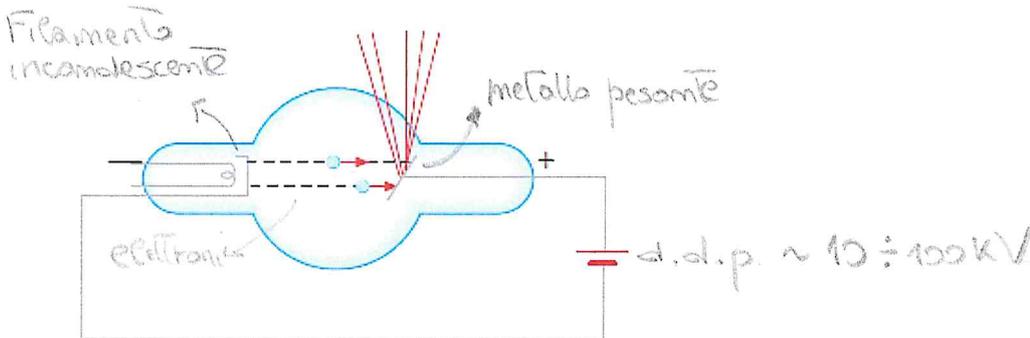


con la meccanica quantistica, in cui l'elettrone non orbita di moto circolare o ellittico intorno al nucleo, ma occupa degli stati stazionari di energia nei quali non irradia.

Radiazione di frenamento (bremsstrahlung)

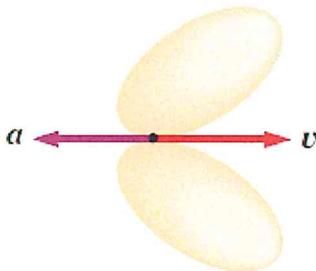
Uno dei meccanismi responsabili della produzione di raggi X, detti anche raggi Roentgen dal nome del loro scopritore, è il frenamento di elettroni in moto.



Il dispositivo per la produzione di raggi X, detto *tubo di Coolidge*, è schematizzato in figura. Un fascio di elettroni, emessi da un filamento incandescente per effetto termoelettronico, viene accelerato da una differenza di potenziale tipicamente compresa tra 10 e 100 kV e colpisce un bersaglio di materiale pesante (rame, piombo). Gli elettroni, penetrando nei primi strati del bersaglio, risentono dei fortissimi campi elettrici locali presenti all'interno del materiale e subiscono notevoli decelerazioni: ciò porta all'emissione di radiazione elettromagnetica, (raggi X) in accordo con la formula di Larmor, in quanto gli elettroni con energia inferiore a 100 keV sono ancora non relativistici. Le frequenze emesse hanno uno spettro continuo fino ad un valore massimo ν_{max} proporzionale alla differenza di potenziale utilizzata per accelerare gli elettroni. Alla frequenza massima corrisponde la lunghezza d'onda minima $\lambda_{\text{min}} = c/\nu_{\text{max}}$, molto inferiore rispetto alle lunghezze d'onda della luce visibile. Ad esempio con $V = 50$ kV si ha $\nu_{\text{MAX}} = 1.2 \cdot 10^{19}$ Hz e $\lambda_{\text{min}} = 2.5 \cdot 10^{-11}$ m.

Nel caso di elettroni relativistici, la legge di Larmor non è più accurata, e la distribuzione angolare della radiazione emessa è del tipo:

$\propto \frac{1}{1 - \beta \cos \theta}$
 (vedi dopo formula di Larmor)



Le direzioni di emissione stanno su una superficie conica avente \mathbf{v} come asse (discorde ad \mathbf{a}).

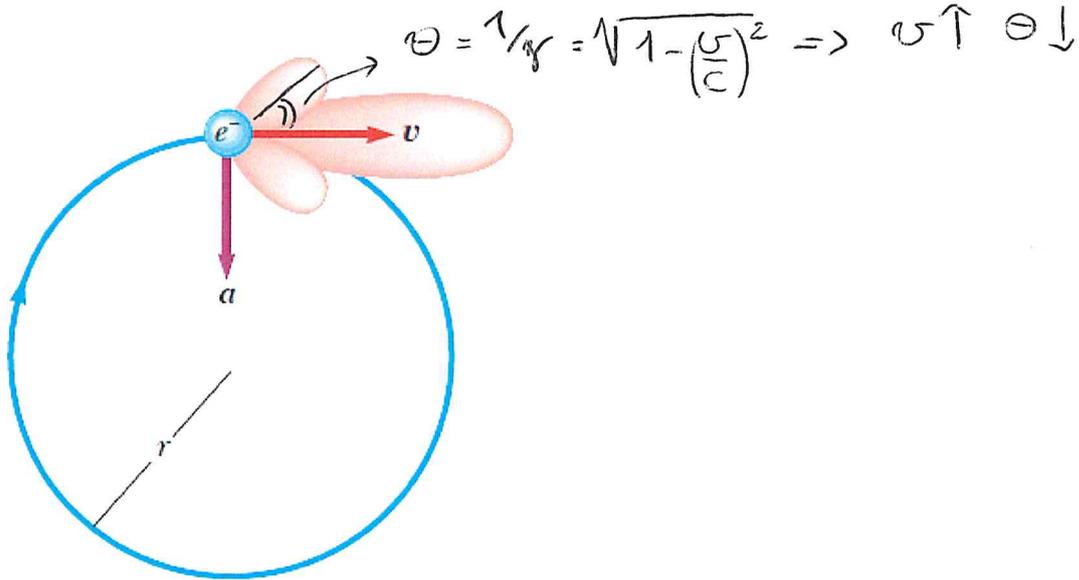
Il cono è tanto più chiuso sull'asse, tanto più alta è l'energia

$$\Delta \phi = \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$$

Apertura conica

Radiazione di sincrotrone:

Consideriamo una particella carica relativistica che si muova con velocità angolare ω costante lungo un'orbita di raggio r ; l'accelerazione è centripeta e vale $a = \omega^2 r$.



In questo caso vale la formulazione relativistica della legge di Larmor, ovvero la formula di Lienard :

$$P_{\text{Lien}} = \frac{e^2 a^2}{6\pi \epsilon_0 c^3} \frac{1}{(1 - \beta^2)^2} = \frac{e^2 \omega^2}{6\pi \epsilon_0 c} \beta^2 \gamma^4 . \quad \text{Formula Lienard}$$

Con

↗ moto circolare

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{\omega r}{c} , \quad a = \omega v = \omega \beta c$$

↘ Termine correzione Relativistica

La radiazione emessa si chiama radiazione di sincrotrone, dal nome dell'acceleratore circolare di particelle in cui viene prodotta. Essa è molto collimata, ed è compresa in ogni punto della traiettoria in un cono con asse tangente alla traiettoria e semiapertura $\vartheta = 1/\gamma$.

Negli ultimi anni sono stati costruiti vari sincrotroni, con parametri simili a quelli dell'esempio, in cui la radiazione prodotta in una piccola porzione dell'anello da un fascio di $\sim 10^{14}$ elettroni viene utilizzata per illuminare campioni di oggetti di cui si vuole conoscere la struttura microscopica. Le indagini spaziano dalla fisica dello stato solido alla biofisica e alla biochimica, studi di macromolecole, e recentemente alla diagnostica medica precoce di noduli tumorali. Si sfrutta in tutto ciò la piccolezza della lunghezza d'onda, se confrontata con quella della luce visibile ($\sim 0.5 \cdot 10^{-6}$ m); È da notare che in questo campo di lunghezze d'onda non esistono in pratica sorgenti naturali (terrestri) con prestazioni paragonabili. Un sincrotrone con le caratteristiche descritte è funzionante presso l'area di ricerca di Trieste. Il sincrotrone è uno dei principali processi radiativi astrofisici. Questo tipo di emissione è dovuta al moto di particelle cariche, prevalentemente elettroni, che si muovono a velocità relativistiche dentro un campo magnetico. Il fenomeno si verifica su diverse scale ed è influenzato solamente dall'energia delle particelle cariche e dall'intensità del campo magnetico. Troveremo dunque l'emissione di sincrotrone associata sia ad oggetti compatti, come stelle di neutroni rotanti, sia ad oggetti estremamente estesi, come gli ammassi di galassie.

buchi neri super massivi

Radiazione emessa dagli atomi. Diffusione della luce

Oltre che dalle sorgenti, per così dire, macroscopiche, come le antenne o altri circuiti oscillanti, e dalle sorgenti costituite da cariche libere accelerate, le onde elettromagnetiche hanno origine da fenomeni a livello atomico e nucleare.

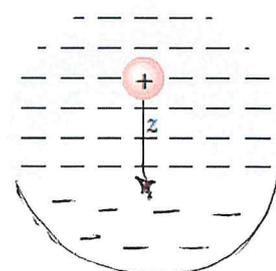
Gli elettroni negli stati legati di singoli atomi liberi o di atomi aggregati in molecole possono essere eccitati, cioè ricevere un'energia ΔU pari al salto tra il livello energetico iniziale e quello finale: i meccanismi di eccitazione sono svariati, andando dagli urti dovuti al moto di agitazione termica agli urti con particelle cariche che attraversano il mezzo o con altri elettroni, come avviene in una scarica elettrica in un gas, e all'assorbimento di radiazione elettromagnetica. Successivamente a tali processi, l'elettrone eccitato si diseccita emettendo l'energia ΔU sotto forma di radiazione elettromagnetica con frequenza $\nu = \Delta U / h$, dove h è la costante di Planck. I valori di ΔU sono caratteristici dei sistemi atomici e dei meccanismi di eccitazione.

Malgrado l'impossibilità di fornire qui una spiegazione completa della radiazione di origine atomica, accenniamo lo stesso al modello classico dell'atomo come sorgente di radiazione affinché certi risultati siano utilizzabili per la comprensione almeno parziale di alcuni fenomeni.

Con riferimento all'atomo di idrogeno, il protone, di carica $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C, si trova al centro di una nube elettronica sferica di raggio $R = 10^{-10}$ m in cui è distribuita uniformemente la carica $-e = -1.6 \cdot 10^{-19}$ C.



(a)



In seguito ad assorbimento di energia dall'esterno, i centri delle due distribuzioni di carica, prima coincidenti, si spostano l'uno rispetto all'altro di z . Il campo elettrostatico prodotto dalla distribuzione di carica negativa genera una forza di richiamo sul protone, e viceversa il protone sulla nube negativa, generando un moto armonico¹ di pulsazione e frequenza:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e R^3}}, \quad \nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \sqrt{\frac{e^2}{16\pi^3 \epsilon_0 m_e R^3}}$$

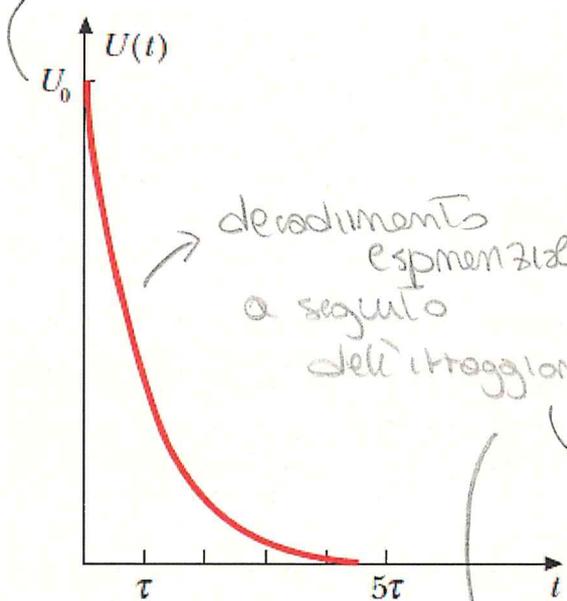
↳ Per una sfera uniforme di carica

Dove ω_0 è una caratteristica dell'atomo in esame. La situazione descritta è assimilabile a quella di un dipolo elettrico oscillante con momento di dipolo massimo $p_0 = e \cdot z$.

↳ sfasamento centri

Il fenomeno è dunque schematizzato nel modo seguente: a seguito dell'eccitazione, avvenuta nell'istante $t = 0$, l'oscillatore acquista l'energia U_0 e successivamente, per effetto dell'irraggiamento, l'energia diminuisce con andamento esponenziale:

↳ Energia Assorbita dall'oscillatore



$$\frac{dU}{U} = -\frac{e^2 \omega_0^2}{6\pi \epsilon_0 m_e c^3} dt, \quad U = U_0 e^{-t/\tau}$$

$$\tau = \frac{6\pi \epsilon_0 m_e c^3}{e^2 \omega_0^2} = \frac{3\epsilon_0 m_e c^3}{2\pi e^2 \nu_0^2} = \frac{4.04 \cdot 10^{21}}{\nu_0^2}$$

↳ Anche la potenza emessa decade exp. Te

↳ l'atomo emette un pacchetto d'onde con frequenza centrale ν_0

¹ Ovvero, l'equazione del moto ha una forma del tipo $m \frac{d^2z}{dt^2} = -kz$, con $k = Ze^2/4\pi \epsilon R^3$ per un campo generato da una sfera uniforme di carica.

$$E = \frac{\rho z}{3\epsilon_0} = \frac{e}{\frac{4}{3}\pi R^3} \frac{z}{3\epsilon_0}$$

$$F = qE = \frac{e^2 z}{4\pi \epsilon_0 R^3}$$

↳ Campo elettrico prodotto da una sfera carica uniformemente

$$q(<z) = \int \frac{4}{3}\pi r^3 \rho = q \frac{r^3}{R^3}$$

Anche la potenza emessa diminuisce esponenzialmente e ciò comporta una diminuzione dell'ampiezza del campo elettrico della radiazione. Possiamo allora dire che l'atomo emette un pacchetto d'onde con frequenza centrale ν_0 .

Secondo il modello classico dell'atomo come oscillatore, quando un campo elettrico E variabile sinusoidalmente nel tempo, $E = E_0 \sin(\omega t)$, quale è quello associato ad un'onda elettromagnetica armonica, agisce sull'atomo, questo assume il momento di dipolo elettrico dato da:

\rightarrow
E armonico
su \rightarrow
atomo

$$\mathbf{p}_a = \epsilon_0 \alpha_e \mathbf{E}_0 \sin \omega t = \mathbf{p}_0 \sin \omega t .$$

$P = 4\pi x$
 $\rightarrow Zex = E 4\pi\epsilon_0 R^3$

Con $\alpha_e = 4\pi R^3$ (l'uguaglianza si ricava considerando il campo elettrico prodotto da una distribuzione uniforme di carica Ze ad una distanza x dal centro $E = -Zex/(4\pi\epsilon_0 R^3)$). Il dipolo elettrico formatosi parallelamente al campo incidente E irradia onde elettromagnetiche con la stessa pulsazione di E e con intensità e potenza espresse dalle leggi riportate in precedenza per un dipolo. Sostituendo in questa $p_0 = \epsilon_0 \alpha_e E_0$, otteniamo

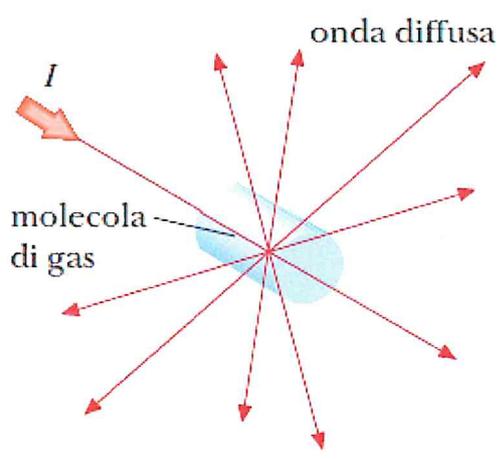
\rightarrow

$$P = \frac{\epsilon_0 \alpha_e^2 \omega^4}{12\pi c^3} E_0^2 .$$

In realtà dipende da ω

$P_{dipolo} = \frac{p_0^2 \omega^4}{12\pi \epsilon_0 c^3}$

Se l'onda elettromagnetica che colpisce l'atomo non è polarizzata la direzione del momento di dipolo \mathbf{p}_a varia casualmente nel tempo per cui alla dipendenza da $\sin^2\theta$, presentata dall'equazione per l'intensità I , si sostituisce una distribuzione sferica. Ad esempio, se un'onda piana non polarizzata incide su un piccolo volume di gas, composto da N atomi, da esso viene emessa un'onda elettromagnetica, detta onda diffusa, che è un'onda sferica con la stessa frequenza dell'onda incidente, intensità uniformemente distribuita in tutte le direzioni e potenza moltiplicata per N . L'argomento sulla formazione dell'onda sferica è lo stesso presentato prima, solo che là ci si riferiva a un meccanismo di eccitazione casuale qualsiasi, anche impulsivo, mentre ora la causa dell'eccitazione è un'onda piana armonica non polarizzata.



con intensità distribuita in modo sferico

Nell'equazione della potenza irradiata la polarizzabilità elettronica α_e non è costante, ma funzione di ω . Tuttavia, se ci riferiamo all'intervallo abbastanza ristretto di frequenze della luce visibile, possiamo ritenere α_e costante. In questo caso la potenza diffusa dipende semplicemente da ω^4 (o λ^{-4}). Se la radiazione incidente contiene tutte le frequenze comprese tra il rosso e il violetto, come avviene per la luce bianca solare, l'equazione mette in evidenza che la luce viola-azzurra viene diffusa maggiormente rispetto alla luce rossa:

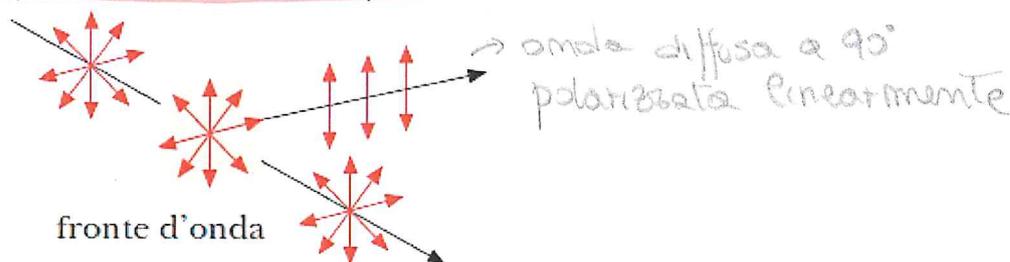
$$\frac{P_V}{P_R} = \frac{\omega_V^4}{\omega_R^4} \approx 6.4.$$

Potenza diffusa Viola-azzurro > Pot. diffusa Rosso

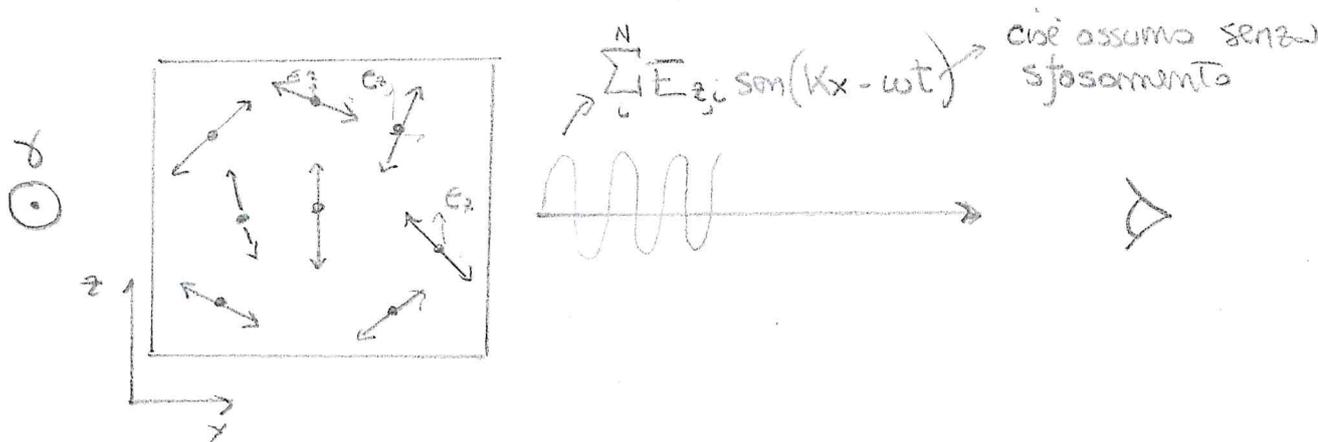
La predominanza delle frequenze nell'intervallo viola-azzurro nella luce diffusa dalle molecole dell'aria e di altre particelle sospese nell'atmosfera determina il colore azzurro del cielo sereno. Per lo stesso motivo, al tramonto il sole ci appare rossastro: la luce attraversa uno strato di atmosfera più spesso, e gran parte della componente blu dei raggi luminosi viene deviata dalla nostra linea di vista, mentre la componente rossa viaggia meno alterata verso di noi. Se nell'aria sono presenti goccioline d'acqua, avvengono fenomeni d'interferenza della luce diffusa da queste ultime e si riduce questa prerogativa; un cielo nuvoloso appare bianco-grigio.

} Colore Cielo e Tramont.

Supponiamo ora di osservare la luce diffusa a vari angoli rispetto alla direzione di propagazione di un'onda piana incidente sul gas, non polarizzata. La luce diffusa lungo la stessa direzione certamente non è polarizzata; se invece si osserva la luce diffusa a 90° , questa è polarizzata linearmente. Infatti i dipoli, pur avendo orientazione casuale, sono ad ogni modo contenuti in un piano ortogonale alla direzione di propagazione dell'onda incidente, cioè in un fronte d'onda di quest'ultima; il campo elettrico dell'onda diffusa è in ogni istante contenuto in questo piano e quindi l'onda emessa a 90° è polarizzata linearmente.



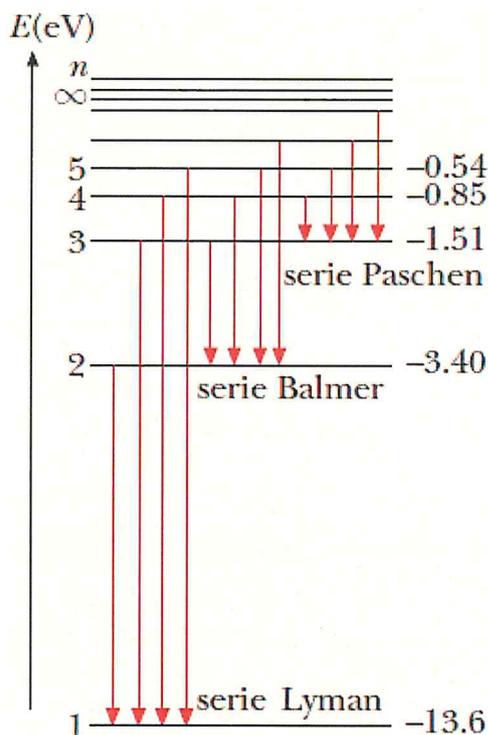
Il fenomeno potrebbe essere visto osservando la luce solare diffusa in direzione perpendicolare ai raggi con uno strumento in grado di rivelare uno stato di polarizzazione; non si può invece avere nessuna evidenza con l'osservazione diretta, cioè senza tale strumento, in quanto l'occhio umano non è sensibile allo stato di polarizzazione della luce.



Assorbimento ed Emissione di onde elettromagnetiche - Righe e bande spettrali e colori

Le caratteristiche di emissione e assorbimento della radiazione da parte della materia possono essere spiegate completamente solo tramite la meccanica quantistica. In particolare, la quantizzazione energetica degli orbitali elettronici implica che se l'onda incidente sul nostro atomo ha un'energia $E=h\nu$ pari alla differenza di energia tra due stati quantici caratteristici dell'atomo ΔU , l'elettrone si eccita, e passa ad un livello energetico più alto. Viceversa se $E \neq \Delta U$, l'atomo (o meglio la nube elettronica) oscilla per poi tornare al suo stato iniziale. Dopo un tempo caratteristico – o a seguito di un'azione esterna che lo perturba, come un urto o della radiazione incidente – l'elettrone si diseccita, mediante un solo salto quantico, o più salti tra i vari livelli energetici intermedi, e torna al suo stato fondamentale, emettendo uno o più fotoni di energia pari al/ai salto/i quantico/i effettuato/i $E=\Delta U=h\nu$.

Per l'atomo di idrogeno – 1 protone ed 1 elettrone – lo spettro dei livelli energetici è del tipo:



Con energia di legame data da:

$$E_n = -\frac{1}{2} \frac{m_e e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2 n^2} = -\frac{13.6}{n^2} \text{ eV} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Energia di
Legame Atomo
Idrogeno

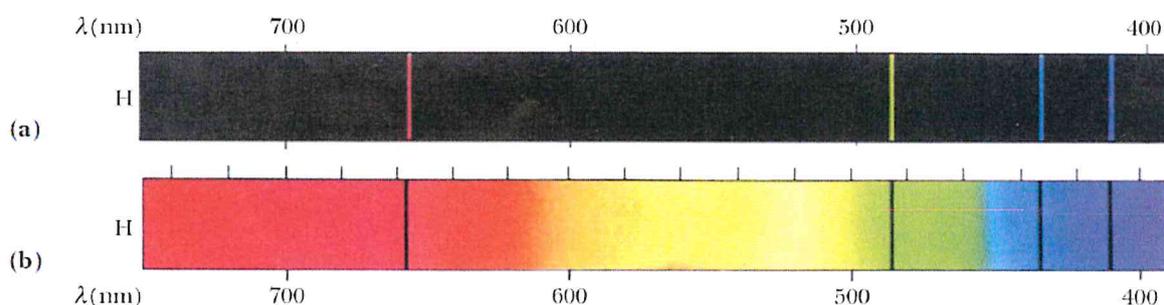
E quindi una differenza di energia tra due stati quantici pari a:

$$h\nu = E_{n_1} - E_{n_2} = \frac{m_e e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) = 13.61 \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \text{ eV} .$$

Differenza
energia livelli
energ. atomo
idrogeno

Lo spettro a righe dell'idrogeno atomico riflette pertanto la struttura quantizzata dell'energia di legame dell'elettrone. La serie di Lyman ($n_s = 1$) si ottiene quando l'elettrone da uno stato eccitato torna direttamente nello stato fondamentale, quella di Balmer quando l'elettrone nella diseccitazione passa attraverso il primo livello eccitato ($n_s = 2$) e così via.

Dato che l'energia del sistema protone-elettrone può assumere solo i valori E_n , che sono detti livelli energetici del sistema stesso, un fotone può essere assorbito solo se ha un'energia $h\nu$ che corrisponde ad un salto quantico tra i livelli. In altre parole l'equazione precedente vale per l'emissione secondo lo schema $E_{n_1} \rightarrow E_{n_2} + h\nu$, in cui il numero quantico diminuisce, e vale anche per l'assorbimento secondo lo schema contrario in cui il numero quantico aumenta: $h\nu + E_{n_2} \rightarrow E_{n_1}$. È quindi ovvio che lo spettro di assorbimento sia eguale a quello di emissione



Nell'idrogeno atomico in condizioni normali gli atomi sono nello stato fondamentale e in assorbimento si osservano solo le righe della serie di Lyman; se invece una certa percentuale di atomi è in uno stato eccitato si osservano in assorbimento anche righe delle altre serie. Uno stato eccitato può essere popolato ad esempio portando il gas ad alta temperatura (eccitazione per urti termici): allo scopo è necessario che l'energia cinetica delle particelle, $k_B T$, sia dell'ordine di ΔE e, se prendiamo $\Delta E = E_2 - E_1 = 10.2 \text{ eV}$, si trova $T = 1.18 \cdot 10^5 \text{ K}$; in effetti la serie di Balmer in assorbimento è stata osservata nell'atmosfera di certe stelle.

• Ionizzazione

Il trasferimento di energia ad un atomo può anche causare la rimozione di un elettrone e la formazione di una coppia ione positivo-elettrone libero. Il fenomeno si chiama ionizzazione e l'energia minima che deve essere ceduta perché ciò avvenga si chiama energia di ionizzazione o anche potenziale di ionizzazione I . Nell'idrogeno $I = 13.6 \text{ eV}$, evidentemente eguale al valore dell'energia di legame dell'elettrone nello stato fondamentale, nell'elio $I = 24.6 \text{ eV}$. Se l'energia ceduta è maggiore di I , la parte eccedente è acquistata dall'elettrone sotto forma di energia cinetica E_k . In particolare la causa della ionizzazione può essere l'assorbimento di un fotone,

fotoionizzazione, e il bilancio energetico formalmente è eguale a quello per l'effetto fotoelettrico: $h\nu = I + E_k$. Lo spettro di assorbimento è continuo, in quanto l'elettrone non passa ad un altro livello energetico, ma può assumere un qualsiasi valore di energia, eguale a $h\nu - I$. Il processo inverso della fotoionizzazione è la cattura radiativa, in cui un elettrone libero viene catturato da uno ione positivo, si forma un atomo neutro ed è emesso un fotone che porta via l'eccesso di energia.

Bande di energia

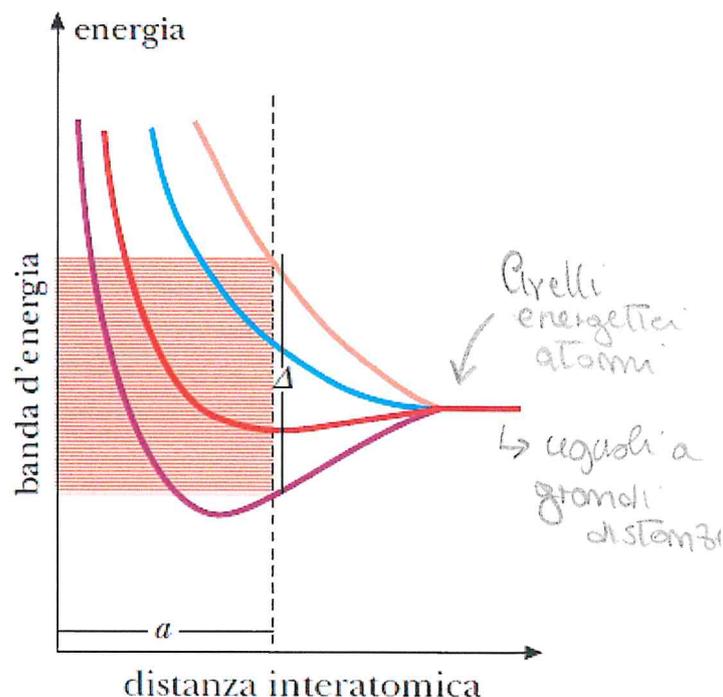
Il concetto è esteso a qualsiasi sistema atomico, anche nella materia condensata. Quando gli atomi non sono liberi la loro interazione porta ad un aumento del numero di livelli e ad un avvicinamento degli stessi: lo spettro dei livelli può essere così fitto che la radiazione emessa può apparire continua, come succede per la radiazione termica, risultato sempre di emissioni atomiche, ma appunto tra livelli distribuiti praticamente con continuità.

Quando due atomi formano una molecola i livelli energetici a disposizione degli elettroni si modificano rispetto al caso atomico. Una situazione simile si presenta quando gli atomi isolati si uniscono per formare il cristallo: la struttura dei livelli energetici degli elettroni più esterni e le corrispondenti funzioni d'onda vengono drasticamente modificate.

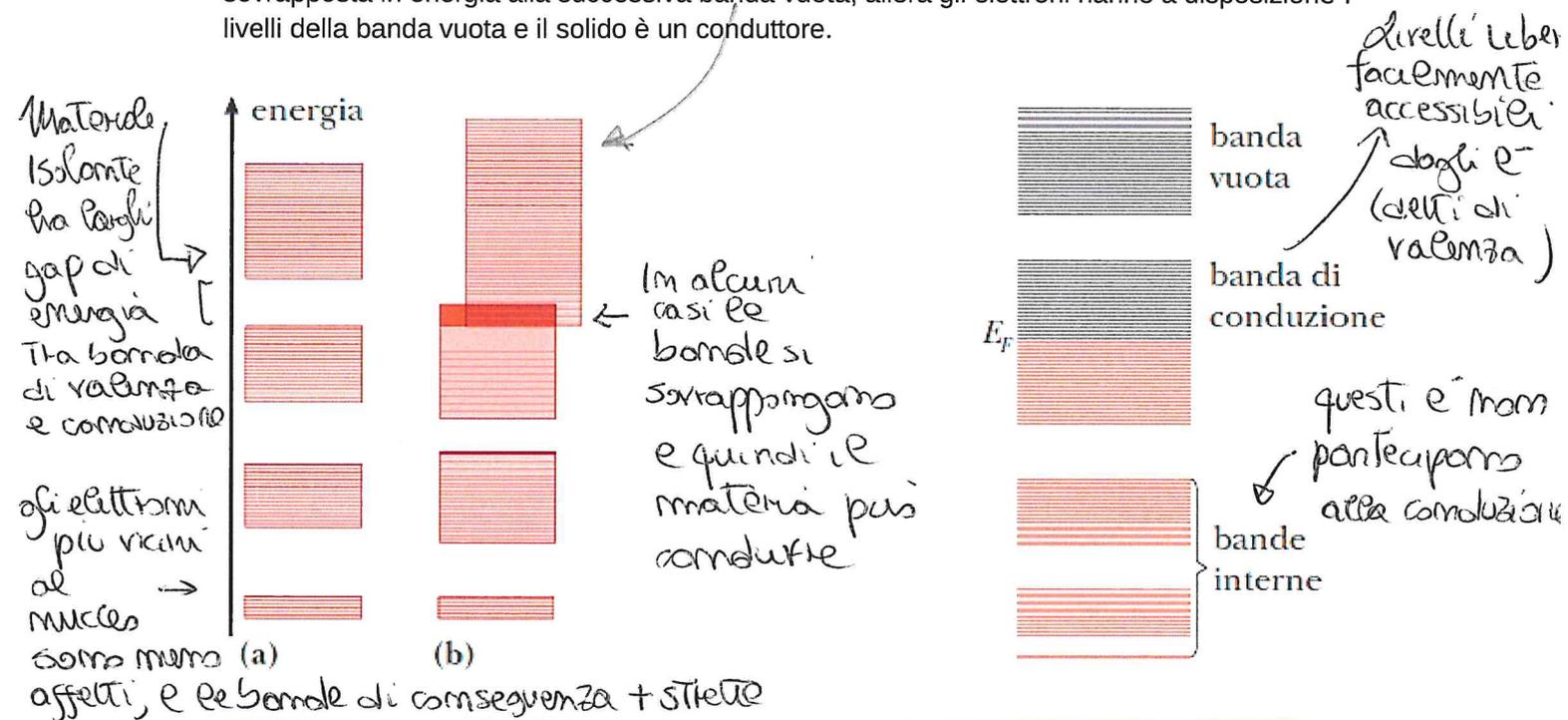
Il fatto è di carattere generale e presenta alcune caratteristiche che sono mostrate nella figura a fianco, riferita ad un ipotetico insieme di $N = 4$ atomi. Dai livelli energetici dei singoli atomi, uguali quando questi ultimi si trovano a grande distanza fra loro, origina, per l'insieme di N atomi identici molto vicini tra loro, una banda di N livelli. La larghezza Δ della banda dipende dal grado di sovrapposizione delle funzioni d'onda; per una data distanza interatomica la sovrapposizione è maggiore per gli elettroni dei livelli più esterni e minore per quelli dei livelli più interni, che restano mediamente più vicini al nucleo.

Senza entrare nei dettagli formali, che richiedono una trattazione quantistica, ci limitiamo a notare che nella pratica la larghezza della banda è dell'ordine di qualche eV, per cui quando N è molto grande, come nei materiali solidi, la separazione tra gli N livelli all'interno della banda si può considerare una variabile continua. In ciascuna banda ci sono al più $2N$ elettroni, in base al principio di esclusione di Pauli.

In un cristallo, quindi, lo spettro dei livelli energetici discreti dell'atomo isolato evolve in una successione di bande quasi continue. In figura a sinistra sono evidenziati due possibili casi di disposizione delle bande derivanti dai livelli dei singoli atomi di un cristallo: nella figura (a) le



bande sono separate mentre nella (b) alcune sono sovrapposte parzialmente. I livelli energetici e le funzioni d'onda degli elettroni degli strati atomici interni non vengono cambiati in modo significativo nella formazione del cristallo: le bande corrispondenti sono quindi strette e gli elettroni rimangono vincolati ai rispettivi nuclei. I livelli degli strati più esterni risultano invece sensibilmente alterati dalla presenza degli atomi vicini. La banda più esterna, quindi quella di maggior energia, è occupata da elettroni di valenza ed è legata alle proprietà di conduzione dei metalli. In particolare, all'ultima banda, anche se parzialmente riempita di elettroni, in cui esistono livelli permessi vuoti e accessibili si dà il nome di banda di conduzione del metallo. Gli elettroni delle bande inferiori, che sono tutte piene, non partecipano al processo di conduzione. Quella descritta non è l'unica possibilità per avere proprietà di conduzione. Può anche avvenire che l'ultima banda contenente elettroni sia completamente piena, ma sia parzialmente sovrapposta in energia alla successiva banda vuota; allora gli elettroni hanno a disposizione i livelli della banda vuota e il solido è un conduttore.



Non possono invece essere conduttori i solidi in cui l'ultima banda contenente elettroni è completamente piena e non è sovrapposta alla banda successiva; in effetti questa è la configurazione che caratterizza gli isolanti. Se l'ampiezza della zona proibita tra due bande è sufficientemente grande, non è possibile agli elettroni superarla né per eccitazione termica né per eccitazione elettrica. Non possiamo in questo caso parlare di gas di elettroni, almeno nel senso di elettroni liberi di muoversi nel reticolo cristallino; gli elettroni di valenza sono tutti bloccati a formare i legami e non possono essere eccitati. L'ultima banda piena si chiama banda di valenza e la successiva banda di conduzione vuota.

Nelle molecole sono quantizzati anche gli stati che corrispondono a configurazioni geometriche diverse da quella fondamentale (stati vibrazionali e stati rotazionali). L'energia totale E di uno stato molecolare, somma dei tre contributi, l'energia potenziale elettronica, l'energia vibrazionale e l'energia rotazionale: $E = E_{el} + E_{vib} + E_{rot}$. Anche nei cristalli si hanno moti vibratorii degli atomi attorno alle loro posizioni di equilibrio. Ad una data temperatura si ha una certa configurazione di oscillazioni, la cui energia è quantizzata: pertanto uno scambio di energia può avvenire solo per quantità discrete. Si hanno dunque anche per tali stati processi di emissione e assorbimento attraverso salti quantici, ma con valori di $h\nu$ molto piccoli, che arrivano al campo delle microonde.