Gottfried Wilhelm von Leibniz

1646–1716

Biografia

□ Gli inizi

Leibniz nacque nel 1646 a Lipsia.

Il padre Friedrich Leibnütz (1597–1652), nativo di Altenberg, era un giurista e professore di etica presso l'Università di Lipsia, la madre Caterina era figlia di un professore e giurista di Lipsia; la famiglia paterna era di origine soraba e il suo cognome originario era Lubeniecz, poi germanizzato in Leibnütz e infine in Leibniz.

Tra gli otto e i dodici anni di età Leibniz, con l'aiuto della biblioteca paterna, apprese da autodidatta le lingue latina e greca. Nel 1661 s'iscrisse all'Università di Lipsia e intraprese gli studi filosofici. Nel 1663 si immatricolò all'Università di Jena, dove studiò matematica, fisica ed astronomia sotto la guida di Erhard Weigel.

A 20 anni volle conseguire la laurea in diritto, ma il Decano della facoltà si oppose sostenendo che era troppo giovane; per aggirare l'ostacolo il 4 ottobre 1666 si immatricolò a Norimberga presso l'Università di Altdorf, dove il 15 novembre presentò la sua tesi *Disputatio* *de casi perplexibus in jure*, ottenendo il 22 febbraio 1667 il titolo di *Juris Utriusque Doctor*.

Nel 1667 divenne segretario di una società segreta di alchimisti, però giunse presto a ridicolizzare i loro esperimenti.

□ **La carriera**

Successivamente fino al 1672 fu al servizio dell'arcivescovo di Magonza Johann Philipp von Schönborn. Durante il periodo trascorso a Magonza riuscì a procurarsi un posto di collaboratore del consigliere di corte Hermann Andreas Lasser. Insieme a Lasser lavorò ad una riforma del diritto romano (*Corpus juris reconcinnatum*), un compito affidatogli dal principe elettore. La sua opera del 1667 *Nova methodus discendae docendaeque jurisprudentiae* (Il nuovo metodo di apprendere e insegnare la giurisprudenza) ottenne nei circoli specializzati un buon apprezzamento.

Nel 1670 Leibniz, nonostante la sua fede luterana, salì al grado di consigliere presso il tribunale supremo di appello. Nel 1672, su incarico di Boyneburg, Leibniz si recò a Parigi come diplomatico e vi rimase fino al 1676. Durante questo soggiorno, sottopose a Luigi XIV un piano per una campagna di occupazione dell'Egitto, per distoglierlo dalle guerre di occupazione in Europa, ma il re respinse il progetto.

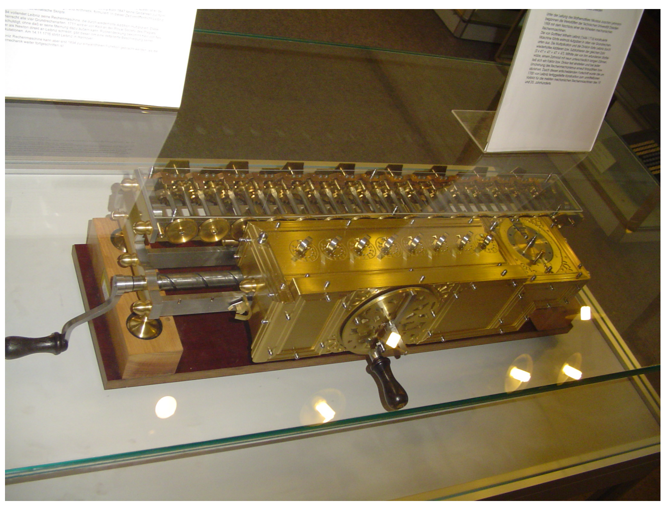
In questo periodo fece la conoscenza di **Christian Huygens** che gli suggerì di leggere Pascal e sotto la cui guida approfondì gli studi di matematica e di fisica. Huygens gli propose un problema: determinare la somma degli inversi dei numeri triangolari (v. Appendice).

□ *A Londra per la Stepped Reckoner*

Nel 1672 Leibniz, venendo a conoscenza della macchina di Pascal (1642), decise di estendere il progetto della *Pascalina* creando un nuovo calcolatore capace di eseguire, oltre alle operazioni di somma e differenza già presenti nella macchina di Pascal, anche le operazioni di moltiplicazione e divisione, operando su numeri a sedici cifre. Egli presentò un modello di legno della macchina alla *Royal Society* di Londra nel 1673 e fu incoraggiato ad ultimare il suo progetto. Torna ancora a Londra nel 1676 e completa la macchina nel 1694.

La calcolatrice di Leibniz (in inglese *Stepped Reckoner*) è stata la prima calcolatrice meccanica della storia in grado di eseguire le quattro operazioni aritmetiche.

Benché Leibniz fosse stato influenzato dalla *Pascalina*, il suo progetto fu assolutamente innovativo sia da un punto di vista concettuale che tecnico. Diversi problemi meccanici, oltre a un difetto di progettazione nel meccanismo di riporto, impedirono alla macchina di funzionare in modo affidabile.



Della macchina furono creati solo due prototipi, di cui solo uno è stato recuperato.

Nonostante i difetti meccanici, la *Stepped Reckoner* divenne un nuovo punto di riferimento per i progettisti di calcolatrici.

A Londra acquista *Lectiones geometriae* di Barrow e, forse il *De analysis* di Newton.

□ Alle Corti d'Europa

Già dal 1668, il duca Giovanni Federico di Brunswick-Lüneburg aveva proposto a Leibniz l'incarico di bibliotecario presso la sua città di residenza, Hannover; Leibniz accettò infine l'invito del duca e nell'arco di due anni fu anche consigliere di corte di Giovanni Federico.

Nel 1682–1686 Leibniz si occupò dei problemi tecnici delle miniere dell'Oberharz.

In questo periodo elabora e studia il *Triangolo armonico* (v. Appendice), sperando ingenuamente di poter calcolare la somma di qualunque serie infinita.

Passa poi all'Analisi infinitesimale e nel **1676** giunge alla consapevolezza di aver trovato un metodo generale. Chiama le due procedure *"Calculus differentialis"* e *"Calculus integralis"*. Nella prima esposizione *Nova Methodus pro maximis et minimis* **(1684)** presenta anche le formule di derivazione del prodotto e del quoziente di funzioni.

Nel **1686** spiega esplicitamente che tangente e quadratura sono procedimenti inversi l'uno dell'altro.

Dal 1685 Leibniz viaggiò attraverso l'Europa per conto del casato dei Welfen allo scopo di scrivere una storia di quella famiglia; nel 1688 ebbe l'occasione di ottenere udienza a Vienna dall'imperatore Leopoldo I d'Asburgo e gli espose i suoi piani per una riforma monetaria, del commercio e dell'industria, per il finanziamento delle guerre turche, la costruzione degli archivi imperiali e molte altre cose, ma tutto ciò gli procurò solo grande attenzione da parte dell'Imperatore.

Nel 1698 andò ad abitare ad Hannover, nella casa che oggi da lui prende il nome.

Nel 1700, dopo trattative con il principe Federico III, il futuro re Federico I di Prussia, furono realizzati i progetti per un'Accademia reale prussiana delle Scienze, sul modello di quelle francese e inglese. L'accademia venne fondata ed egli ne fu il primo presidente.

Leibniz fondò in totale tre accademie, che sono ancor oggi attive: la *Società brandeburghese delle Scienze* (oggi nota come Società berlinese delle Scienze e anche come Accademia delle scienze di Berlino), l'*Accademia di Vienna* e quella di *San Pietroburgo*.

Leibniz fu, presumibilmente verso la fine del 1711, elevato al rango di nobile dall'imperatore Carlo VI con il titolo di barone, ma ne manca la relativa documentazione.

Poco prima della sua morte i rapporti con la casa di Hannover, ora guidata da Giorgio I Ludovico, si raffreddarono.

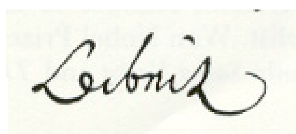
□ Morte e sepoltura

Leibniz, sempre più solo, morì ad Hannover il 14 novembre 1716, all’età di 70 anni e la sua salma venne inumata nella chiesa luterana di San Giovanni.

La cornice in cui si svolse la cerimonia della sepoltura è controversa. Molti sostengono che la salma fosse accompagnata solo dal suo segretario e che nessun prete abbia accompagnato la sepoltura.

Sulla bara il consigliere Eckhart fece apporre un ornamento che mostrava un 1 all’interno di uno 0, con l’iscrizione

OMNIA AD UNUM



La controversia tra Newton e Leibniz

La nascita del calcolo infinitesimale

Da un punto di vista scientifico, mentre con Kepler la Germania aveva raggiunto un altissimo livello, negli anni che separano Kepler e Leibniz si è verificata una carenza da parte della scienza tedesca che resta completamente estranea al fervore di ricerche caratteristico invece degli altri Stati europei (in particolare Francia e Inghilterra). Molto probabilmente questa fu dovuta alla partecipazione della Germania alla guerra dei Trent'anni.

È proprio grazie a Leibniz che la scienza tedesca tornerà ad avere una fondamentale importanza nella cultura europea, collegandola soprattutto ai recenti sviluppi raggiunti dalla scienza nel resto d'Europa (in particolare da Cartesio, Pascal e Newton).

Il tutto iniziò con la necessità di trovare una concezione nuova che potesse risolvere i difetti e le lacune delle impostazioni precedenti.

Quindi, mentre Leibniz si trovava a Parigi, sotto consiglio del fisico Huygens e influenzato dagli scritti di Euclide, Descartes, Pascal e dei vari matematici che si erano occupati di questioni infinitesimali, cominciò a cimentarsi con problemi di analisi, cercando nuovi metodi per tracciare le tangenti, e comprese il collegamento tra i due grandi problemi studiati fino a quel momento: la quadratura delle curve e la determinazione delle tangenti.

I suoi studi ebbero una svolta quando, trovandosi a Londra, fu informato che recentemente Newton aveva portato a termine ricerche significative, ancora inedite, sui problemi infinitesimali, rispondendo che anche lui era giunto a risultati notevoli a riguardo.

Nonostante non lo conobbe mai di persona, la figura di Newton ebbe una particolare rilevanza per Leibniz, soprattutto per quanto riguarda il calcolo infinitesimale. Infatti, anche dopo essere tornato a Parigi, cercò di ricevere notizie riguardanti le scoperte dell'inglese.

Nel 1676, dopo molte insistenze, Leibniz ottenne finalmente, alcune informazioni più particolari. Infatti Newton gli inviò (per tramite di Olenburg, un comune conoscente) due famose lettere, nella prima delle quali sono riportati il teorema del binomio per esponenti razionali qualunque e gli sviluppi in serie di alcune funzioni, mentre nella seconda sono riportati molti risultati riguardanti le quadrature di curve, oltre a un metodo per calcolare π in modo più rapido che non con la *serie di Leibniz*. In questa seconda lettera si trovano poi alcune indicazioni sul metodo delle flussioni, date però a mezzo di veri crittogrammi indecifrabili.

Rispondendo all'Olenburg, Leibniz dichiarò che le ricerche di Newton avevano scopo analogo alle sue, ma nonostante ciò erano diverse; allo stesso tempo enumerò varie questioni che egli era in grado di risolvere, ma senza svelare il proprio metodo di risoluzione.

Dopo la fondazione della rivista scientifica *Acta eruditorum*, nel 1677 Leibniz aveva in mente di pubblicare una memoria sul calcolo infinitesimale, ma non lo fece, volendola rendere più perfetta.

Solo nel 1684 pubblicò una esposizione sistematica del calcolo differenziale, la celebre memoria *Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas, nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus*.

In questa commise l'errore di non menzionare le corrispondenti ricerche di Newton, che invece aveva accennato a Leibniz nello scolio del primo libro dei suoi *Principia*. Questo evento fu un accenno alla grande diatriba tra Leibniz e Newton, che tuttavia iniziò soltanto nel 1699 per opera di Nicolas Fatio de Duillier.

Questa faccenda fu talmente importante che la contesa continuò anche dopo la morte di Leibniz e nella terza edizione dei *Principia* Newton fece modificare lo scolio in cui venivano riconosciuti i meriti del tedesco.

Essa non finì nemmeno con la morte di Newton, ma si trasformò in una specie di conflitto scientifico tra Inghilterra e Germania (poi tra Inghilterra e continente). Infatti, la forma differenziale fu adottata dai matematici continentali e respinta invece dagli inglesi, i quali proprio per questa loro posizione di principio incontrarono non pochi ostacoli nello sviluppo delle ricerche infinitesimali.

Anche a causa di questa discussione, si deve specificare che non è possibile ritenere Leibniz l'inventore di questo ramo della matematica, ma se si limita la novità della celebre invenzione alla precisazione delle regole per il calcolo degli infinitesimi, e quindi si attribuisce una particolare importanza alla parte formale del calcolo, si deve riconoscere che l'opera di Leibniz non solo non ha ricalcato pedissequamente quella di Newton, ma l'ha sopravanzata di molto.

A riguardo Guido Castelnuovo scrive:

≪*Nel calcolo infinitesimale odierno si trovano maggiori tracce dei procedimenti formali di Leibniz che di quelli, sostanzialmente equivalenti, dovuti al sommo matematico inglese*≫.

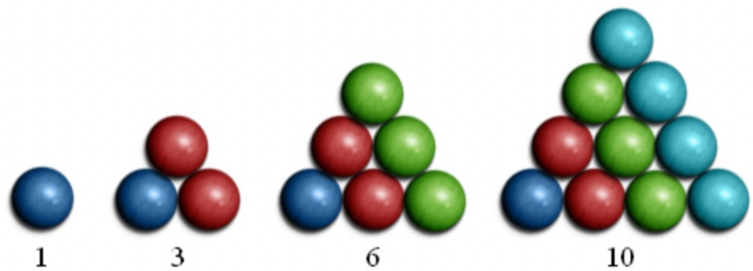
Hermann Hankel precisa:

≪*Anche se Leibniz avesse conosciuto tutti i metodi del suo rivale, sarebbe stato sufficiente il suo solo algoritmo a renderlo immortale; già lo stesso* *linguaggio comune l'ha riconosciuto con sicuro istinto, attribuendo il nome di "metodo delle flussioni e delle fluenti" alla scoperta di Newton, e quello invece più importante di "calcolo differenziale e integrale" alla scoperta di Leibniz≫.*

La differenza tra i due sta anche nel fatto che, a differenza di Newton, Leibniz inventò il calcolo infinitesimale a partire da considerazioni essenzialmente filosofiche, diventando "la base di un sistema generale delle cose" , e infatti André Bloch scrive:

≪Leibniz aspirava a dare un sistema completo di tutte le nostre percezioni, e il punto di vista metafisico si mescolava strettamente, in lui, con il punto di vista matematico. Procedendo in un modo tutto diverso, Newton non separava mai le considerazioni infinitesimali dai dati fisici o cinematici che servono a interpretarli≫.

Inversi dei numeri triangolari



I *numeri triangolari* sono

$$T_n = 1 + 2 + 3 + \cdots + n \;=\; \frac{n(n+1)}{2}, \quad n \in \mathbb{N}$$

cioè

$$1, 3, 6, 10, 15, 21, \ldots$$

Il problema che Huygens pone a Leibniz è il calcolo di

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{21} + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+1)}.$$

L'osservazione brillante di Leibniz è

$$\frac{2}{n(n+1)} = 2\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$$

quindi nella sommatoria dei primi k termini, gli addendi si elidono a 2 a 2 e restano solo il primo e l'ultimo:

$$\sum_{n=1}^{k} \frac{2}{n(n+1)} = 2\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{k+1}\right).$$

Il calcolo della somma infinita è dunque

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+1)} = \lim_{k\to\infty} \; 2\left(1 - \frac{1}{k+1}\right) = 2.$$

Il Triangolo armonico

Mettiamo a confronto il triangolo di Tartaglia:

$\binom{i}{j}$	$j=0$	1	2	3	4	5	6
$i=0$	1						
1	1	1					
2	1	2	1				
3	1	3	3	1			
4	1	4	6	4	1		
5	1	5	10	10	5	1	
6	1	6	15	20	15	6	1

con il triangolo armonico di Leibniz:

$L_{r,c}$	$c=0$	1	2	3	4	5	6
$r=0$	1						
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$					
2	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$				
3	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$			
4	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{5}$		
5	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{6}$	
6	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{42}$	$\frac{1}{105}$	$\frac{1}{140}$	$\frac{1}{105}$	$\frac{1}{42}$	$\frac{1}{7}$

Osserviamo che i due triangoli si comportano in modo duale.

• Le differenze.

Nel triangolo di Tartaglia ciascun elemento (tranne quelli che si trovano nella prima colonna) è uguale alla differenza tra il termine immediatamente al di sotto di esso e quello alla sua sinistra, cioè

$$\binom{i}{j} = \binom{i+1}{j} - \binom{i}{j-1}$$

Esempi. $6 = 10 - 4$, $2 = 3 - 1$, $10 = 15 - 5$, $10 = 20 - 10$.

Invece nel triangolo armonico ciascun termine è uguale alla differenza tra il termine immediatamente al di sopra di esso e il termine alla sua destra, cioè

$$L_{r,c} = L_{r-1,c} - L_{r,c+1}.$$

Esempi. $\frac{1}{6} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$, $\frac{1}{12} = \frac{1}{6} - \frac{1}{12}$.

• Le somme.

Nel triangolo di Tartaglia ciascun elemento $\binom{i}{j}$ (tranne quelli che si trovano nella prima colonna) è uguale alla somma di tutti i termini, andando verso l'alto, della colonna $(j-1)$-esima a partire dall'elemento $\binom{i-1}{j-1}$, cioè

$$\binom{i}{j} = \sum_{k=0}^{i-j} \binom{i-1-k}{j-1}.$$

Esempi. $6 = 3 + 2 + 1$, $20 = 10 + 6 + 3 + 1, \ldots$

Nel triangolo armonico ogni elemento $L_{r,c}$ è uguale alla somma di tutti i termini, andando verso il basso, della colonna $(c+1)$-esima a partire dall'elemento $L_{r+1,c+1}$, cioè

$$L_{r,c} = \sum_{k=0}^{\infty} L_{r+1+k,c+1}.$$

Poiché in quest'ultimo caso il numero dei termini è infinito, Leibniz si trovò calcolare somme di serie infinite. In particolare possiamo notare quanto segue:

- La serie della prima colonna è la serie armonica, che diverge;
- i numeri della seconda colonna sono la metà dei reciproci dei numeri triangolari, e Leibniz sapeva che la somma di questa serie è uguale a 1;
- i numeri della terza colonna sono un terzo dei reciproci dei numeri piramidali e il triangolo armonico mostra che la somma di questa serie è uguale a 1/2;
- i numeri della quarta colonna sono un quarto dei reciproci dei numeri quadridimensionali del triangolo di Tartaglia, e la loro somma è uguale a 1/3 ;
- i numeri della n-esima colonna di questo triangolo sono i reciproci dei numeri $(n+1)$-topici e appaiono nella corrispondente $(n+1)$-esima colonna del triangolo di Tartaglia divisi per n.

Le nuove notazioni introdotte da Leibniz

Il rapporto tra gli incrementi di ascissa e ordinata:

$$\frac{dy}{dx}$$

Il simbolo di integrale: $\int$

Il termine "funzione"

Il segno "$=$" (Recorde) di uguaglianza si afferma definitivamente sul simbolo "$\propto$" di Descartes.

Il simbolo di similitudine "$\sim$"

Il simbolo di congruenza "$\cong$"

Le proporzioni $a : b = c : d$

Il simbolismo matriciale