Lezione 4

- Ω = spazio dei campioni
- $\mathcal{P}(\Omega)$ = spazio degli eventi

$\{2\}$ = l'evento "tiro il dado e il risultato è 2"

[Es: nel caso del dado questo sarà $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$

"tirando il dado il risultato è 2"

l'evento: "il risultato è pari" corrisponde al sottoinsieme

$$\underset{\Omega}{\underset{\cap}{\{2,4,6\}}} \in \mathcal{P}(\Omega)$$

PROBABILITÀ

- $\mathbb{P} : \mathcal{P}(\Omega) \longrightarrow [0,1]$ ← intervallo continuo.

[Es: nel caso del dado

$$\mathbb{P}(\{i\}) = \frac{1}{6} \quad \forall \underset{\Omega}{\underset{\cap}{i=1,\dots,6}}]$$

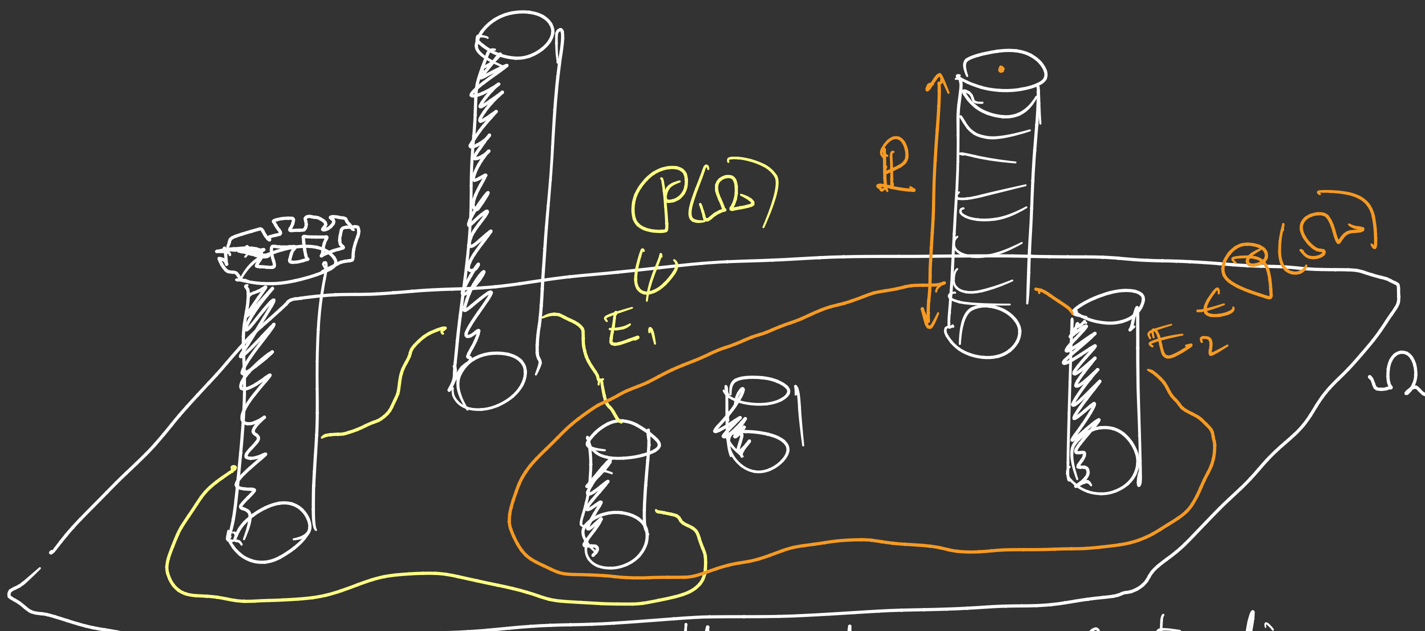
in modo tale che

$$\begin{cases} \mathbb{P}(\Omega) = 1 \\ \mathbb{P}(E_1 \sqcup E_2) = \mathbb{P}(E_1) + \mathbb{P}(E_2) \end{cases}$$

DISGIUNTI, cioè $E_1 \cap E_2 = \emptyset$.

$$\rightsquigarrow \begin{cases} \mathbb{P}(\emptyset) = 0 \\ \mathbb{P}(E_1 \cup E_2) = \mathbb{P}(E_1) + \mathbb{P}(E_2) - \mathbb{P}(E_1 \cap E_2). \\ E_1 \subseteq E_2 \implies \mathbb{P}(E_1) \leq \mathbb{P}(E_2) \end{cases}$$

Possiamo pensare alla probabilità come:



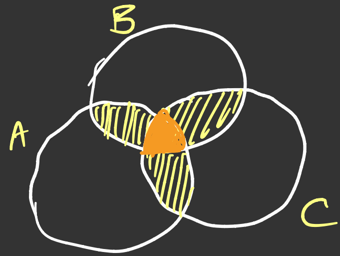
La probabilità non è altro che una sorta di cardinalità pesata e normalizzata.

ogni elemento ci viene dato con suo peso

il peso di tutto $= 1$.

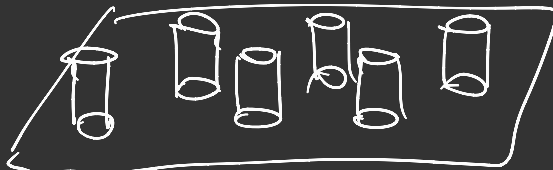
Vediamo come la formula di inclusione-esclusione che abbiamo visto per la cardinalità rimane valida

$$\mathbb{P}(A \cup B \cup C) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(C) - \mathbb{P}(A \cap B) - \mathbb{P}(B \cap C) - \mathbb{P}(A \cap C) + \mathbb{P}(A \cap B \cap C)$$



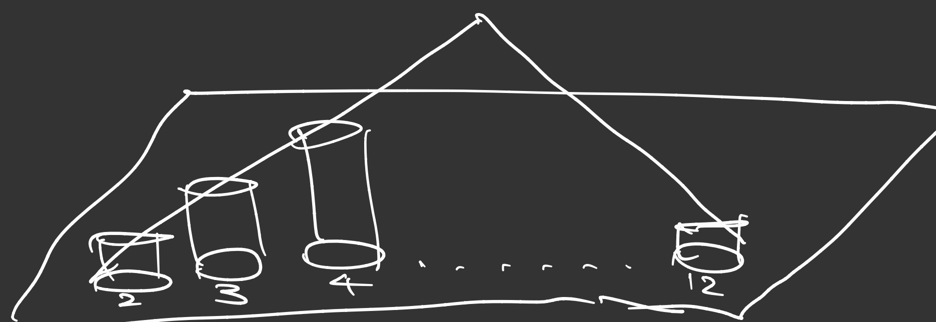
SOTTOINSIEMI $\mapsto$ EVENTI, CARDINALITÀ $\mapsto$ PROBABILITÀ

Nel caso del dado la probabilità è <u>uniforme</u>

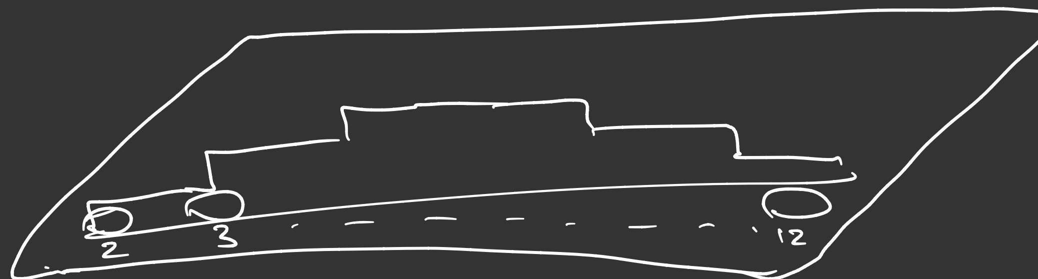


Esempio: Ho due dadi distinti (uno verde, uno blu) li voglio considerare in ordine, voglio studiare le loro somme. Costruisci Ω, $\mathbb{P}$.

$$\Omega = \{2, \dots, 12\} \qquad \mathbb{P}(\{i\})$$



DISTRIBUZIONE DI PROBABILITÀ DELLA SOMMA DI DUE DADI. [DISTINGUIBILI!]



DISTRIBUZIONE DI PROBABILITÀ DELLA SOMMA DI DUE DADI INDISTINGUIBILI