

Lezione 1

40 ore

Marco Abate, *Matem & Statistica, le basi per la scienza della vita*, Mc Graw Hill.

[0] PARTE 0: PREREQUISITI: [teoria degli insiemi, logica, percentuali] combinatoria

[10] PARTE I: PROBABILITÀ DISCRETA

1) Probabilità che il test rapido sia falso positivo?

2) 

3) Gruppo sanguigno di Anna e Bob, probabilità che loro figlio sia AB?

[11] PARTE II: STATISTICA: COLLEZIONE, ORGANIZZAZIONE, ANALISI E COMPrensIONE DEI DATI

[12] PARTE III: PROBABILITÀ CONTINUA



§ 0. PERCENTUALI:

$$0,04 = \boxed{4\% = \frac{4}{100}}$$

PERCENTO DIVISO CENTO.

D1: y è il p% di x?

$$y = (p\%)x = \frac{p \cdot x}{100}$$

Ex: Soluzione che ha il 7% di rame e pesa 75g.

Quanto rame c'è? $\frac{75 \cdot 7}{100} \text{g} = 5,25 \text{g}$.

D2: y è aumentato del p%?

$$y_{\text{NUOVO}} = (1 + p\%) y_{\text{VECCHIO}}$$

Ex: inflazione al 12%, 10 € \rightarrow 10 € (1 + 12%)

$$= 10 \text{ €} \left(\frac{10}{100} + \frac{12}{100} \right)$$

$$= (10 \text{ €}) \left[\frac{112}{100} \right]$$

$$= 11,20 \text{ €}$$

D3: A magliare è scontato del 30% e costava 76 €.
Quanto costa?

$$\begin{aligned}(76 - 30\% \cdot 76) \text{ €} &= 76 \text{ €} \left(1 - \frac{30}{100}\right) \\ &\downarrow \\ &= (76 \text{ €}) \left[\frac{100 - 30}{100}\right] \\ &\downarrow \\ &= \frac{76 \cdot 70}{100} = 53,20 \text{ €}\end{aligned}$$

D4: $\frac{1131}{705}$ casi giornalieri } di questo sono diminuiti?
casi giornalieri

$$\begin{aligned}\rightarrow 1131 (1 - p\%) &= 705 \\ 1131 \left(\frac{100 - p}{100}\right) &= 705\end{aligned}$$

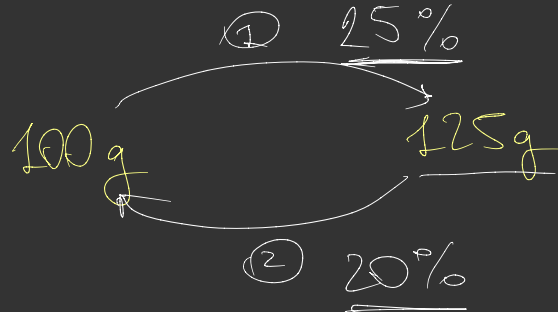
$$5x = 3$$

$$-1131 \cdot p\% = 705 - 1131$$

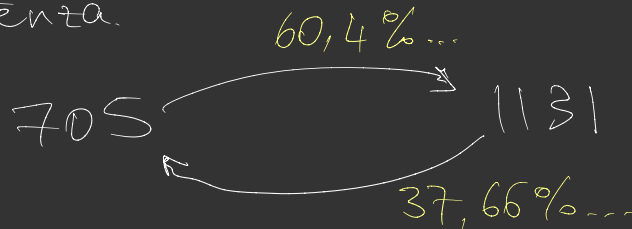
$$\boxed{p\% = \frac{705 - 1131}{1131}} = \underline{\underline{37,66\%}}$$

$$705(1 + p\%) = 1131, \quad p\% = ?$$

Ex: c'è una cania che pesa 100g,
ingrassa e pesa 125g
dimagrisce e pesa 100g



Perché? R: la percentuale è relativa al dato
di partenza.



CALCOLATRICE:

- 1) $75 \times 7\% = 5,25$
- 2) $10 + 12\% = 11,2$
- 3) $76 - 30\% = 53,2$
- 4) $\frac{1131 - 705}{1131} = 37,66\%$
- 5) $\frac{1131 - 705}{705} = 60,4\%$

↑ COSA SCRIVERE SULLA CALCOLATRICE

CAVEAT 1: c'è una muffa che cresce del $p\%$, e poi cresce del $q\%$, crescita del ... (?)

$$\text{muffa nuova} = \underbrace{(1 + q\%)(1 + p\%)}_{= 1 + \text{QUALCOSA}} \text{muffa vecchia}$$

$$\underbrace{\left(1 + \frac{q}{100}\right) \left(1 + \frac{p}{100}\right)} = \left(1 + \frac{p}{100} + \frac{q}{100} + \frac{p \cdot q}{100 \cdot 100}\right)$$

è crescita del

$$\left(p + q + \frac{p \cdot q}{100}\right) \%$$

↑ risultato delle crescite composte.

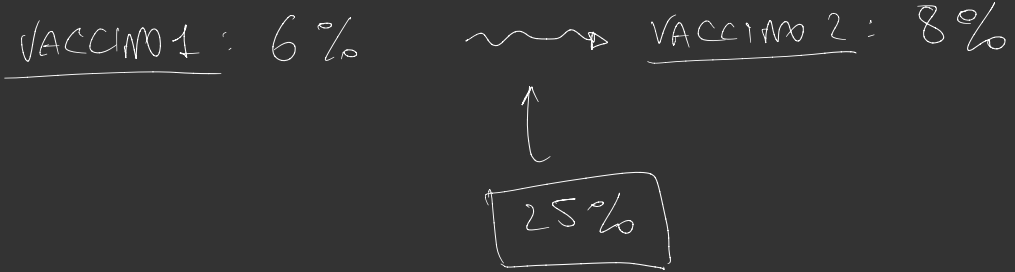
Ex: Prestito da 150'000 €, restituito dopo 20 anni, al 4% annuo.

la somma finale = $150'000 \left(1 + 4\%\right)^{20}$

↓

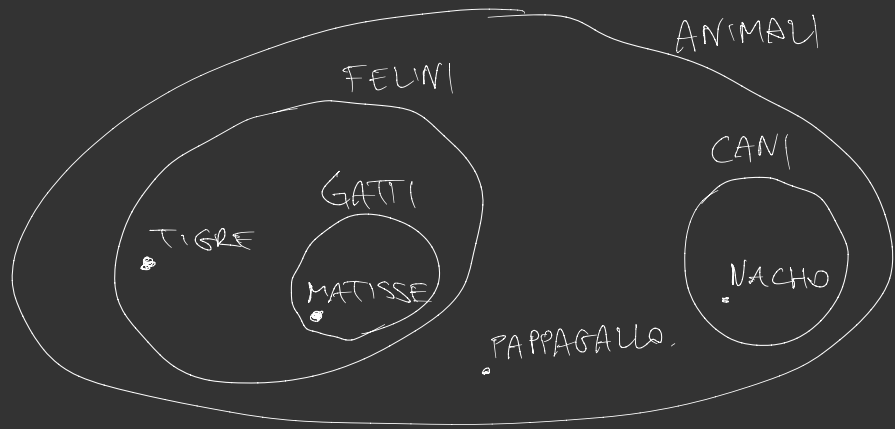
328'668 € ←→

CAVEAT 2: Esempio 1.34



FINE PERCENTUALI

0.1: TEORIA DEGLI INSIEMI.



$a \in A$

NACHO \in CANI

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$

$\{NACHO\}$ è un insieme di un elemento

NACHO è un elemento

$B = \{a \in A \mid a \text{ gode della proprietà } P\}$

$P = \{a \in \mathbb{N} \mid a \text{ è pari}\} = \{0, 2, 4, 6, \dots\}$

$\exists m \in \mathbb{N} : a = 2m$

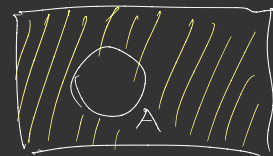
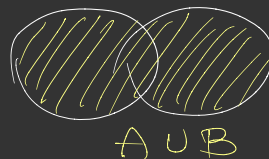
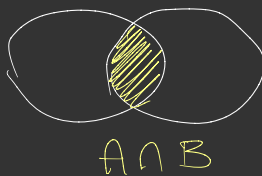
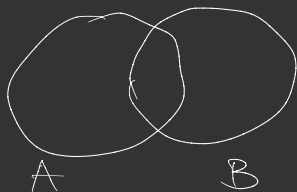
esiste un elemento $m \in \mathbb{N}$ tale che $a = 2 \times m$.

PARADOSSO DI RUSSELL:

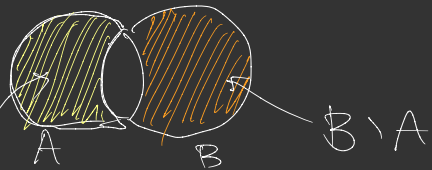
- l'insieme C dei concetti. è un concetto. $C \in C$.
- L'insieme T degli alberi non è un albero. $T \notin T$.
- M definito come l'insieme di tutti quegli insiemi che non appartengono a loro stessi.

Domande: $M \in M$?

Risposta: $M \in M \iff M \notin M$.



A^c in B
complemento di
 A in B .



$\{0, 2, 4, 6\}$

Ex:

$$A \setminus B = \{0, 2, 4, 6\}$$

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ pari} < 8\}$$

$$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n < 3\}$$

$$D = \{n \in \mathbb{N} \mid n < 11\}$$

\emptyset = INSIEME VUOTO.

$$A \cap B = \{0, 2\}$$

$$A \cup B = \{0, 1, 2, 4, 6\}$$

$$A \setminus B = \{4, 6\} = A \setminus (A \cap B)$$

$$B \setminus A = \{1\}$$

$$A^c \text{ in } D = \{4, 3, 5, 7, 8, 9, 10\}$$

$$B^c \text{ in } D = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

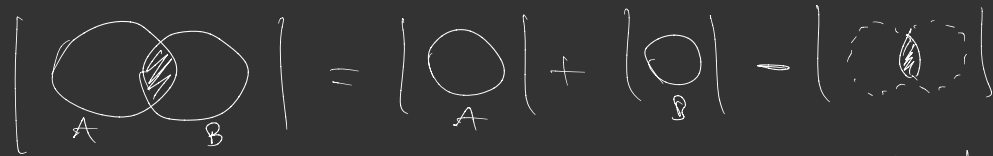
↑ tutti i numeri

• FORMULA DI INCLUSIONE - ESCLUSIONE:

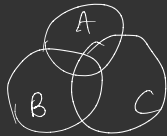
$|A|$ = cardinalità di A := numero di elementi di A .

$A = \{0, 2, 4, 6\} \Rightarrow |A| = 4$. [contando quanti elementi nell'insieme]

Domanda: $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$.



$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C|$$



Ex: CONTARE QUANTI NUMERI TRA 1 e 100 non sono
divisibili per almeno uno tra 2, 3, 5.

[in particolare almeno tutti i
numeri primi]

$P_n :=$ multipli di n .

$P_2 =$ numeri pari

$P_3 =$ multipli di 3 = $\{3, 6, 9, \dots, 99\}$

$$|P_2| = 50, \quad |P_3| = 33, \quad |P_5| = 20, \quad |P_{2 \cdot 3}| = 16$$

$$|P_{2 \cdot 5}| = 10 \quad |P_{3 \cdot 5}| = 6 \quad |P_{2 \cdot 3 \cdot 5}| = 3 = |P_2 \cap P_3 \cap P_5|$$

Risposta :

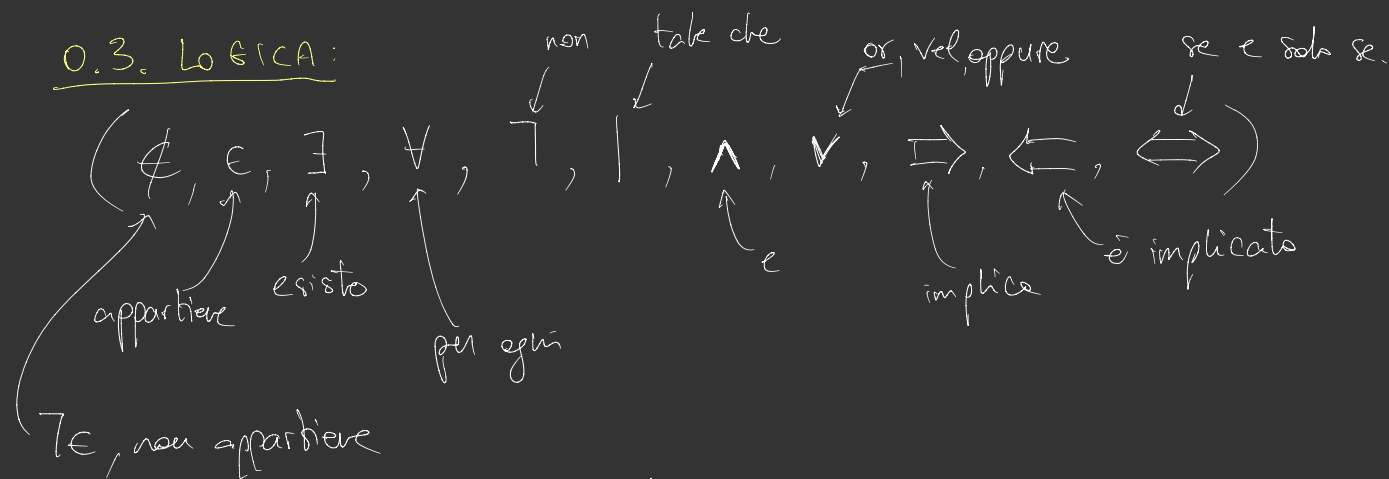
= ... ?

$$100 - ([50 + 33 + 20] - [10 + 16 + 6] + 3) \\ = 100 - [50 + 33 + 20] + [10 + 16 + 6] - 3 = \underline{26}$$

FINE

TEORIA degli
INSIEMI

0.3. Logica:



• \exists, \forall non si possono scambiare:

- $\forall a \in \text{PARI} \quad \exists m \mid a = 2m.$ VERO
- $\exists a \in \text{PARI} \quad \forall m \mid a = 2m.$ FALSO

$\neg (\exists \text{ gatto verde}) = \forall \text{ gatto, il gatto non è verde}$
 $\neg (\forall \text{ gatto, il gatto è verde}) = \exists \text{ gatto non verde.}$

\neg trasforma
 \exists in \forall
 e \forall in \exists .

- ① Difficile da verificare perché dobbiamo controllare tutti i gatti
- ② Facile " " = basta portare un singolo gatto non verde.

Implicazione: $A \Rightarrow B$ (A implica B)

• da A segue B

• A è condizione SUFFICIENTE per B

• B è " " NECESSARIA per A.

sono
equivalenti.

A	B	$A \Rightarrow B$
vera	vera	vera
vera	falsa	falsa
falsa	vera	vera
falsa	falsa	vera

Ex: "il covid fa perdere l'olfatto",

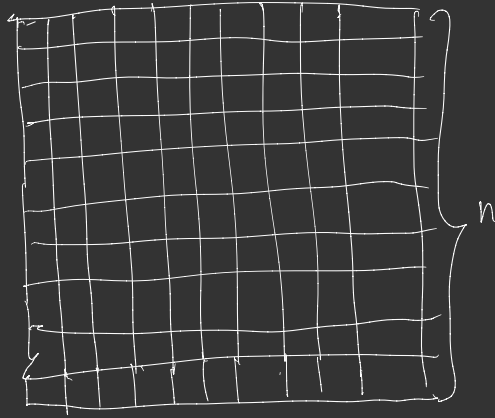
$$\neg(A \Rightarrow B) = \neg B \Rightarrow \neg A$$

$$\neg(\text{ogni volta che piove, Bob prende l'ombrello}) =$$

ogni volta che Bob non prende
l'ombrello, non piove!
[potrebbe prendere un
ombrello paretale!]

FINE PARTE LOGICA!

0.4. RI-IMPARARE A CONTARE



Quanti quadrati?

Caso più semplice

$n=1$



Risposta: 1

$n=2$



Risposta: $4 + 1 = 5$



$$1) \quad 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 10^2$$

$$n^2 + (n-1)^2 + (n-2)^2 + \dots + 1$$

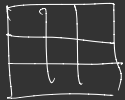


$$2) \quad \text{Sol}_{n-1} + n^2 = \text{Sol}_n$$



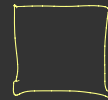
ENTRAMBI CORRETTI!

385 ✓

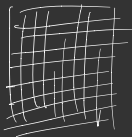


n=3

Risposta: $9 + 4 + 1 = 14$.

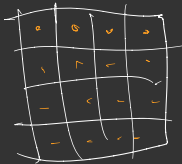
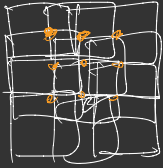
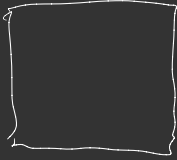
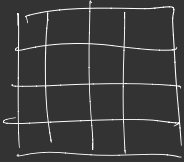


7^2 conta i quadrati 4×4 perché?



n=10

MARCO IL CENTRO DEI QUADRATI



2
CENTRI DEI QUADRATI 4x4

3
CENTRI DEI QUADRATI 2x2

2 () () () 3x3

4 () () () 1x1