

ESERCIZI DI ANALISI 2
Anno accademico 2024/2025 – Ingegneria
Prof.ssa Rodica Toader

Integrali e volumi

1. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x, y, z) = x;$$

calcolare $\int_E f$, dove

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y^2 + 4z^2 \leq x \leq 9\}.$$

2. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x, y, z) = |xy|;$$

calcolare $\int_E f$, dove

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 4x^2 + 9y^2 \leq z \leq 16\}.$$

3. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x, y, z) = x^2;$$

calcolare $\int_{B_1} f$, dove

$$B_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}.$$

4. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2};$$

calcolare $\int_E f$, dove

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1, |z| \leq x + y\}.$$

5. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x, y, z) = |xz|;$$

calcolare $\int_E f$, dove

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + z^2 \leq y \leq 1\}.$$

6. Calcolare il volume del solido E così definito:

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x - 1)^2 + 4y^2 \leq 1 - z \leq 1\}.$$

7. Calcolare il volume del solido E così definito:

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2 \leq z^2 \leq 4x^2 + y^2 + 1 \leq 5\}.$$

8. Calcolare il volume del solido E così definito:

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 9x^2 + 4y^2 \leq z \leq 1\}.$$

9. Calcolare il volume del solido E così definito:

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq x + y + 1\}.$$

10. Calcolare il volume del solido E così definito:

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z^2 \leq \frac{1}{2}(1 + x^2 + y^2)\}.$$

11. Calcolare il volume del solido E così definito:

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq -1, y \geq -1, x + y \leq 1, 0 \leq z \leq 1 - y^2\}.$$

12. Calcolare il volume del solido E così definito:

$$E = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x + y + z \geq \frac{1}{2}, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \right\}.$$

13. Calcolare il volume del solido E così definito:

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : |x| + |y| \leq 1, 0 \leq z \leq x^2 + 1\}.$$