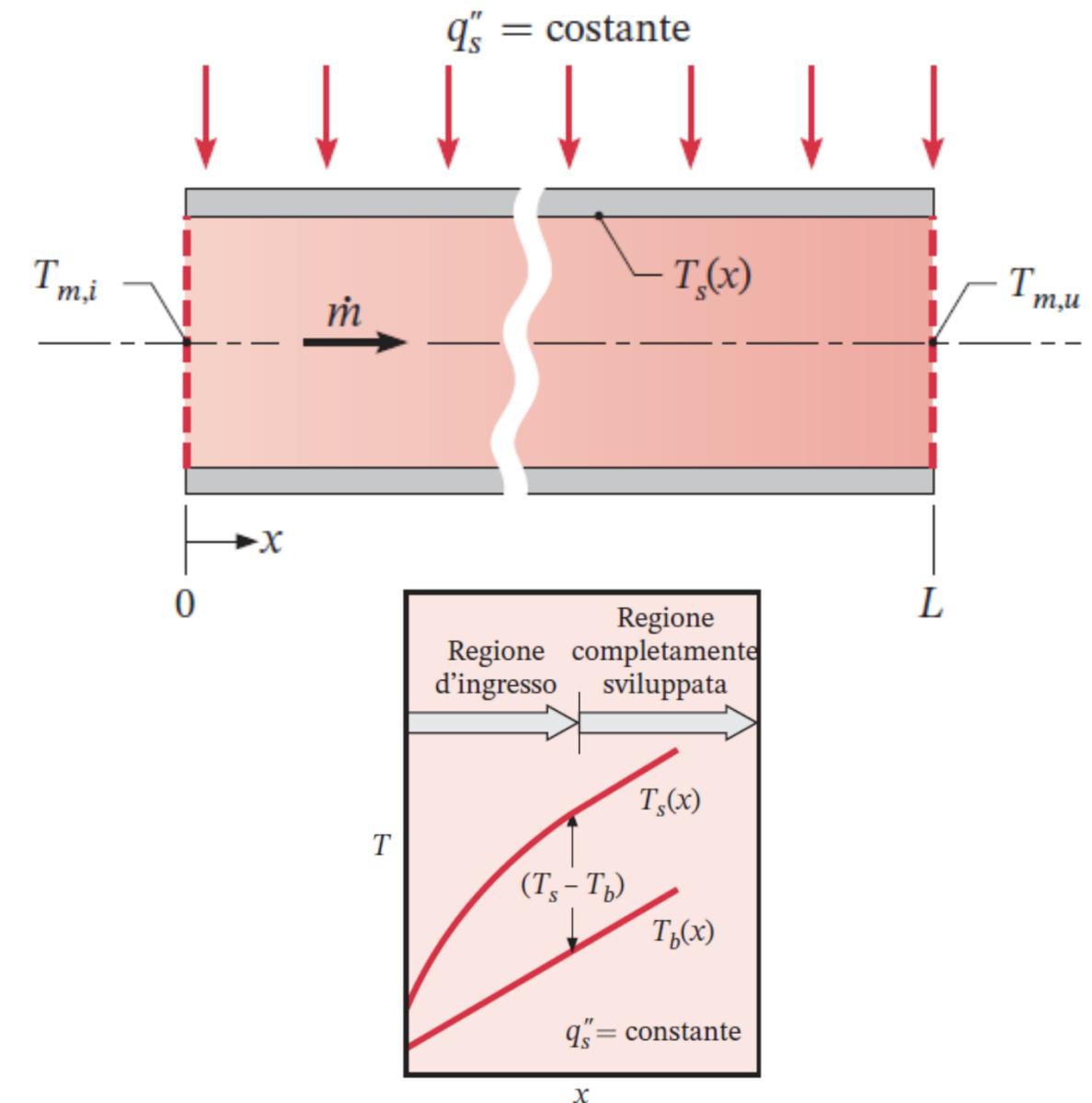
- Per condizioni di flusso termico superficiale uniforme è facile determinare il flusso termico totale:

$$\dot{Q}_{conv} = q_s'' \cdot (P \cdot L)$$

- Per flusso termico superficiale uniforme si ottiene, integrando da $x = 0$ ad una certa posizione x

$$\frac{dT_b}{dx} = \frac{q_s'' \cdot P}{\dot{m} \cdot c_p} = \text{costante}$$

$$T_b(x) = T_{b,i} + \frac{q_s'' \cdot P}{\dot{m} \cdot c_p} \cdot x \quad [q_s'' = \text{uniforme}]$$



Convezione forzata: flussi interni - 15

Temperatura superficiale uniforme

$$\frac{dT_b}{dx} = - \frac{d(\overset{(T_s - T_b)}{\Delta T})}{dx} = \boxed{\frac{P}{\dot{m}c_p}} h \Delta T \quad \text{costante}$$

Con uniforme, separando le variabili ed integrando tra l'entrata ($x=0$) e l'uscita ($x=L$) del tubo si ha:

$$\int_{\Delta T_i}^{\Delta T_u} \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = - \frac{P}{\dot{m}c_p} \int_0^L h dx \quad \Rightarrow \quad \ln \frac{\Delta T_u}{\Delta T_i} = - \frac{PL}{\dot{m}c_p} \left(\frac{1}{L} \int_0^L h dx \right) = - \frac{PL}{\dot{m}c_p} \bar{h}_L$$

$$\boxed{\frac{\Delta T_u}{\Delta T_i} = \frac{T_s - T_{b,u}}{T_s - T_{b,i}} = \exp\left(-\frac{PL}{\dot{m}c_p} \bar{h}\right)} \quad T_s = \text{uniforme}$$

Convezione forzata: flussi interni - 16

Temperatura superficiale uniforme

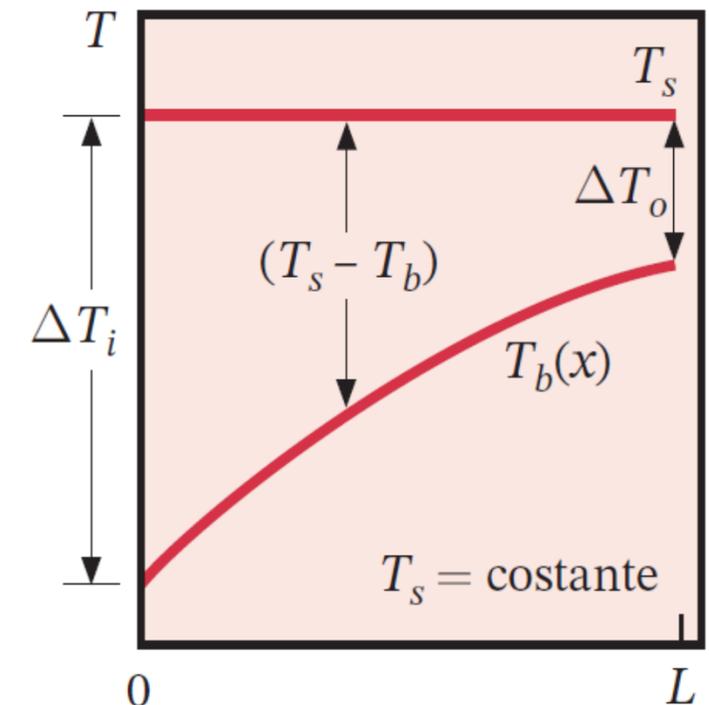
- Integrando da $x = 0$ fino a una qualunque posizione assiale, la distribuzione della temperatura di mescolamento $T_b(x)$ è:

$$\frac{\Delta T_u}{\Delta T_i} = \frac{T_s - T_{b,u}}{T_s - T_{b,i}} = \exp\left(-\frac{PL}{\dot{m}c_p} \bar{h}\right) \quad T_s = \text{uniforme}$$

dove \bar{h} è il valor medio di h dall'ingresso a x .

- Il risultato indica che la differenza di temperatura $(T_s - T_b)$ diminuisce esponenzialmente con x .

$$\frac{T_s - T_b(x)}{T_s - T_{b,i}} = \exp\left(-\frac{Px}{\dot{m}c_p} \bar{h}\right) \quad T_s = \text{uniforme}$$



Convezione forzata: flussi interni - 17

Temperatura superficiale uniforme

- Flusso di calore totale $\dot{Q} = \dot{m}c_p(T_{b,u} - T_{b,i})$:

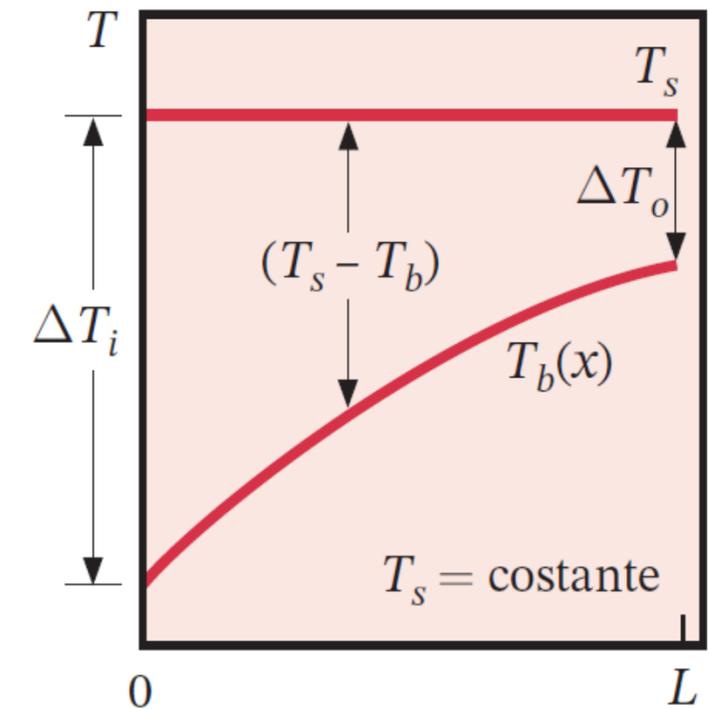
$$\dot{Q} = \dot{m}c_p \left[(T_s - T_{b,i}) - (T_s - T_{b,u}) \right] = \dot{m}c_p (\Delta T_i - \Delta T_u)$$

Prendendo $\dot{m}c_p$ dall'integrale dell'equazione differenziale:

$$\dot{m}c_p = -PL\bar{h}_L / \ln \left(\frac{\Delta T_u}{\Delta T_i} \right)$$

con $A_s = PL$ si ottiene:

$$\dot{Q} = A_s \bar{h}_L \Delta T_{ml} \quad \text{con} \quad \Delta T_{ml} \equiv \frac{\Delta T_u - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_u / \Delta T_i)}$$



Convezione forzata: flussi interni - 18

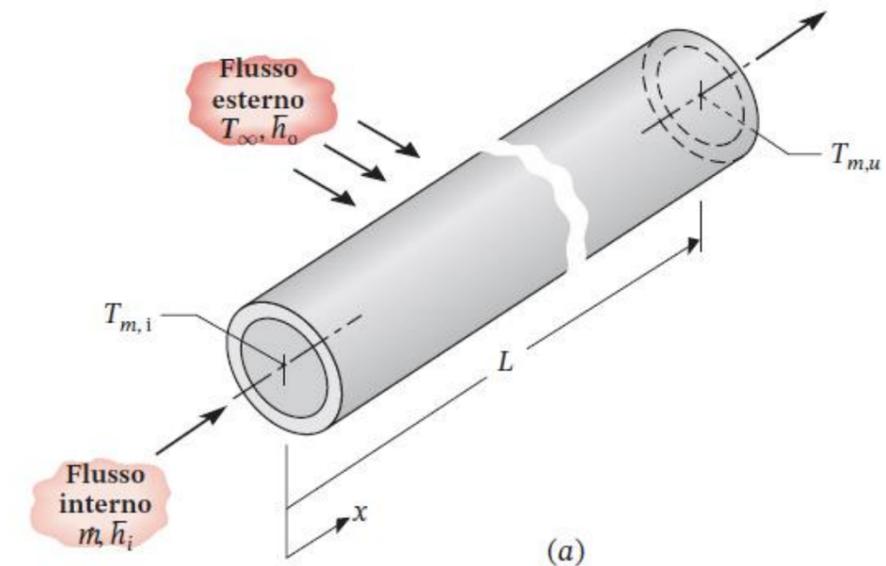
Fluido esterno

In molte applicazioni è la temperatura del fluido esterno ad essere fissata e non la temperatura della superficie esterna del tubo. In tal caso si può sostituire T_s con T_∞ mentre \bar{h} è sostituito con \bar{U} (il coefficiente globale medio di scambio termico), per cui ne discende che:

$$\frac{\Delta T_u}{\Delta T_i} = \frac{T_\infty - T_{b,u}}{T_\infty - T_{b,i}} = \exp\left(-\frac{\bar{U}A_s}{\dot{m}c_p}\right)$$

Il prodotto $\bar{U} \cdot A_s$ fornisce lo stesso risultato indipendentemente da che sia stato definito in funzione della sup. interna o esterna del tubo

$$\dot{Q} = \bar{U}A_s \Delta T_{ml}$$



Convezione forzata: flussi interni - 19

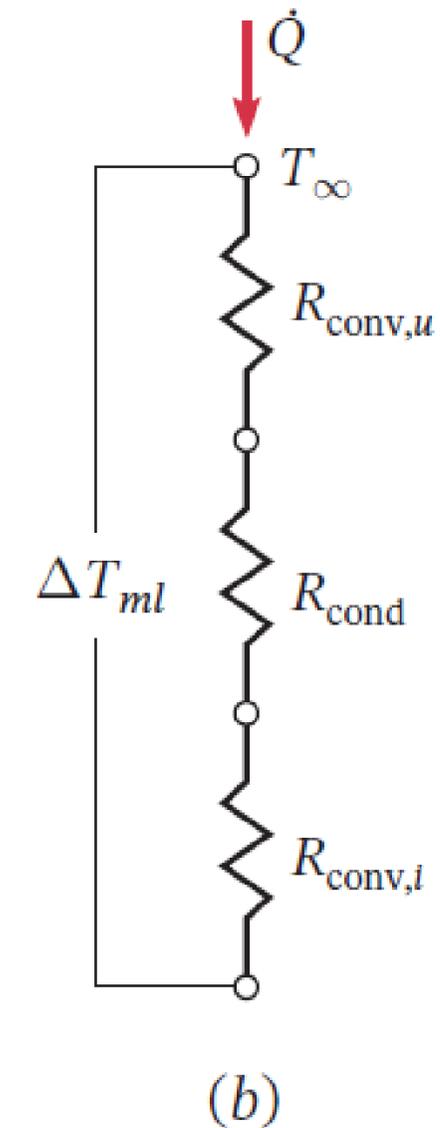
Fluido esterno

Si noti che $(\bar{U} \cdot A_s)^{-1}$ è la resistenza termica totale tra i due fluidi, per cui si ottiene:

$$\frac{\Delta T_u}{\Delta T_i} = \frac{T_\infty - T_{b,u}}{T_\infty - T_{b,i}} = \exp\left(-\frac{1}{\dot{m}c_p R_{\text{tot}}}\right)$$

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T_{ml}}{R_{\text{tot}}}$$

In figura a lato si riporta il **circuito termico** che rappresenta le resistenze convettive interna ed esterna e la resistenza conduttiva nel tubo.



Convezione forzata: flussi interni - 20

Correlazioni di convezione per tubi: regione completamente sviluppata
Regime laminare

Nel caso di moto in un tubo circolare caratterizzato da flusso di calore superficiale uniforme e condizioni laminari completamente sviluppate, il numero di Nusselt è una costante indipendente da Re_D .

$$Nu_D = \frac{hD}{\lambda} = 4.36 \quad [q_s'' = \text{uniforme}]$$

Quando la condizione termica superficiale è caratterizzata da una temperatura superficiale uniforme, i risultati sono analoghi ma con valore di Numero di Nusselt inferiore.

$$Nu_D = \frac{hD}{\lambda} = 3.66 \quad [T_s = \text{uniforme}]$$

Convezione forzata: flussi interni - 21

Correlazioni di convezione per tubi: regione completamente sviluppata
Regime laminare

Nelle applicazioni riguardanti trasporto per convezione in tubi non circolari, si possono applicare, in prima approssimazione, le precedenti correlazioni utilizzando il **diametro idraulico** D_h :

$$D_h \equiv \frac{4A_c}{P}$$

dove A_c e P sono l'area trasversale e il perimetro bagnati, rispettivamente.

Questo approccio non è molto accurato per i tubi non circolari con sezioni trasversali caratterizzate da angoli acuti. Sono disponibili correlazioni appropriate per questi casi specifici.

Convezione forzata: flussi interni - 22

Correlazioni di convezione per tubi: regione completamente sviluppata
Regime laminare

TABLE 8.1 Nusselt numbers and friction factors for fully developed laminar flow in tubes of differing cross section

Cross Section	$\frac{b}{a}$	$Nu_D = \frac{hD_h}{k}$		Re_{D_h}
		(Uniform q_s'')	(Uniform T_s)	
	—	4.36	3.66	64
	1.0	3.61	2.98	57
	1.43	3.73	3.08	59
	2.0	4.12	3.39	62
	3.0	4.79	3.96	69
	4.0	5.33	4.44	73
	8.0	6.49	5.60	82
	∞	8.23	7.54	96
 Heated	∞	5.39	4.86	96
 Insulated	∞	5.39	4.86	96
	—	3.11	2.49	53

Convezione forzata: flussi interni - 23

Correlazioni di convezione per tubi: regione completamente sviluppata
Regime turbolento

Un'espressione comunemente usata per determinare il numero di Nusselt locale nel caso di flusso turbolento completamente sviluppato (fluidodinamicamente e termicamente) in tubo circolare liscio è la correlazione di Dittus-Boelter:

$$\text{Nu}_D = 0.023 \text{Re}_D^{4/5} \text{Pr}^n \quad \left[\begin{array}{l} 0.6 \leq \text{Pr} \leq 160 \\ \text{Re}_D \gtrsim 10\,000 \\ \frac{L}{D} \gtrsim 10 \end{array} \right]$$

dove $n = 0.4$ nel caso di riscaldamento ($T_s > T_b$) e $n = 0.3$ nel caso di raffreddamento ($T_s < T_b$).

Le proprietà del fluido devono essere valutate alla temperatura di mescolamento media.

La correlazione fornisce buoni risultati per differenze ($T_s - T_b$) moderate.

Convezione naturale - 1

- Si considerano ora le situazioni di convezione naturale (o libera) in cui non vi è alcun movimento forzato, ma la trasmissione del calore avviene a causa di **correnti convettive indotte dalle forze di galleggiamento che derivano da differenze di densità causate dalla variazione di temperatura del fluido.**
- **Le velocità del moto in convezione naturale sono generalmente molto inferiori di quelle associate alla convezione forzata,** anche i corrispondenti flussi termici sono inferiori.
- Tuttavia la convezione naturale può fornire una maggiore resistenza allo scambio termico
- È spesso il modo di trasmissione del calore sfruttato in sistemi elettronici, in virtù dei costi ridotti di funzionamento e dell'assenza di manutenzione.
- La convezione naturale è importante anche nelle scienze ambientali, dove è responsabile dei moti oceanici ed atmosferici.

Convezione naturale - 2

Caratteristiche fenomenologiche

- L'esistenza di un gradiente di temperatura, all'interno di un fluido in quiete, non è sufficiente ad originare un moto convettivo.

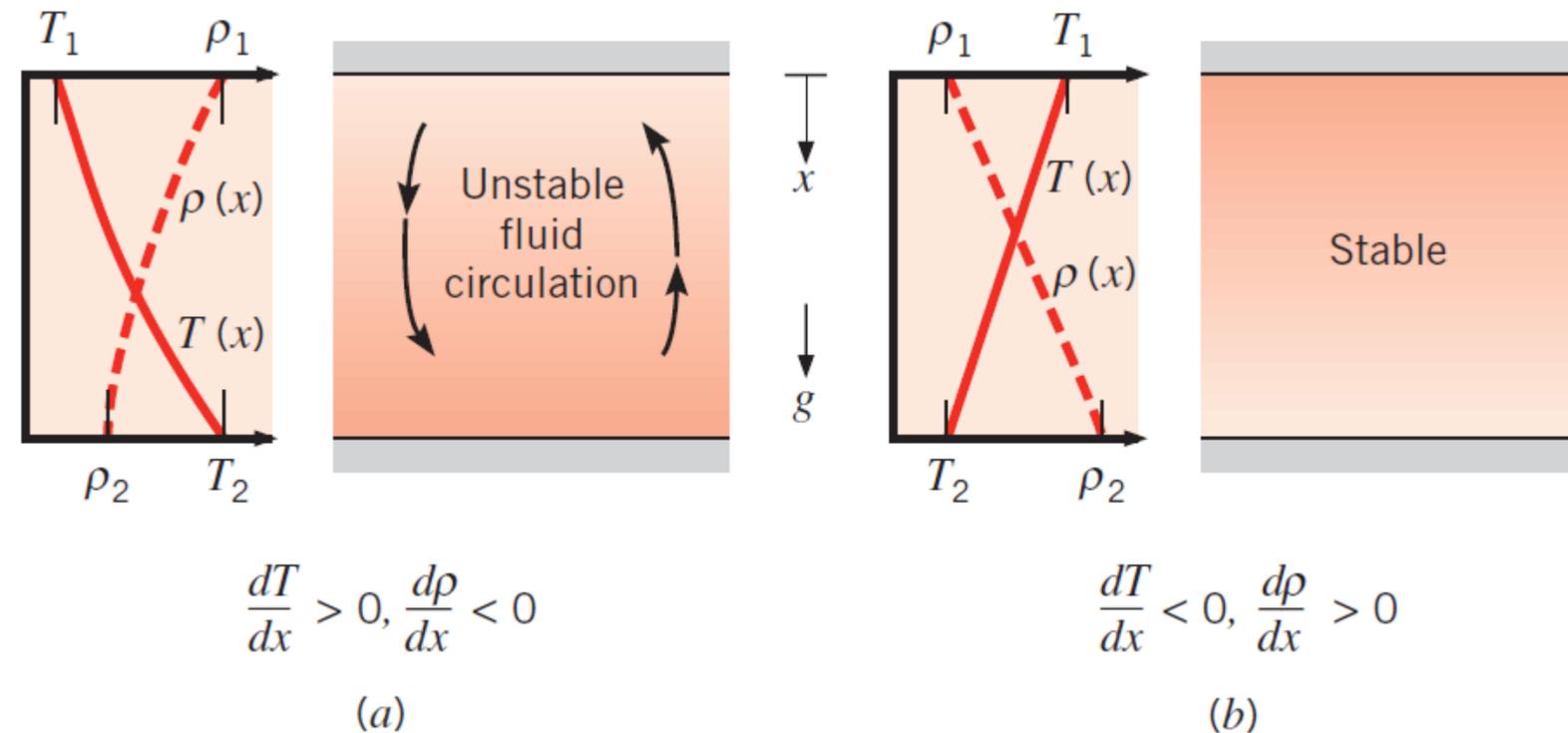
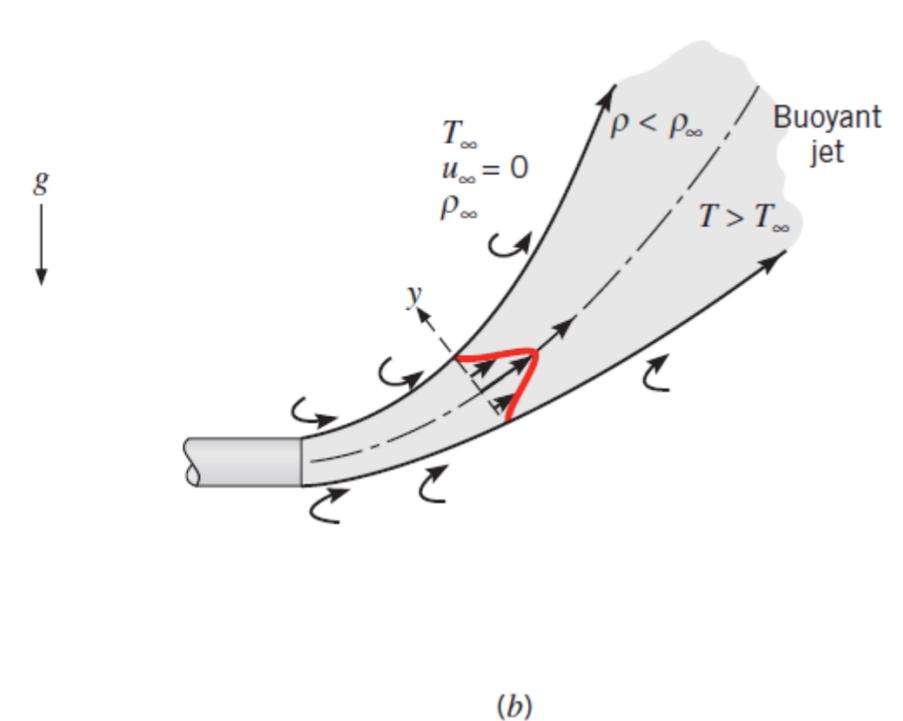
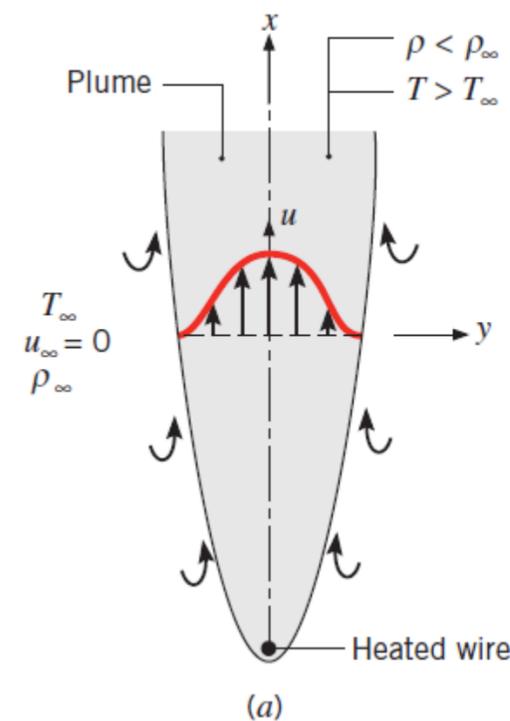


FIGURE 9.1 Conditions in a fluid between large horizontal plates at different temperatures: (a) Unstable temperature gradient. (b) Stable temperature gradient.

Convezione naturale - 3

Classificazione

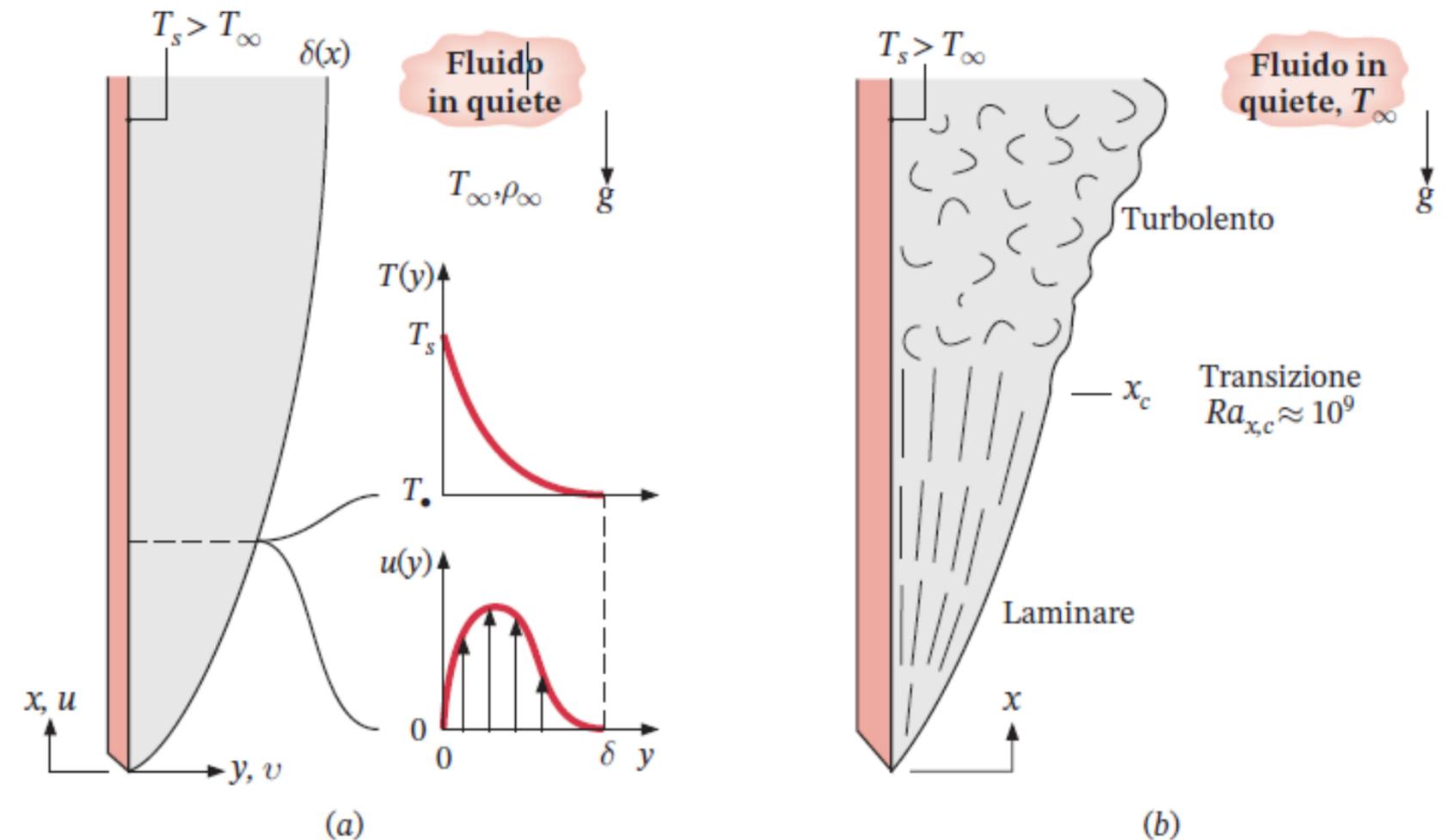
- I problemi di convezione naturale possono essere classificati a seconda che il flusso sia contenuto da una superficie o meno.
- In assenza di una superficie, il moto può aver luogo come *plume* o *getto* (v. figura).
- Noi ci limitiamo a considerare flussi confinati da una o più pareti, e l'esempio classico è quello della convezione naturale lungo una lastra verticale riscaldata.



Convezione naturale - 4

Considerazioni termiche e sul flusso

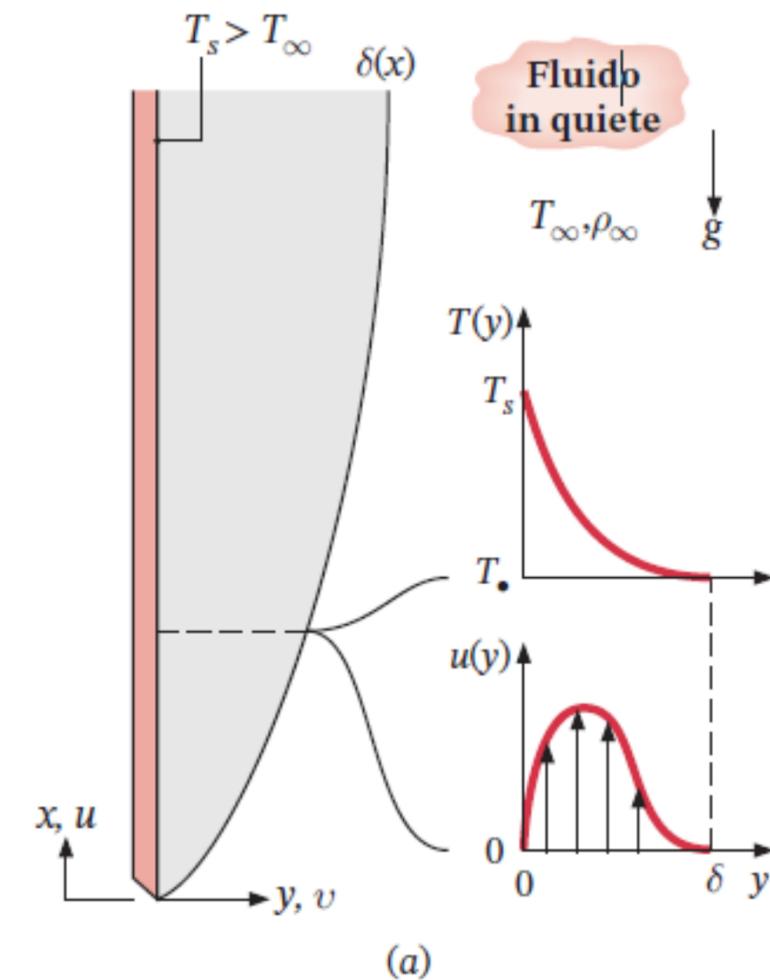
- Per illustrare la natura dello sviluppo dello strato limite nella convezione naturale, si consideri una piastra riscaldata verticale immersa nel fluido di raffreddamento esteso ed in quiete.
- Dal momento che la piastra è più calda del fluido ($T_s > T_\infty$), il fluido vicino alla piastra è meno denso del fluido nella regione in quiete.



Convezione naturale - 5

Considerazioni termiche e sul flusso

- Il gradiente di densità del fluido e il campo gravitazionale creano la forza di galleggiamento che induce il moto di convezione naturale nello strato limite in cui il fluido riscaldato risale.
- La velocità in corrispondenza della superficie è nulla (condizione di non scorrimento), con l'aumentare della distanza y dalla piastra la velocità aumenta fino ad un valore massimo per poi ridursi a zero quando $y \rightarrow \infty$.
- Queste condizioni definiscono lo spessore $\delta(x)$ dello strato limite.



Convezione naturale - 6

Considerazioni termiche e sul flusso

- È consuetudine correlare il verificarsi della transizione al numero di Rayleigh critico, che per piastre verticali è:

$$Ra_{x,c} = Gr_{x,c} Pr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)x_c^3}{\nu\alpha} \approx 10^9$$

- Il parametro adimensionale che caratterizza i flussi in convezione naturale è il numero di Grashof, che rappresenta il rapporto tra la forza di galleggiamento e quella viscosa:

$$Gr_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2} \quad \text{con} \quad \beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{\rho} \frac{p}{RT^2} = \frac{1}{T}$$

coefficiente
volumetrico di
dilazione termica β

- Per regimi di convezione naturale, il coefficiente di convezione è funzionalmente espresso da equazioni del tipo:

$$\overline{Nu}_L = f(Gr_L, Pr)$$

Convezione naturale - 7

Considerazioni termiche e sul flusso

- Le correlazioni empiriche più comuni adatte per calcoli ingegneristici si basano sulla lunghezza caratteristica L e hanno la forma:

$$\overline{\text{Nu}}_L = \frac{\bar{h}L}{\lambda} = C \text{Ra}_L^n$$

$$\text{Ra}_L = \text{Gr}_L \text{Pr} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha}$$

- In genere $n = 1/4$ per regime laminare ed $n = 1/3$ per regime turbolento.
- In moto turbolento h_L è indipendente da L .
- Tutte le proprietà sono valutate alla cosiddetta temperatura di film: $T_f \equiv (T_s + T_\infty)/2$.

Convezione naturale - 8

Correlazioni: la lastra verticale

- Le correlazioni seguenti sono utilizzabili per problemi di convezione naturale su piastra verticale:

Laminare

$$\overline{\text{Nu}}_L = 0.59 \text{Ra}_L^{1/4} \quad [10^4 \leq \text{Ra}_L \leq 10^9]$$

Turbolento

$$\overline{\text{Nu}}_L = 0.10 \text{Ra}_L^{1/3} \quad [10^9 \leq \text{Ra}_L \leq 10^{13}]$$

- In alternativa, si può utilizzare la correlazione di Churchill-Chu su tutta la gamma di valori di Ra_L :

$$\overline{\text{Nu}}_L = \left\{ 0.825 + \frac{0.387 \text{Ra}_L^{1/6}}{\left[1 + (0.492/\text{Pr})^{9/16}\right]^{8/27}} \right\}^2$$

- In regime laminare, si può ottenere una maggiore precisione applicando la correlazione seguente:

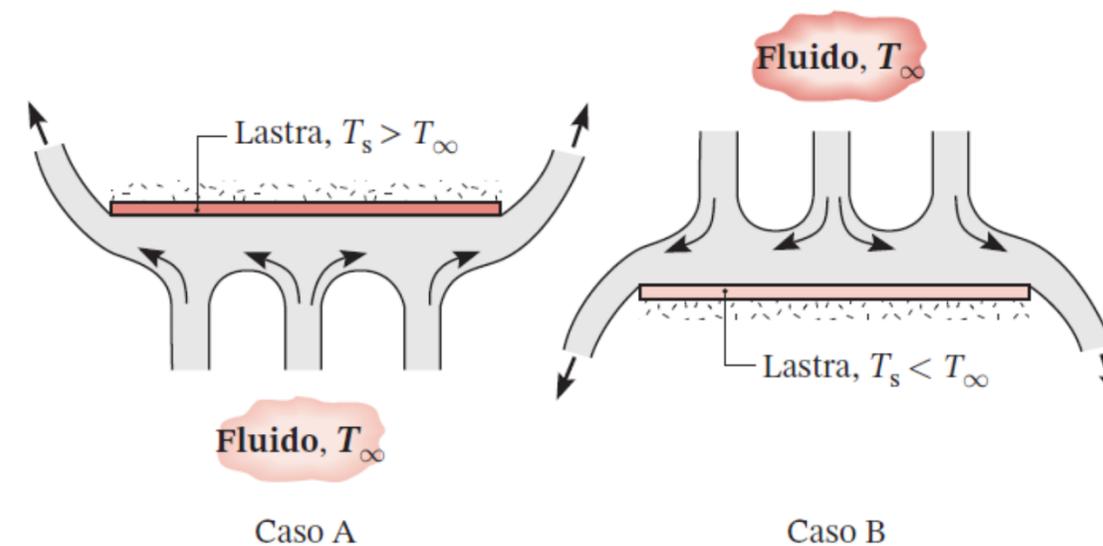
$$\overline{\text{Nu}}_L = 0.68 + \frac{0.670 \text{Ra}_L^{1/4}}{\left[1 + (0.492/\text{Pr})^{9/16}\right]^{4/9}} \quad [\text{Ra}_L \lesssim 10^9]$$

- Queste correlazioni valgono anche per cilindri verticali di altezza L se $(D/L) > (35/Gr_L^{1/4})$ cioè se lo spessore dello strato limite δ è molto inferiore al diametro del cilindro D .

Convezione naturale - 10

Correlazioni: la lastra orizzontale

- Una lastra piana verticale induce una forza di galleggiamento e un moto diretto verso l'alto o verso il basso a seconda che la piastra sia più calda o più fredda rispetto al fluido ambiente.
- Per una superficie calda rivolta verso il basso (**caso A**) e una superficie fredda rivolta verso l'alto (**caso B**), la tendenza del fluido a salire o a scendere, rispettivamente, è ostacolata dalla piastra. Il flusso deve muoversi in orizzontale prima di poter salire o scendere dai bordi della piastra e lo scambio di calore per convezione risulta alquanto inefficace.

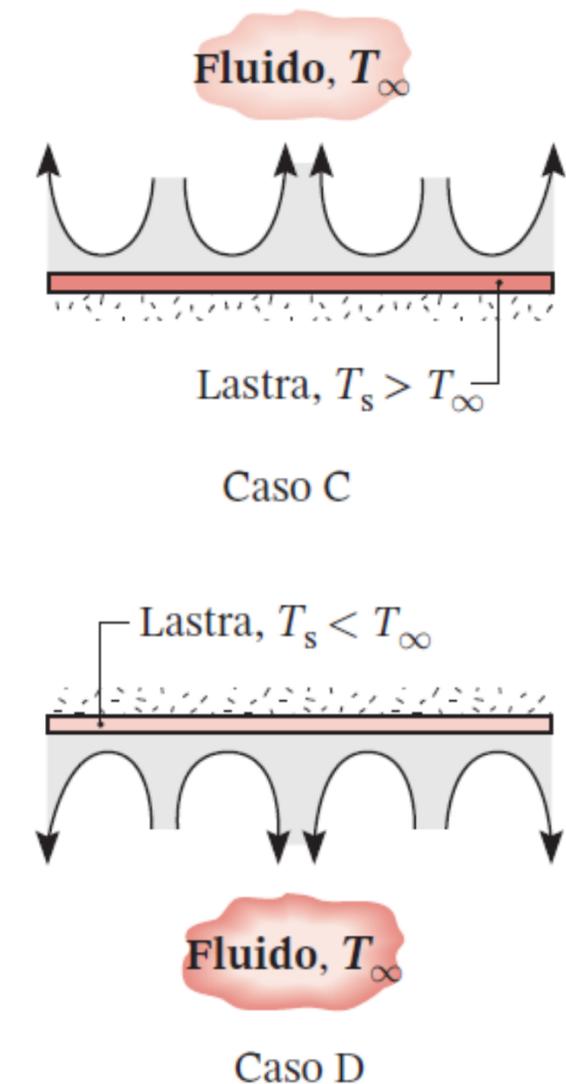


Convezione naturale - 11

Correlazioni: la lastra orizzontale

- Per una superficie calda rivolta verso l'alto (**caso C**) e una superficie fredda rivolta verso il basso (**caso D**), il flusso è guidato dalle particelle di fluido ascendenti e discendenti, rispettivamente.
- La conservazione della massa impone che il fluido caldo ascendente (freddo discendente) sia sostituito dal fluido freddo discendente (caldo ascendente) e lo scambio di calore è molto più efficace rispetto ai casi A e B.
- Le correlazioni ampiamente usate per le lastre orizzontali utilizzano la lunghezza caratteristica L definita di seguito:

$$L \equiv \frac{A_s}{P} \quad \text{dove } A_s \text{ e } P \text{ sono superficie e perimetro della piastra.}$$



Convezione naturale - 12

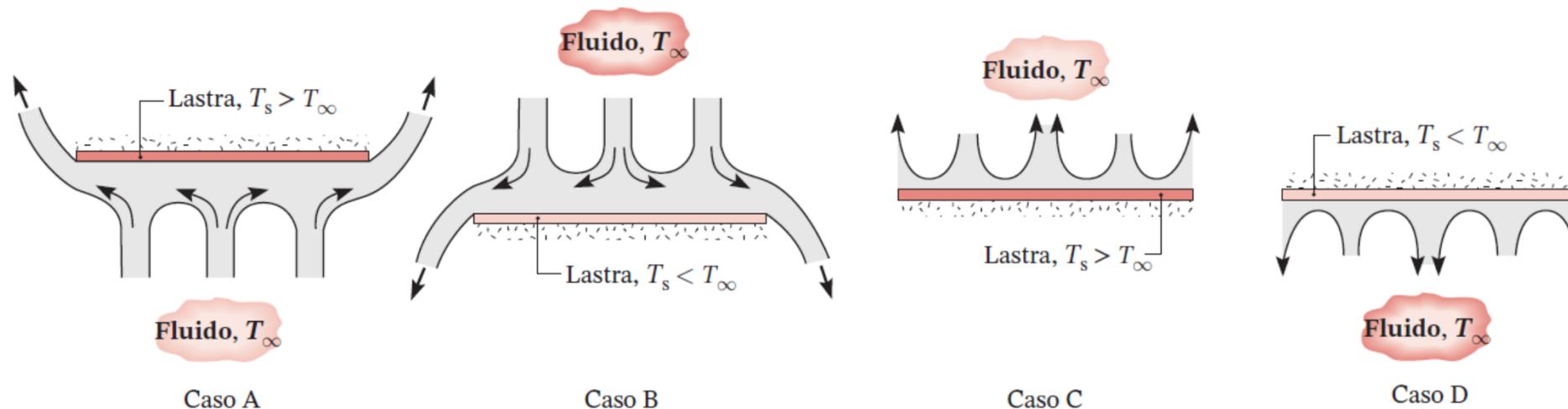
Correlazioni: la lastra orizzontale

- Le correlazioni raccomandate per il numero di Nusselt sono le seguenti:

$$\overline{\text{Nu}}_L = 0.27 \text{ Ra}_L^{1/4} \quad \left[10^5 \lesssim \text{Ra}_L \lesssim 10^{10} \right] \rightarrow \text{Casi A e B}$$

$$\overline{\text{Nu}}_L = 0.54 \text{ Ra}_L^{1/4} \quad \left[10^4 \lesssim \text{Ra}_L \lesssim 10^7 \right] \rightarrow \text{Casi C e D}$$

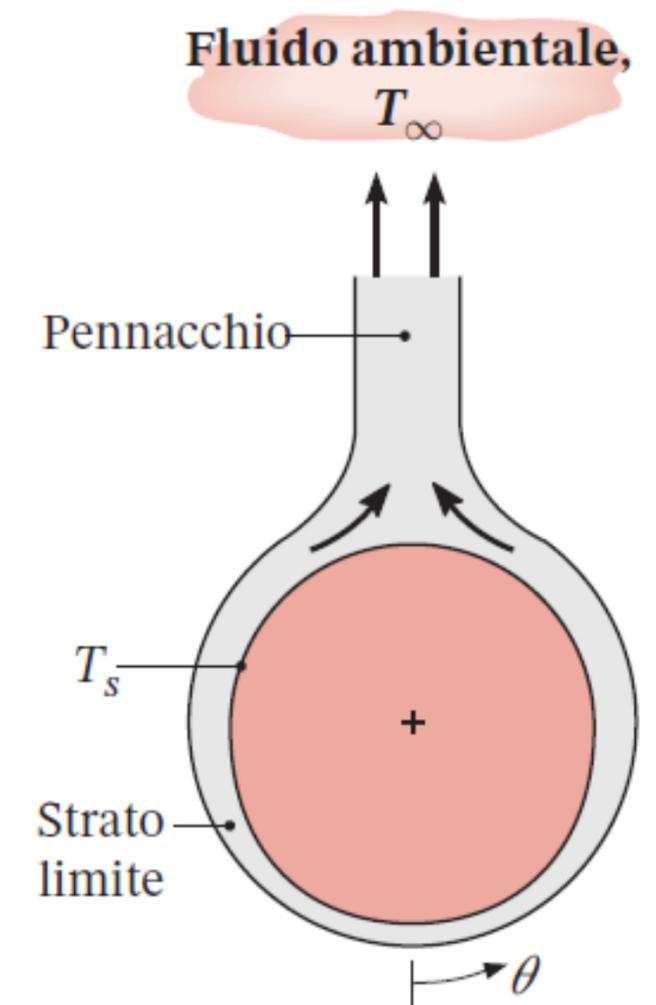
$$\overline{\text{Nu}}_L = 0.15 \text{ Ra}_L^{1/3} \quad \left[10^7 \lesssim \text{Ra}_L \lesssim 10^{11} \right]$$



Convezione naturale - 13

Correlazioni: il cilindro orizzontale

- Per un cilindro riscaldato, lo sviluppo dello strato limite inizia a $\theta = 0^\circ$ e termina a $\vartheta < 180^\circ$ con la formazione di un pennacchio dal cilindro.
- Se il regime resta laminare su tutta la superficie, il coefficiente di convezione locale è massimo per $\vartheta = 0^\circ$ e decresce con l'aumentare di ϑ .
- Questa diminuzione può essere alterata per $R_{aD} > 10^9$ dal verificarsi della transizione alla turbolenza all'interno dello strato limite.
- Se il cilindro è più freddo dell'ambiente, si ha una scia che scende dal cilindro anziché risalire.



Convezione naturale - 14

Correlazioni: il cilindro orizzontale

- Espressioni per intervalli prescritti del numero di Rayleigh sono state ricavate da Morgan per il cilindro lungo orizzontale:

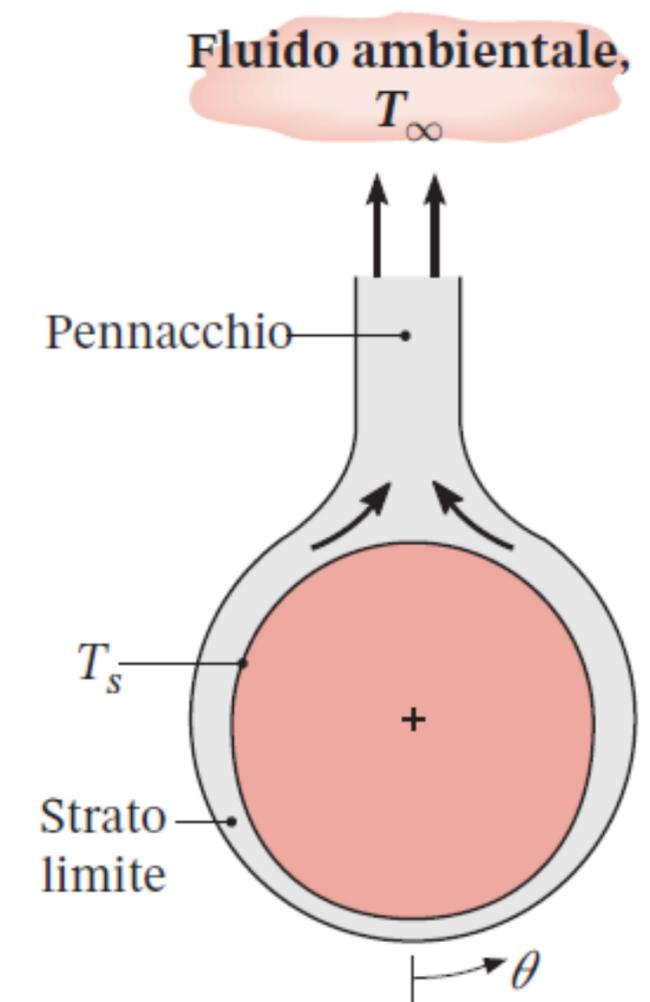
$$\overline{Nu}_D = 0.850 Ra_D^{0.188} \quad [10^2 \leq Ra_D \leq 10^4]$$

$$\overline{Nu}_D = 0.480 Ra_D^{0.250} \quad [10^4 \leq Ra_D \leq 10^7]$$

$$\overline{Nu}_D = 0.125 Ra_D^{0.333} \quad [10^7 \leq Ra_D \leq 10^{12}]$$

- La relazione di Churchill-Chu è consigliata per una vasta gamma di numeri di Rayleigh:

$$\overline{Nu}_D = \left\{ 0.60 + \frac{0.387 Ra_D^{1/6}}{\left[1 + (0.559/Pr)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2 \quad [Ra_D \leq 10^{12}]$$



Convezione naturale - 15

Correlazioni: la sfera

- Lo sviluppo dello strato limite per la sfera isoterma è simile a quello del cilindro con la formazione di un pennacchio.
- Si raccomanda la relazione di Churchill per la stima del coefficiente di convezione medio:

$$\overline{Nu}_D = 2 + \frac{0.589 Ra_D^{1/4}}{\left[1 + (0.469 Pr)^{9/16}\right]^{4/9}} \quad [Pr \geq 0.7, Ra_D \leq 10^{11}]$$

