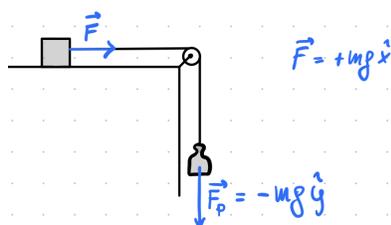


Lezione 5: Forze e Lavoro

1 Concetti discussi

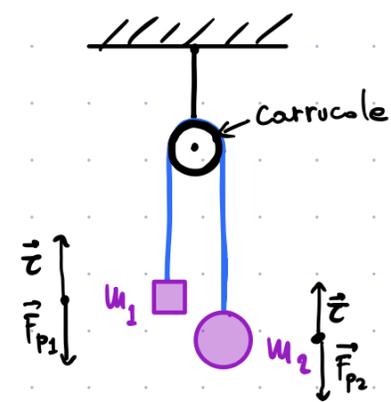
Carrucole, Forza di Hooke, Forze d'attrito statico e dinamico, Lavoro meccanico di una forza

2 Carrucole



Una carrucola è un dispositivo che permette di trasferire forze attraverso una fune. Di solito ci sono alcune semplificazioni che vengono fatte: la carrucola ruota senza attrito, trasmettono la tensione della corda senza alterarla e trasmettono l'accelerazione senza alterarla.

Si prenda come esempio il sistema in figura in cui due corpi sono legati tra di loro da una fune attraverso una carrucola. Sul corpo appeso, agisce la forza di gravità che tende a tirarlo verso il basso. Grazie alla corda e alla carrucola, questa forza viene trasferita al corpo sul tavolo che verrà tirato in orizzontale. Quindi le carrucole hanno l'effetto di trasferire una forza (in questo caso la forza peso verticale del primo corpo in una forza orizzontale che tira il secondo corpo).



Facciamo ora un altro esempio in cui due corpi con massa diversa m_1 e m_2 ($m_1 < m_2$) sono legati tra di loro da una corda rigida che passa attraverso una carrucola. Come possiamo affrontare il problema? Innanzitutto possiamo notare che il moto sarà puramente verticale, perchè i corpi possono solo salire o scendere. La seconda cosa da notare è che la tensione è uguale per i due corpi e li tira entrambi verso l'alto. Se la tensione non fosse la stessa la corda si deformerebbe (impossibile visto che il problema ci dice che la corda è rigida). La terza cosa che ci aspettiamo che succeda è che visto che il corpo due è più pesante, allora il secondo corpo cadrà verso il basso mentre il primo andrà verso l'alto. Possiamo quindi mettere l'asse delle y che punta verso il basso in modo

che l'accelerazione del secondo corpo sia positiva. A questo punto possiamo impostare le equazioni delle forze.

$$\begin{cases} m_1 g \hat{y} - T \hat{y} = m_1 \vec{a}_1 \\ m_2 g \hat{y} - T \hat{y} = m_2 \vec{a}_2 \end{cases} \quad (1)$$

Visto che i due corpi sono connessi da una corda rigida, le due accelerazioni sono uguali in modulo ma opposti in verso $\vec{a}_1 = -\vec{a}_2$. E quindi

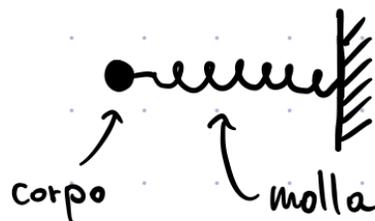
$$\begin{cases} m_1g - T = -m_1a \\ m_2g - T = m_2a \end{cases} \quad (2)$$

da cui possiamo calcolare che

$$\begin{cases} a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}g \\ T = \frac{2m_2m_1}{m_2 + m_1}g \end{cases} \quad (3)$$

Da cui vediamo che se $m_2 > m_1$, allora l'accelerazione sarà positiva (il corpo due scende), mentre se $m_2 = m_1$ allora l'accelerazione sarà nulla e quindi i due corpi saranno in equilibrio.

3 Compressione ed elongazione di una molla - Forza di Hooke



La legge di Hooke descrive la forza elastica esercitata da un corpo in seguito ad una deformazione meccanica. L'esempio più semplice per capirla è la molla. Immaginiamo un oggetto attaccato ad una molla come in figura. Nel caso in cui non vi siano forze applicate, la molla manterrà la sua lunghezza di riposo L_0 e l'oggetto rimane in una posizione di equilibrio statico. Se però cominciamo a tirare o spingere l'oggetto l'effetto sarà quello di tendere o comprimere la molla. Possiamo quindi calcolare l'elongazione della molla come la differenza

tra la nuova lunghezza e quella di riposo $x = L - L_0$. Ogni volta che deformiamo la molla applicandovi una forza, per il terzo principio della dinamica, la molla eserciterà su di noi una forza uguale e contraria. È una forza di resistenza alla deformazione. Questa forza è detta forza di Hooke ed è definita come

$$\vec{F} = k\vec{x} \quad (4)$$

dove \vec{x} è il vettore di elongazione della molla e k la costante elastica della molla.

La forza di Hooke è la forza alla base del dinamometro - lo strumento di misura della forza.

4 Forze d'attrito

La forza d'attrito, detta comunemente attrito, è una forza di contatto che si origina tra la superficie di due corpi e che si oppone al moto dell'uno rispetto all'altro. Questo significa che **la forza di attrito è sempre parallela alla superficie di contatto!** Il modulo della forza d'attrito dipende dalla ruvidità delle superfici ma non dall'area di contatto. Quando due corpi strisciano tra di loro si generano due forze di attrito: l'attrito statico e dinamico. La forza di attrito statico si manifesta quando un corpo è fermo su una superficie e determina la forza minima necessaria per mettere in moto il corpo (se $F < F_{\text{attrito statico}}$) il corpo non si

muove). L'attrito dinamico si manifesta quando un corpo è in movimento su una superficie e si oppone al moto del corpo.

Il modulo della forza d'attrito (statico o dinamico) è definito

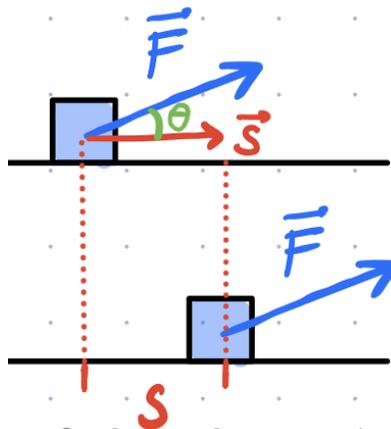
$$F_a = \mu F_{\perp} \quad (5)$$

dove μ è il coefficiente di attrito, e F_{\perp} è la **perpendicolare alla superficie della risultante delle forze agenti su un corpo**. Ad esempio per un libro appoggiato sul tavolo $F_{\perp} = m_{libro}g$. In generale possiamo quindi dire che la forza d'attrito ha un modulo (calcolato con l'equazione sopra) una direzione (parallela alla superficie) e un verso (opposto al moto).

L'attrito statico e dinamico si differenziano per il coefficiente di attrito μ che indichiamo come μ_s e μ_d rispettivamente per l'attrito statico e dinamico. In generale $\mu_d < \mu_s$.

Fino ad ora abbiamo parlato delle forze di attrito radente ovvero quello che si genera tra due superfici in contatto. Esistono altri tipi di forze di attrito come l'attrito viscoso quando un corpo si muove all'interno di un fluido viscoso. In questo caso la direzione della forza d'attrito è quella del moto, il verso opposto al moto, e il modulo è proporzionale alla velocità del corpo $F = -\beta v$

5 Lavoro meccanico di una forza



Si definisce lavoro l'energia trasferita ad un corpo o da un corpo per mezzo di una forza. Supponiamo ad esempio di avere una forza costante nel tempo applicata ad un corpo (come nella figura). Come conseguenza il corpo compie uno spostamento in orizzontale \vec{s} (in questo caso assumiamo che la componente verticale della forza applicata sia inferiore alla forza peso, quindi il corpo non si alza). Il lavoro viene quindi definito come il prodotto scalare tra la forza applicata e lo spostamento.

$$L = \vec{F} \cdot \vec{s} = F s \cos \theta . \quad (6)$$

Vediamo subito che non importa il modulo totale della forza ma solo la componente della forza parallela allo spostamento.

Quali sono le proprietà del lavoro meccanico? È uno scalare (si ricordi che il prodotto scalare di due vettori dà come risultato una grandezza scalare). Il lavoro è nullo $L = 0$ se la forza è nulla $\vec{F} = 0$, se lo spostamento è nullo $\vec{s} = 0$ oppure se lo spostamento è perpendicolare alla forza $\theta = 90^\circ$. Il lavoro invece è positivo $L > 0$ se \vec{F}_{\parallel} ha lo stesso verso di \vec{s} mentre è negativo $L < 0$ se la forza ha verso opposto allo spostamento. Ad esempio, una forza d'attrito dinamico, si oppone allo spostamento pertanto esercita un lavoro negativo!

L'unità di misura è il Joule, J definito come il prodotto tra Newton (N) e metri (m).