Lezione 6: Energia

1 Concetti discussi

Potenza, energia cinetica, energia potenziale elastica e gravitazionale

1.1 Potenza

La potenza è definita come il lavoro per un unità di tempo. La potenza media è quindi

$$\bar{P} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{\vec{F} \cdot \vec{s}}{\Delta t} = \vec{F \cdot} \vec{v} \tag{1}$$

dove $\vec{v}$ è la velocità del corpo. La potenza ha quindi come unità di misura il Watt (W) definito come $W = Nm/s = J/s$. Spesso sulla bolletta della luce sentite leggete i Watt ora (Wh). Questa è l'energia elettrica consumata i un ora 1Wh = 1W3600s = 3.6 kJ.

1.2 Energia cinetica

Introduciamo ora il concetto di energia. L'energia è una grandezza fisica che esprime la capacità di un corpo di compiere lavoro. Questa è una definizione operativa dell'energia che ci può tornare utile nello studio della dinamica. In questa branca della fisica, ci occuperemo principalmente di due tipi di energia: l'energia cinetica e l'energia potenziale.

L'energia cinetica è l'energia che possiede un corpo in movimento. La sua definizione è

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \tag{2}$$

e la sua unità di misura è il Joule (J) perchè: kg m^2/s^2 = kg m/s^2 m= N m= J.

Come possiamo derivare questa definizione? Prendiamo un corpo che si muove in orizzontale tirato da una forza parallela al terreno come in figura. Il lavoro totale che compiamo spostandolo dalla posizione iniziale $x_0 = 0$ ad una posizione generica x, è $L_{tot} = Fx = max$. Le leggi del moto sono quindi quelle del moto uniformemente accelerato

$$\begin{cases} v_f = v_0 + at \\ x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \end{cases} \tag{3}$$

Dalla prima equazione possiamo estrarre il tempo $t = (v - v_0)/a$ e sostituirlo nella seconda equazione per ottenere:

$$x = v_0 \frac{(v_f - v_0)}{a} + \frac{1}{2}a\frac{(v_f - v_0)}{a} = \frac{(v_f^2 - v_0^2)}{2a} \tag{4}$$

ne consegue che

$$ax = \frac{(v_f^2 - v_0^2)}{2} \tag{5}$$

e pertanto il lavoro totale L_{tot} vale:

$$L_{tot} = max = m\frac{(v_f^2 - v_0^2)}{2} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \tag{6}$$

La grandezza la cui variazione è uguale al lavoro meccanico svolto prende il nome di **energia cinetica**. $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

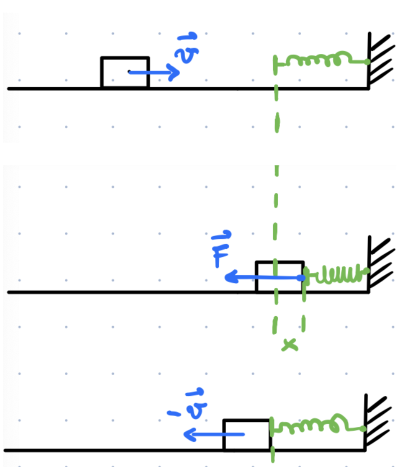
Teorema Lavoro-Energia Questo teorema afferma che il lavoro totale delle forze agenti su un corpo eguaglia la variazione di energia cinetica del corpo. Scritto in formule matematiche:

$$L_{tot} = L_1 + L_2 + \cdots = \Delta E_k \tag{7}$$

$$E_{k,fin} = E_{k,in} + L_{tot} \ . \tag{8}$$

1.3 Energia Potenziale

L'energia cinetica è solo una delle possibili forme di energia. Come abbiamo visto, l'energia di un corpo esprime la sua "attitudine" a compiere lavoro. Coem abbiamo già accennato esistono diverse forme di energia le quali si possono convertire una nell'altra. L'**energia potenziale** è una energia che viene "immagazzinata" grazie ad una forza, la cui variazione tra lo stato finale e quello iniziale eguaglia il lavoro svolto dalla forza.



Prendiamo come esempio un corpo in movimento con velocità costante $\vec{v}$ verso una molla in stato di quiete come in figura. All'inizio l'energia del corpo è puramente cinetica, $E_1 = E_k = \frac{1}{2}mv^2$. Quando il corpo arriva all'estremità della molla, questa si inizierà a comprimere esercitando una forza contro il corpo (la forza di Hooke). Per il terzo principio della dinamica, il corpo agisce una forza uguale e contraria sulla molla. La molla continuerà a comprimersi finche il corpo non si sarà arrestato. Il lavoro svolto dalla forza di compressione sarà quindi $L = \frac{1}{2}kx^2 = E_2$ (si ricordi che il lavoro è $F \cdots$), dove x è la compressione della molla. Questo lavoro si è immagazzinato nella molla. Chiamiamo questo lavoro **energia potenziale** elastica. Una volta che il corpo si sarà fermato, la molla rilascerà questa energia, spingendo il corpo all'indietro. Quando la molla torna alla sua posizione iniziale, trascurando gli attriti, il corpo avrà acquisito un'energia cinetica $E_3 = E_k = \frac{1}{2}mv^2$. Dato che non ci sono attriti, l'energia non viene dissipata, e il modulo della velocità del corpo è identica a quella iniziale. Ne consegue che $E_1 = E_2 = E_3$ e quindi

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 \ . \tag{9}$$

Dunque la molla viene compressa di $x = \sqrt{\frac{m}{k}}v$

Energia potenziale gravitazionale Facciamo ora un altro esempio e consideriamo il caso della forza peso. L'energia potenziale associata alla forza peso è definita come:

$$E_{pot} = mgh \tag{10}$$

dove h è l'altezza di un corpo rispetto ad un determinato livello considerato come zero (ad esempio la superficie della terra). Questo significa che per alzare un corpo da una altezza h_0 ad un'altra h_1 devo compiere un lavoro $L = mg(h_1 - h_0)$. Questo lavoro verrà quindi "immagazzinato" nel corpo.

Allo stesso modo possiamo pensare a quello che succede una volta che il corpo cade da un'altezza h fino ad arrivare al suolo. In questo caso la sua energia potenziale si trasforma in energia cinetica. Nell'istante in cui tocca il suolo la sua energia potenziale sarà nulla e l'energia potenziale iniziale si sarà trasformata completamente in energia cinetica.

$$E_{k,fin} = E_{pot,in} \tag{11}$$

e quindi

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \tag{12}$$

da cui possiamo calcolare il modulo della velocità finale come $v = \sqrt{2gh}$. Si noti che questo risultato vale sia quando il corpo cade in caduta libera (quindi in verticale) sia quando un corpo cade senza attrito lungo un piano inclinato. La differenza tra i due casi sta solo nel verso della velocità!

In modo più generale possiamo dire che in assenza di forze dissipative (come l'attrito), la somma di energia cinetica e potenziale si conserva.

$$E_{k,in} + E_{pot,in} = E_{k,fin} + E_{pot,fin} \tag{13}$$