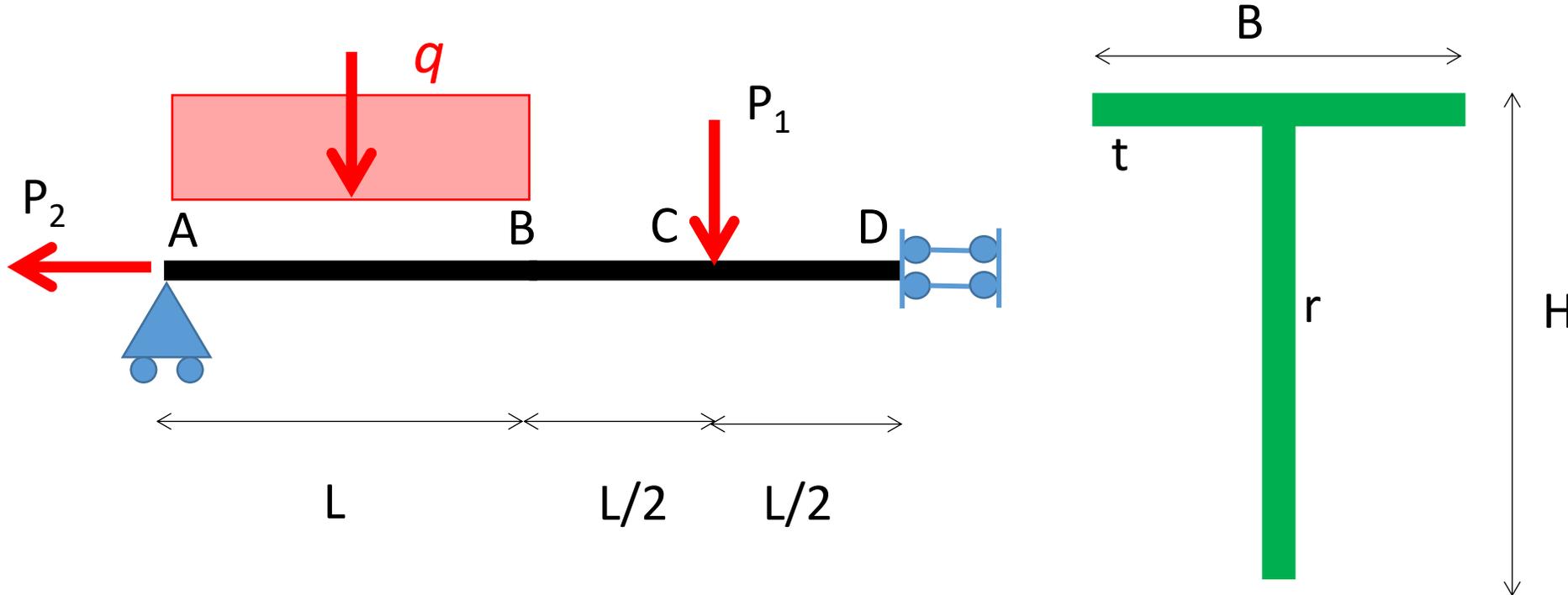




ESERCIZIO 5

VERIFICA DI RESISTENZA DI UNA STRUTTURA ISOSTATICA IN ACCIAIO

ESERCIZIO 5



DATI

$$AB = BD = L = 5,0 \text{ m}$$

$$q = 2,5 \text{ kN/m}$$

$$P_1 = 5,0 \text{ kN}$$

$$P_2 = 30,0 \text{ kN}$$

$$H = 300 \text{ mm}$$

$$B = 200 \text{ mm}$$

$$t = 10 \text{ mm}$$

$$r = 15 \text{ mm}$$

Si risolve lo schema statico assegnato, tracciandone i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione e verificando la sezione più sollecitata.

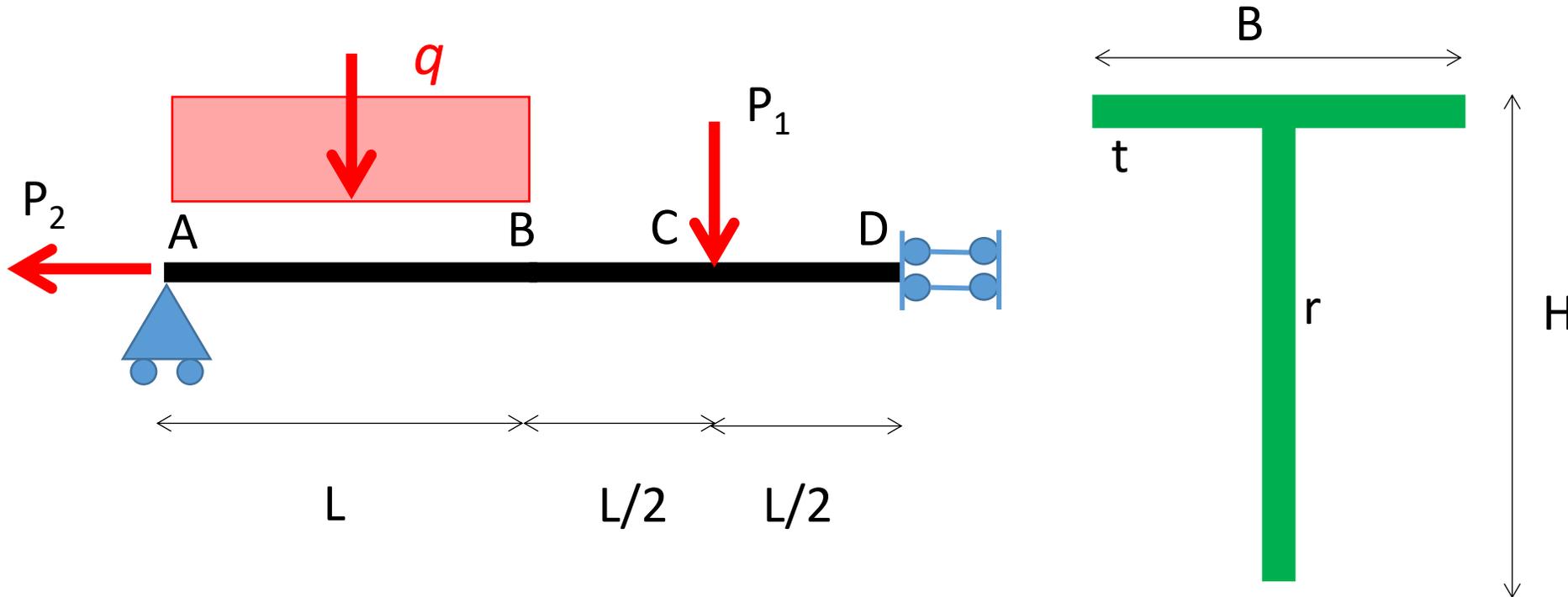
A tale scopo, si considerino i dati riportati in figura, e che la tensione di snervamento dell'acciaio è $\sigma_y = 235 \text{ MPa}$

ESERCIZIO 5

1. PRIMA DI PARTIRE: ANALIZZO IL PROBLEMA E LE SUE CARATTERISTICHE
2. RISOLUZIONE DELLA STRUTTURA
 - a. Reazioni vincolari
 - b. Caratteristiche di sollecitazione
 - c. Individuazione della sezione piu' sollecitata (una o piu' sezioni...)
3. ANALISI DELLA SEZIONE
 - a. Caratteristiche inerziali
 - b. Calcolo delle tensioni da pressoflessione
 - c. Calcolo delle tensioni tangenziali da taglio
 - d. Verifica della sezione

ESERCIZIO 5

1. PRIMA DI PARTIRE: ANALIZZO IL PROBLEMA E LE SUE CARATTERISTICHE



DATI

$$AB = BD = L = 5,0 \text{ m}$$

$$q = 2,5 \text{ kN/m}$$

$$P_1 = 5,0 \text{ kN}$$

$$P_2 = 30,0 \text{ kN}$$

$$H = 300 \text{ mm}$$

$$B = 200 \text{ mm}$$

$$t = 10 \text{ mm}$$

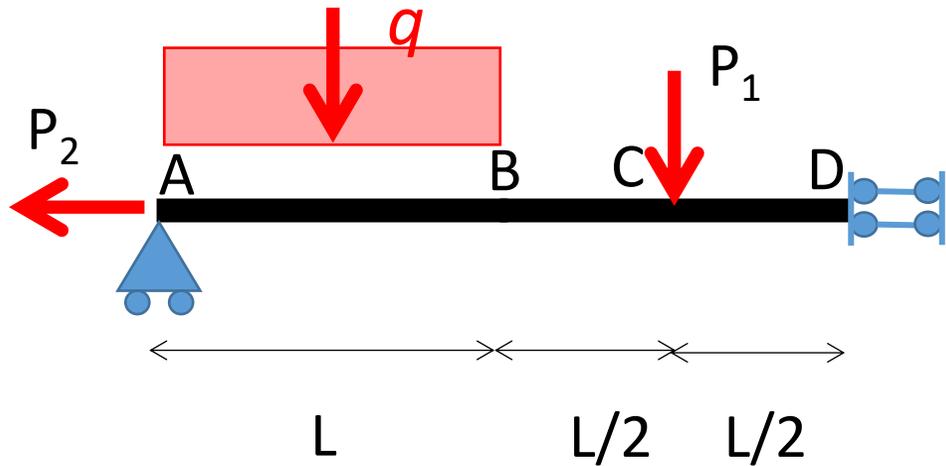
$$r = 15 \text{ mm}$$

Si risolve lo schema statico assegnato, tracciandone i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione e verificando la sezione più sollecitata.

A tale scopo, si considerino i dati riportati in figura, e che la tensione di snervamento dell'acciaio è $\sigma_y = 235 \text{ MPa}$

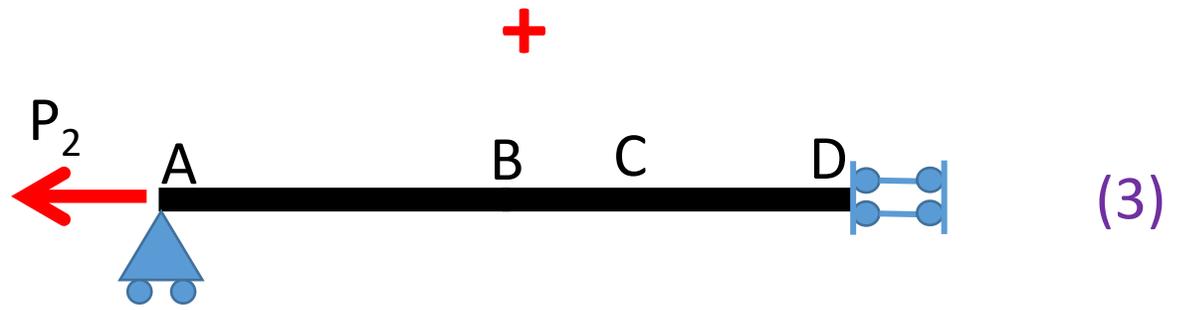
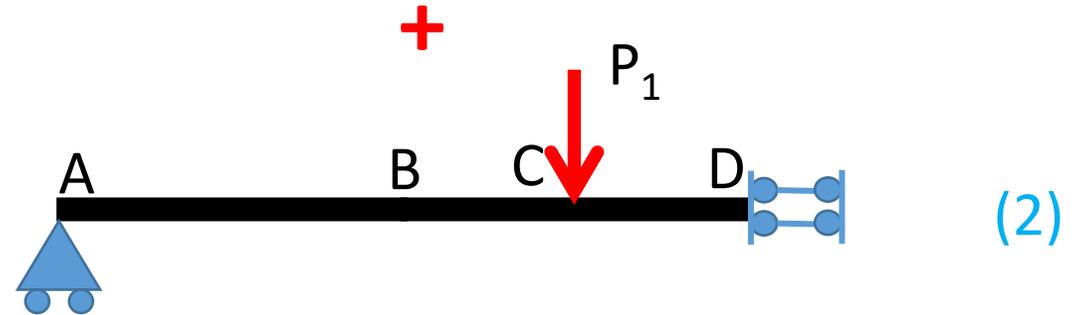
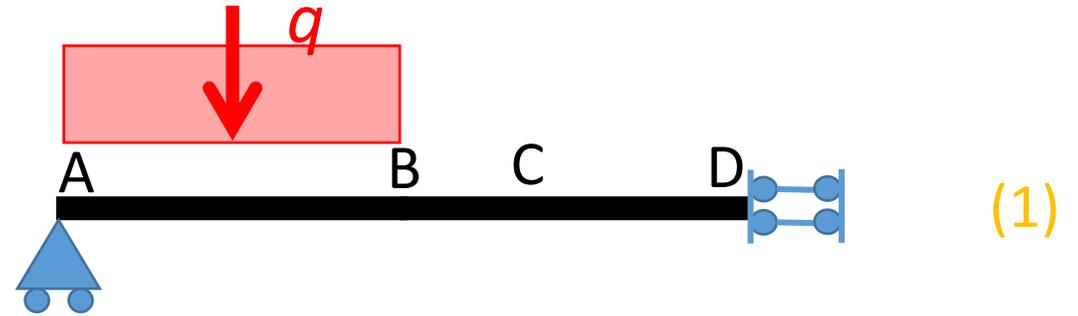
ESERCIZIO 5

Utilizziamo il Principio di Sovrapposizione degli Effetti



Sistema Completo = (1)+(2)+(3)

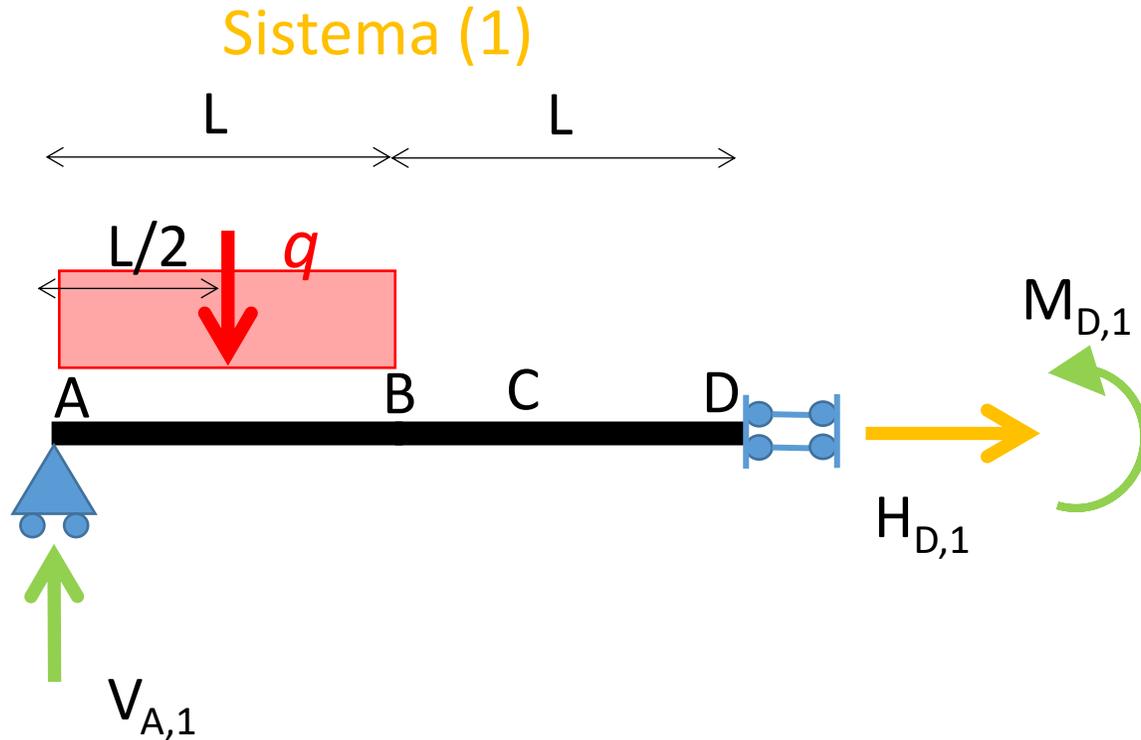
1. RISOLUZIONE DELLA STRUTTURA



ESERCIZIO 5

1. RISOLUZIONE DELLA STRUTTURA

Imponiamo l'equilibrio alla traslazione (verticale e orizzontale) e alla rotazione!



Traslazione Verticale

$$V_{A,1} - qL = 0 \quad \rightarrow \quad V_{A,1} = qL$$

Traslazione Orizzontale

$$H_{D,1} = 0 \quad (\text{No forze esterne orizz.})$$

Rotazione (Polo A)

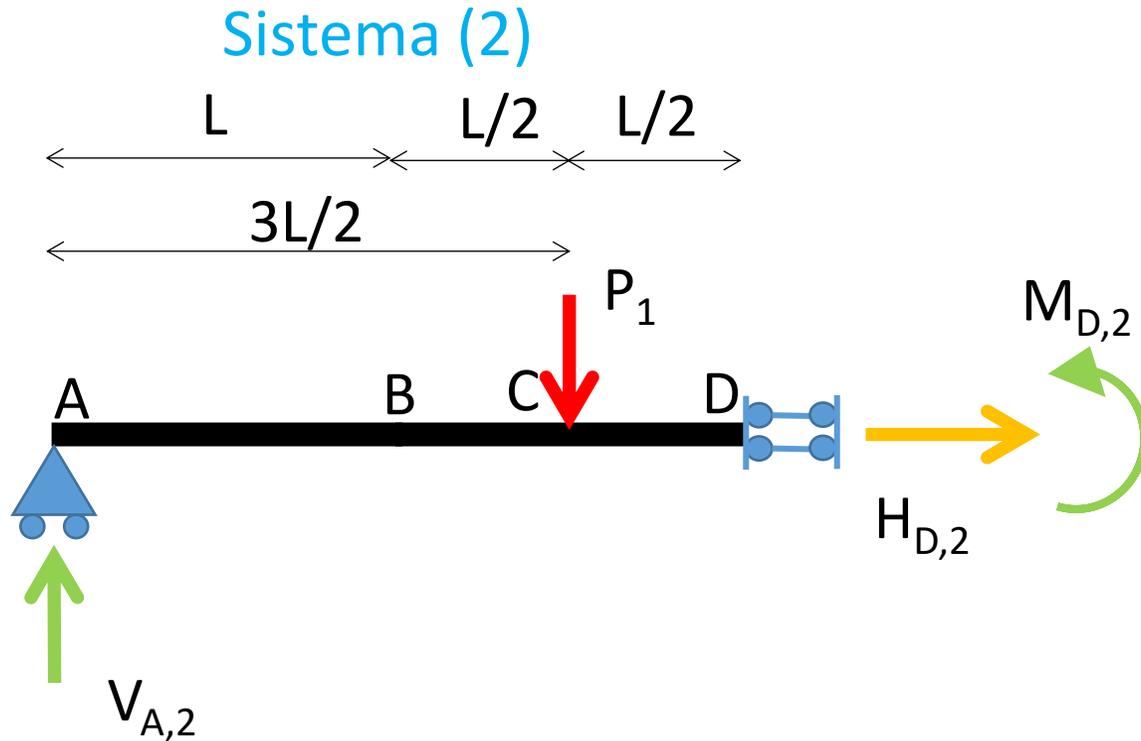
$$M_{D,1} - qL \times L/2 = 0 \quad \rightarrow \quad M_{D,1} = qL^2/2$$

⊕ ⊖

ESERCIZIO 5

1. RISOLUZIONE DELLA STRUTTURA

Imponiamo l'equilibrio alla traslazione (verticale e orizzontale) e alla rotazione!



Traslazione Verticale

$$V_{A,2} - P_1 = 0 \quad \rightarrow \quad V_{A,2} = P_1$$

Traslazione Orizzontale

$$H_{D,2} = 0 \quad (\text{No forze esterne orizz.})$$

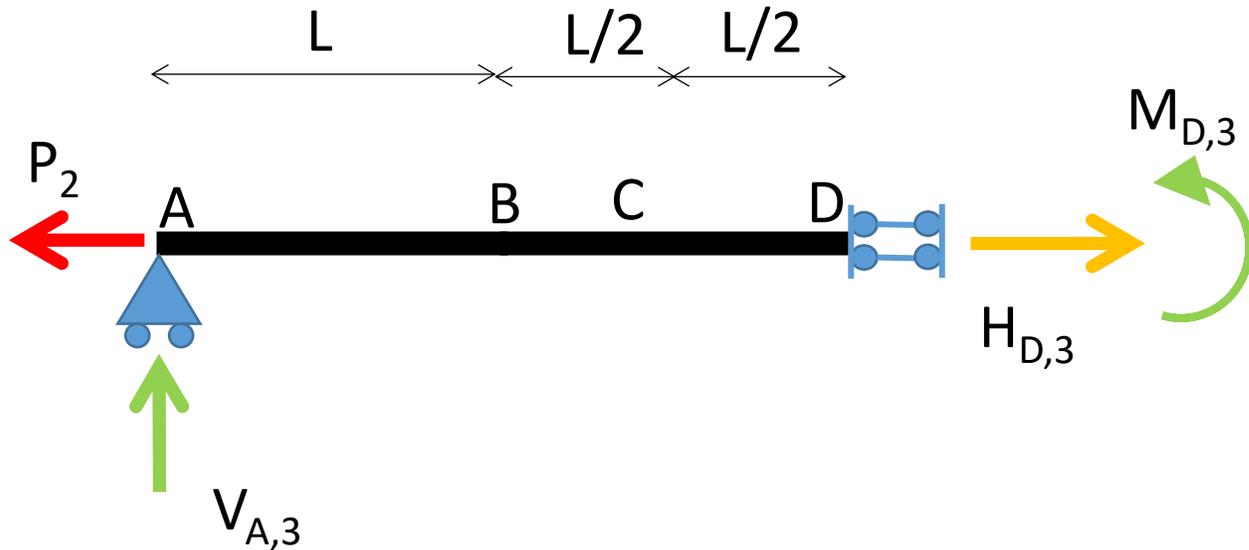
Rotazione (Polo A)

$$M_{D,2} - P_1 \times 3L/2 = 0 \quad \rightarrow \quad M_{D,2} = 3P_1L/2$$

⊕ ⊖

ESERCIZIO 5

Sistema (3)



1. RISOLUZIONE DELLA STRUTTURA

Imponiamo l'equilibrio alla traslazione (verticale e orizzontale) e alla rotazione!

Traslazione Verticale

$$V_{A,3} = 0 \quad (\text{No forze esterne verticali})$$

Traslazione Orizzontale

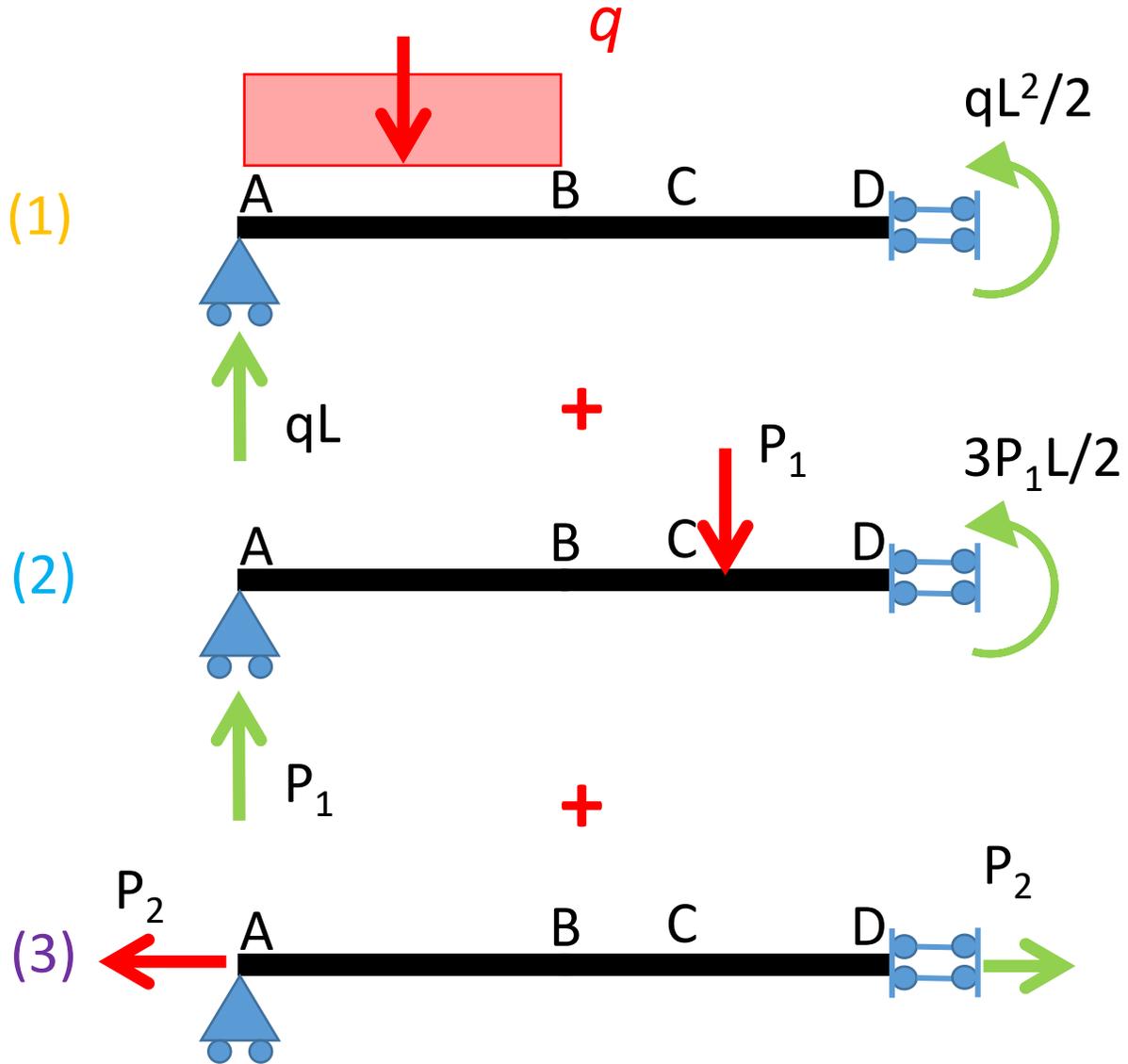
$$H_{D,3} - P_2 = 0 \rightarrow H_{D,3} = P_2$$

Rotazione (Polo A)

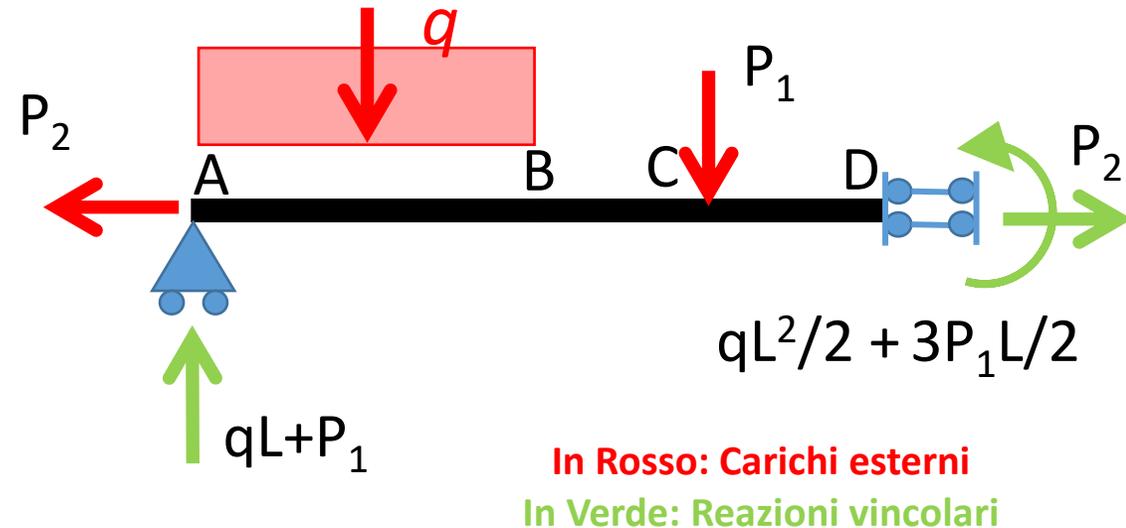
$$M_{D,3} = 0$$

(Non ci sono forze con braccio)

ESERCIZIO 5

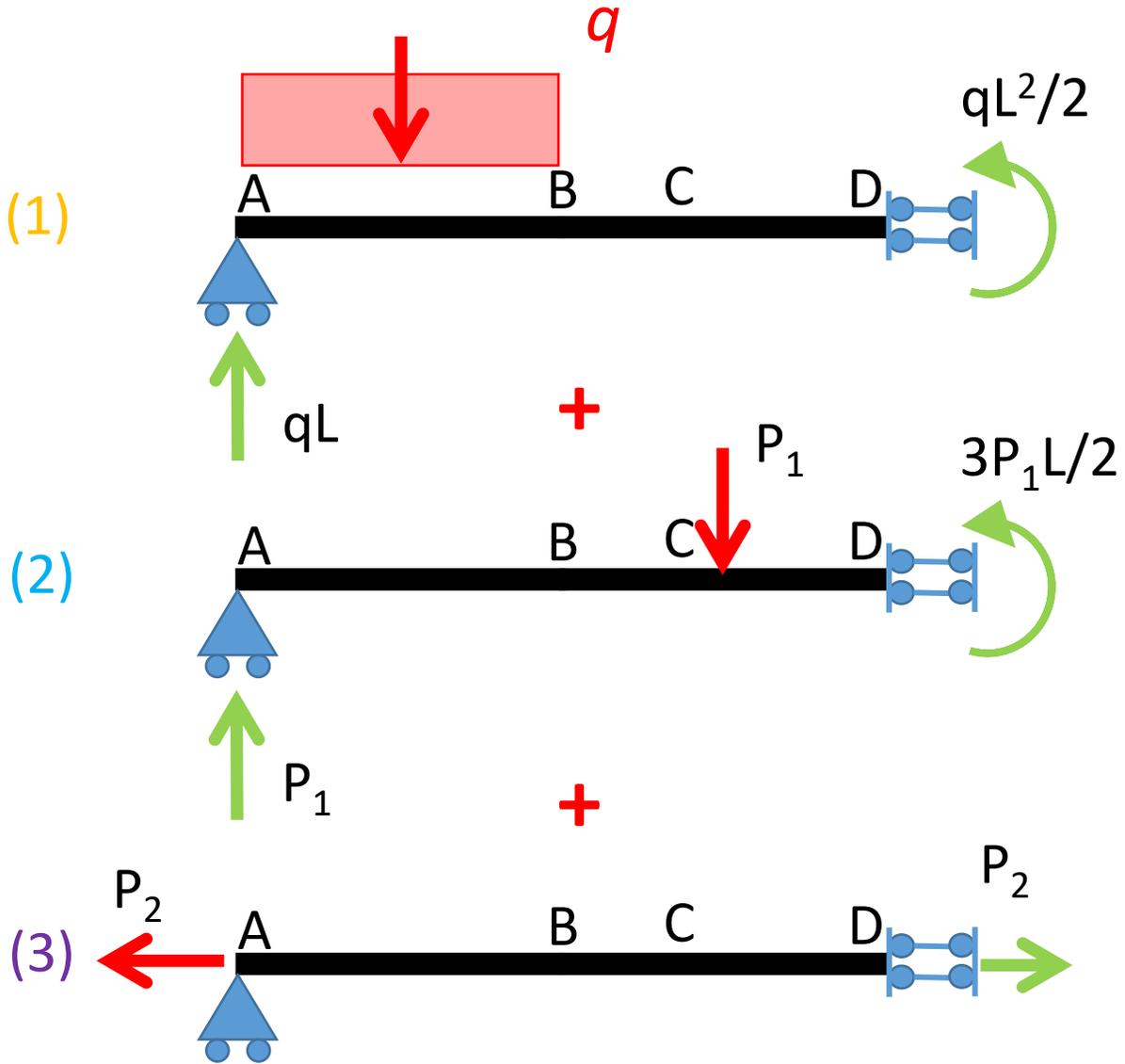


Utilizziamo il Principio di Sovrapposizione degli Effetti per ottenere le reazioni vincolari:



Sistema Completo = (1)+(2)+(3)

ESERCIZIO 5



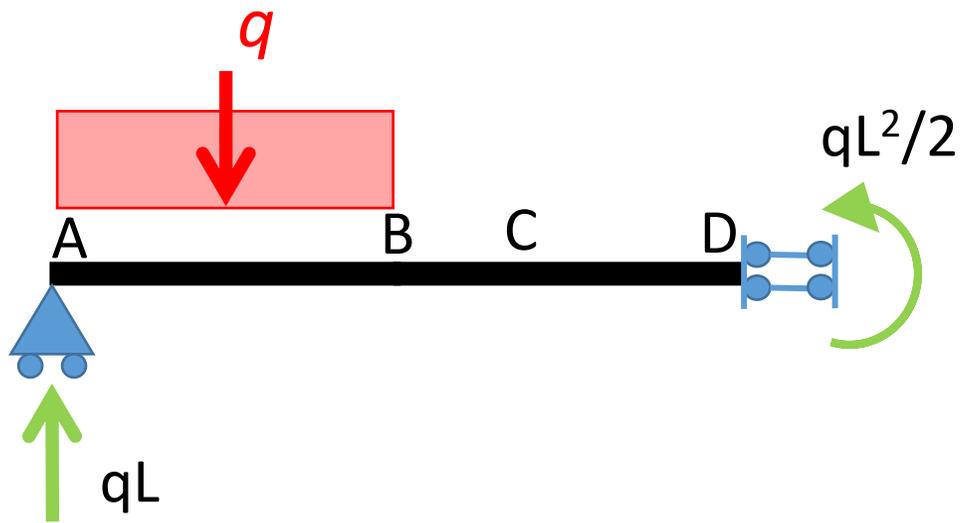
1. RISOLUZIONE DELLA STRUTTURA

Possiamo usare il principio di Sovrapposizione degli effetti anche per il calcolo delle Caratteristiche di Sollecitazione

Sistema Completo = (1)+(2)+(3)

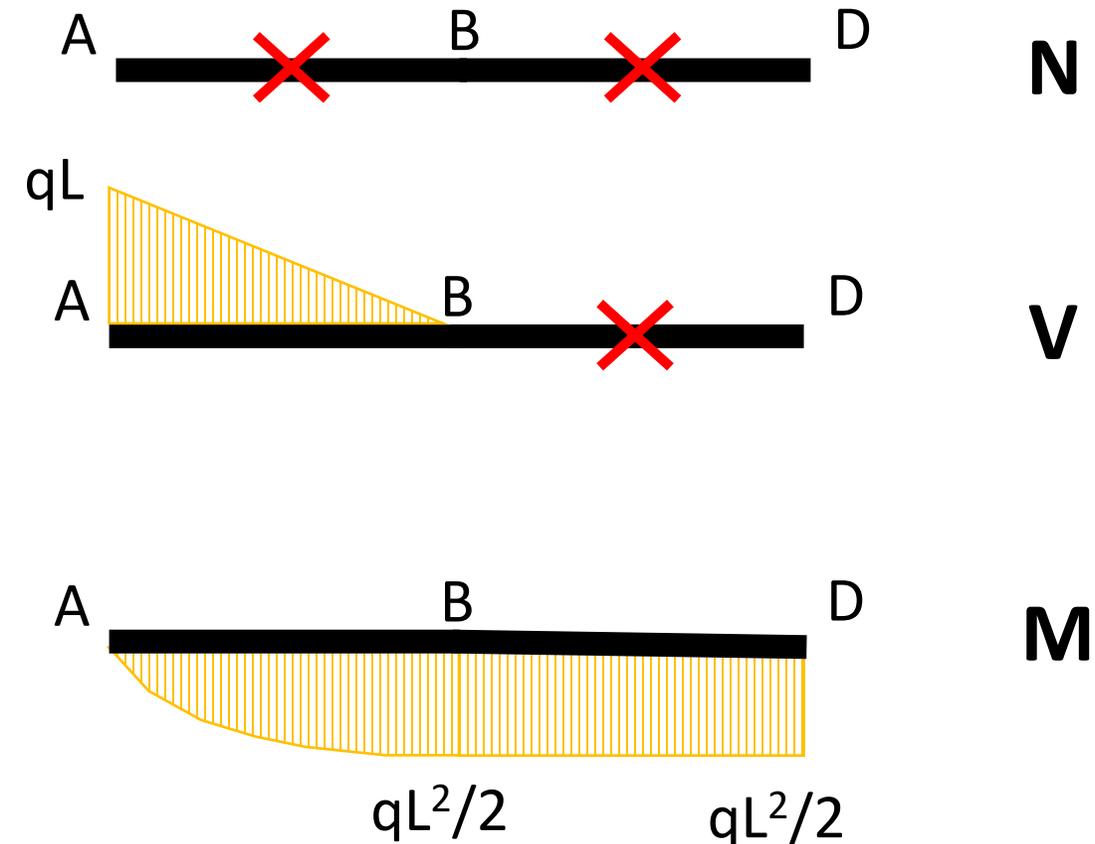
ESERCIZIO 5

Sistema (1)



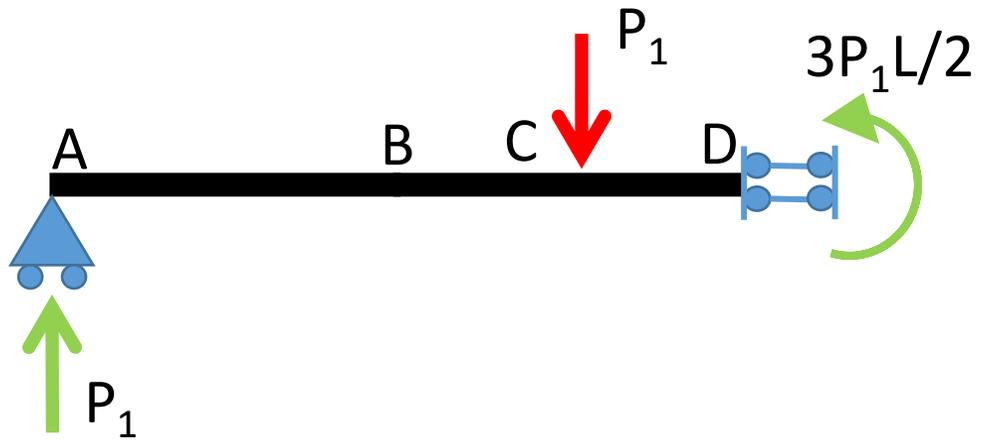
1. RISOLUZIONE DELLA STRUTTURA

Possiamo usare il principio di Sovrapposizione degli effetti anche per il calcolo delle Caratteristiche di Sollecitazione



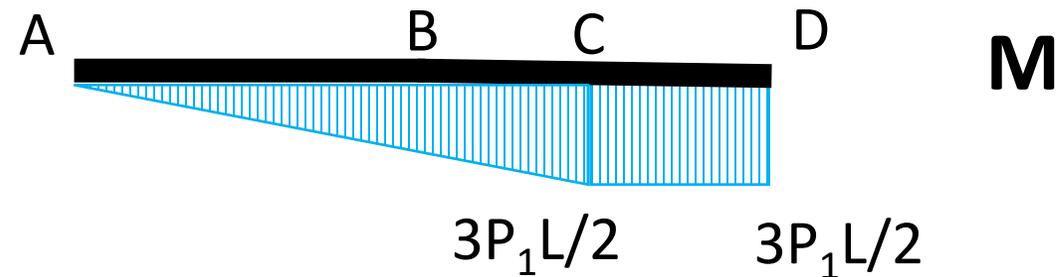
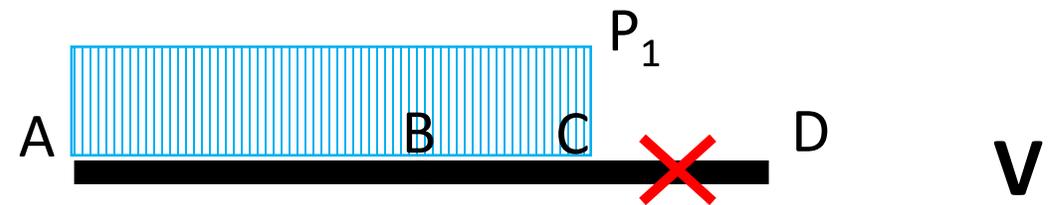
ESERCIZIO 5

Sistema (2)



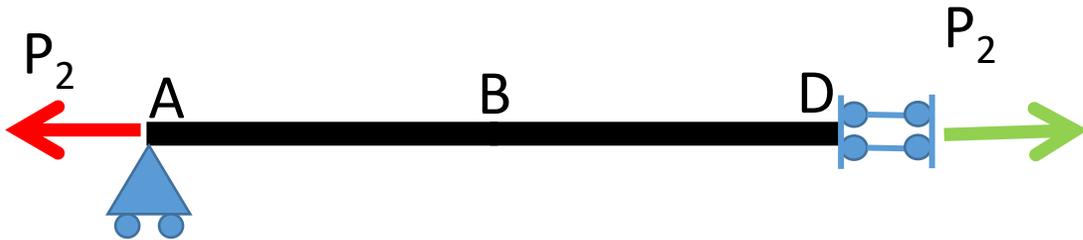
1. RISOLUZIONE DELLA STRUTTURA

Possiamo usare il principio di Sovrapposizione degli effetti anche per il calcolo delle Caratteristiche di Sollecitazione



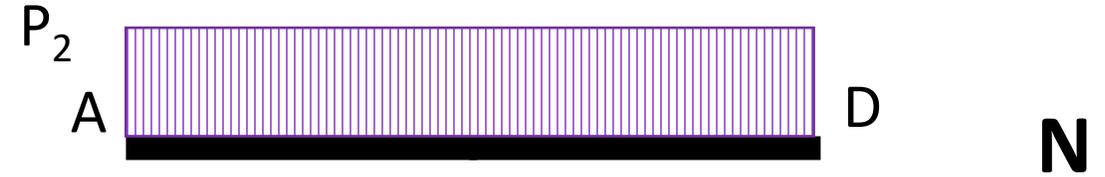
ESERCIZIO 5

Sistema (3)



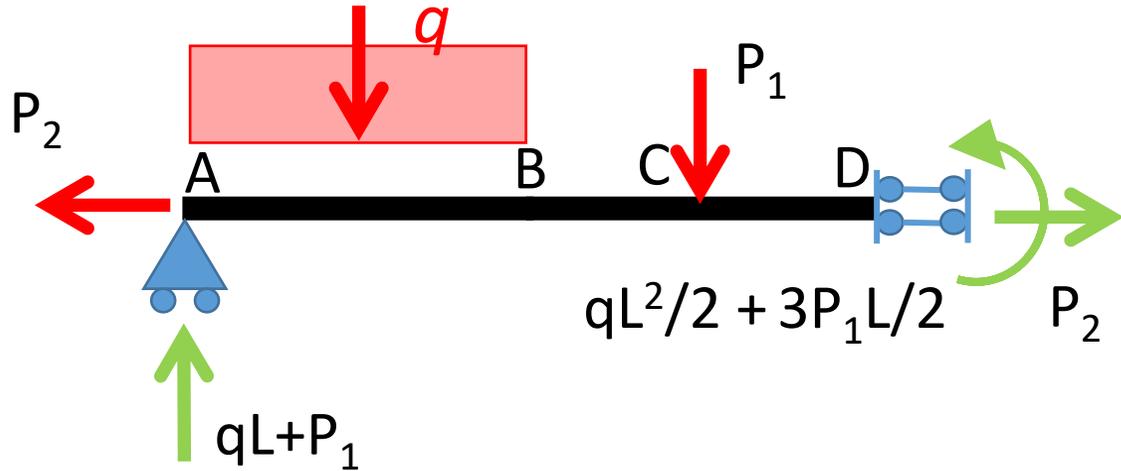
1. RISOLUZIONE DELLA STRUTTURA

Possiamo usare il principio di Sovrapposizione degli effetti anche per il calcolo delle Caratteristiche di Sollecitazione



ESERCIZIO 5

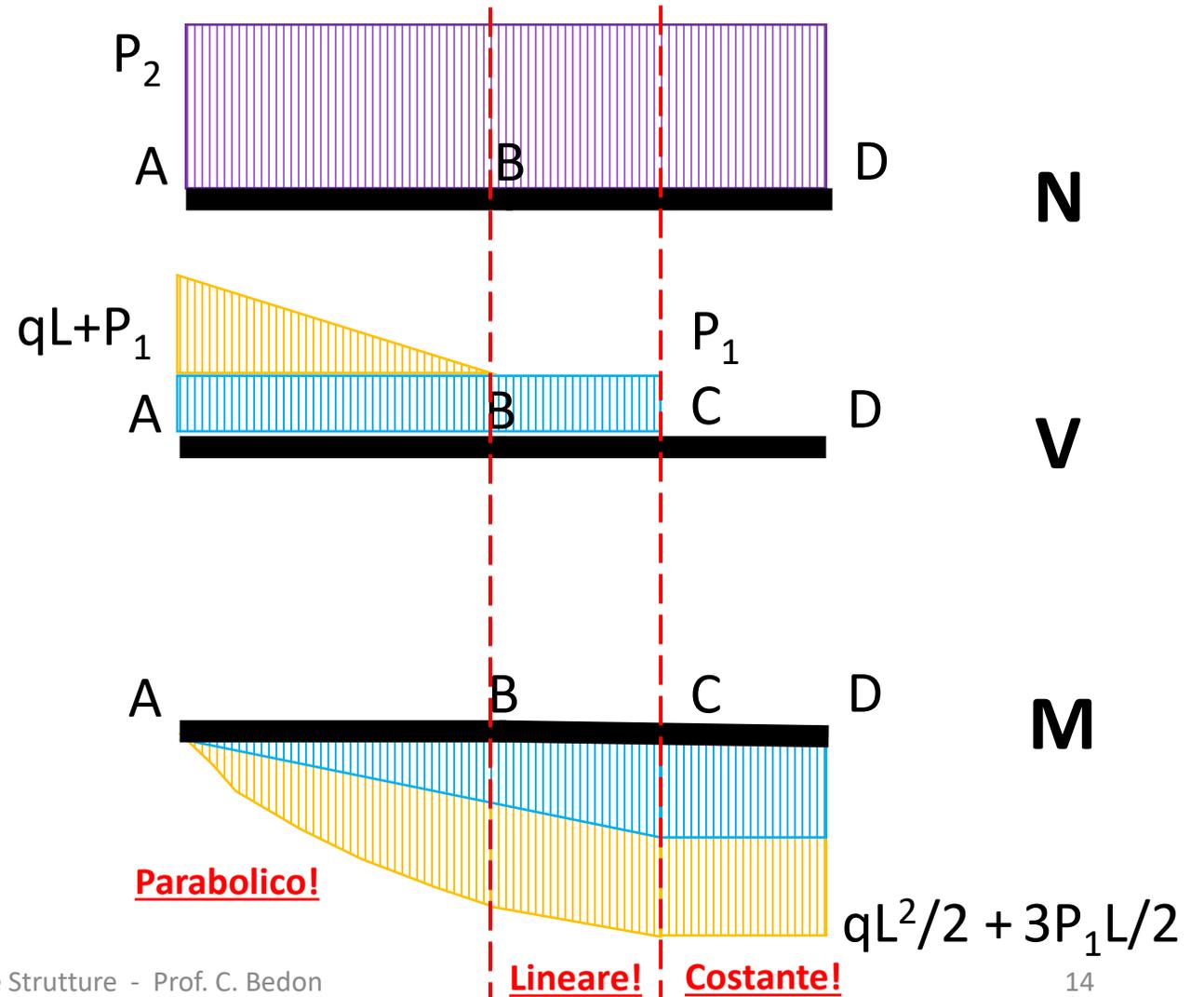
Sistema Completo = (1)+(2)+(3)



In Rosso: Carichi esterni
In Verde: Reazioni vincolari

1. RISOLUZIONE DELLA STRUTTURA

Possiamo usare il principio di Sovrapposizione degli effetti anche per il calcolo delle Caratteristiche di Sollecitazione



ESERCIZIO 5

Sezione C^{sx}:

$$N = P_2 = 30,0 \text{ kN (Trazione)}$$

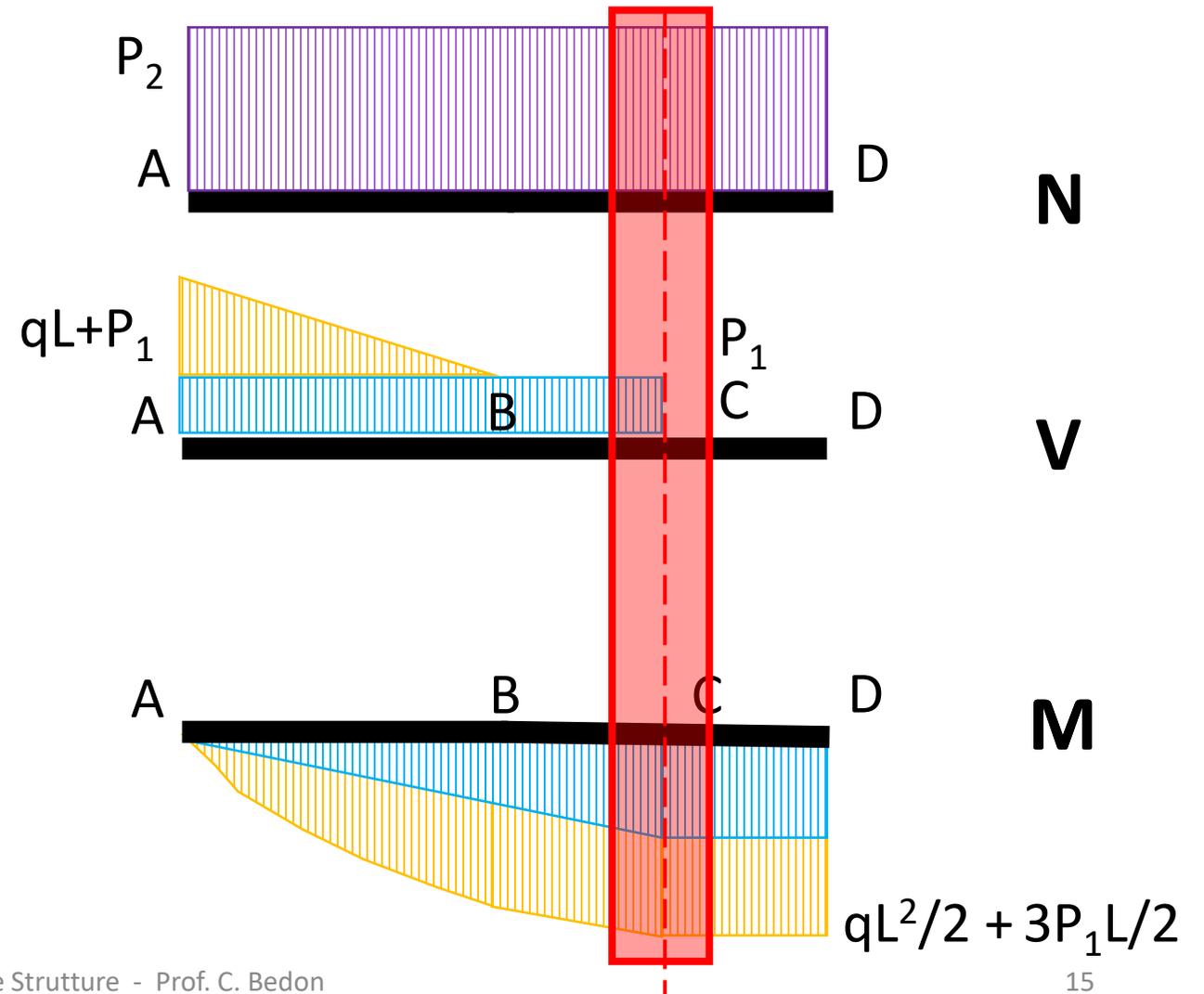
$$V = P_1 = 5,0 \text{ kN}$$

$$M = qL^2/2 + 3P_1L/2 = 68,8 \text{ kNm}$$

(La sezione A è quella con il taglio più elevato, ma ha un Momento agente pari a zero)

1. RISOLUZIONE DELLA STRUTTURA

Cerco la sezione più sollecitata:



ESERCIZIO 5

1. PRIMA DI PARTIRE: ANALIZZO IL PROBLEMA E LE SUE CARATTERISTICHE

2. RISOLUZIONE DELLA STRUTTURA

- a. Reazioni vincolari
- b. Caratteristiche di sollecitazione
- c. Individuazione della sezione piu' sollecitata (una o piu' sezioni...)

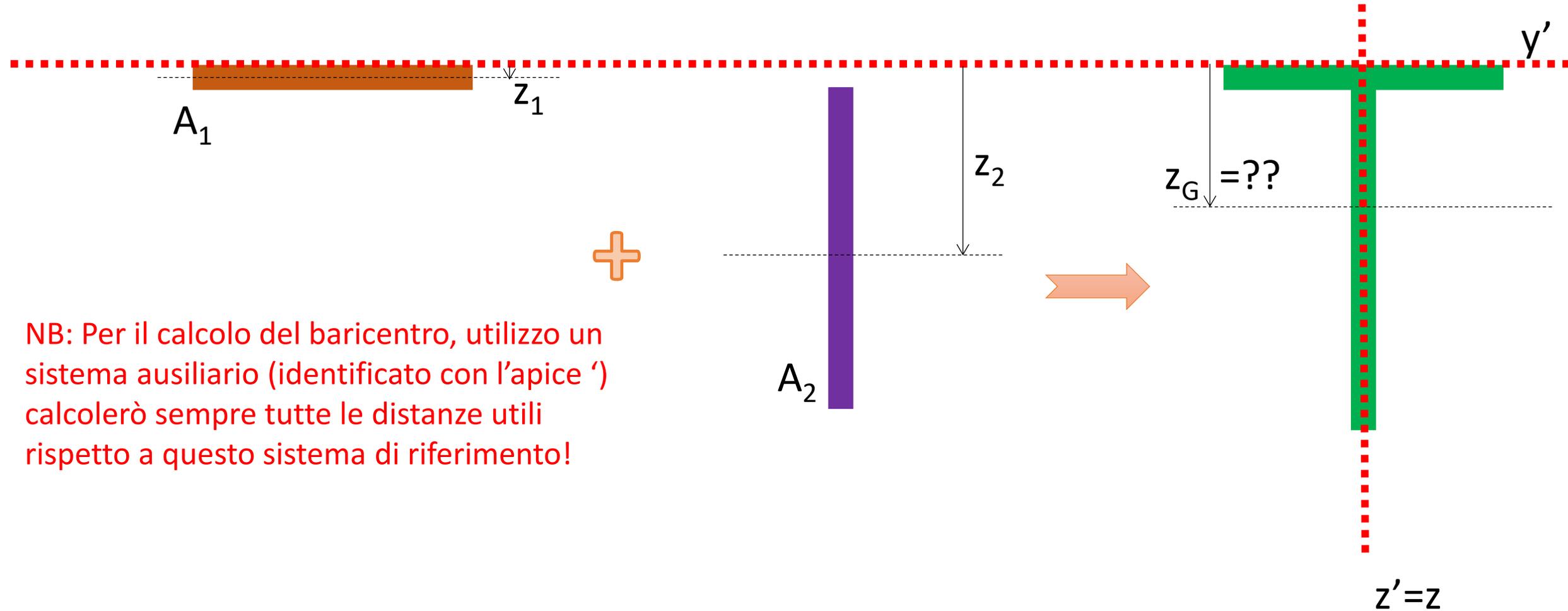
3. ANALISI DELLA SEZIONE

- a. Caratteristiche inerziali
- b. Calcolo delle tensioni da pressoflessione
- c. Calcolo delle tensioni tangenziali da taglio
- d. Verifica della sezione

- Baricentro G
- Momento d'Inerzia J_y

ESERCIZIO 5

3. ANALISI DELLA SEZIONE a. Caratteristiche inerziali

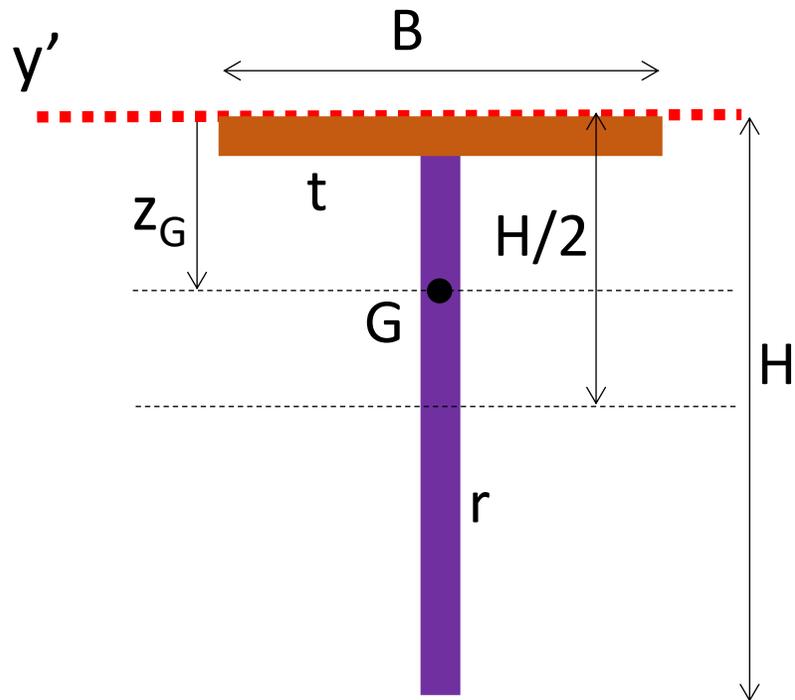


NB: Per il calcolo del baricentro, utilizzo un sistema ausiliario (identificato con l'apice ') calcolerò sempre tutte le distanze utili rispetto a questo sistema di riferimento!

ESERCIZIO 5

3. ANALISI DELLA SEZIONE a. Caratteristiche inerziali

(1) BARICENTRO



$$\begin{aligned} A &= A_1 + A_2 = \\ &= (B \times t) + (r \times (H - t)) = \\ &= 6350 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_G &= S_{y'} / A = \\ &= ((A_1 \times z_1) + (A_2 \times z_2)) / A = \\ &= 108 \text{ mm} \end{aligned}$$

DATI

$H = 300 \text{ mm}$

$B = 200 \text{ mm}$

$t = 10 \text{ mm}$

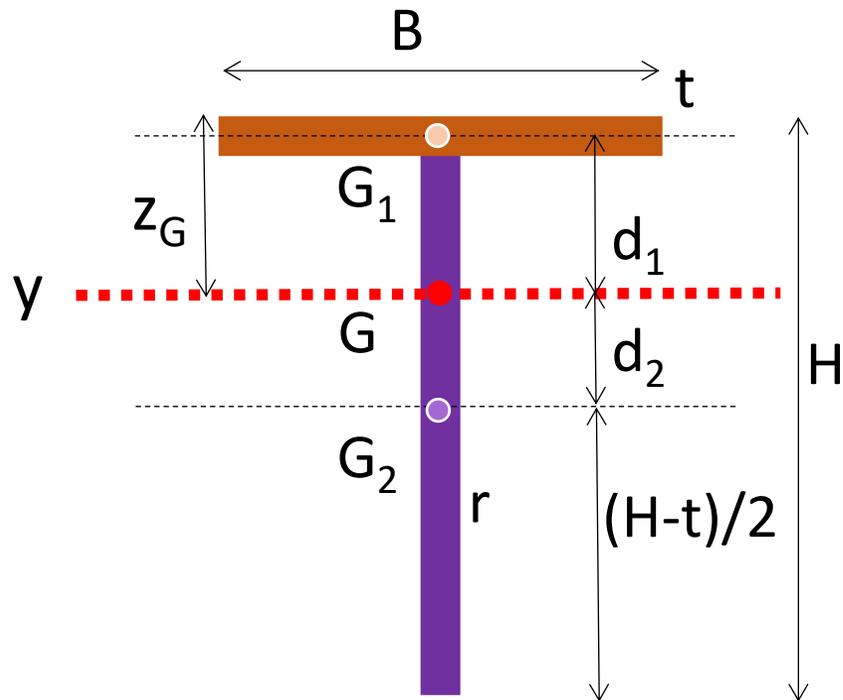
$r = 15 \text{ mm}$

$z_G < H/2 = 150 \text{ mm}$
Quindi il baricentro G
è spostato verso l'alto

ESERCIZIO 5

3. ANALISI DELLA SEZIONE a. Caratteristiche inerziali

(2) MOMENTO D'INERZIA



$$\begin{aligned} J_y &= J^{(1)} + J^{(2)} + \text{trasporto} = \\ &= J^{(1)} + J^{(2)} + A_1 \times (d_1^2) + A_2 \times (d_2^2) = \\ &= 6,13 \times 10^7 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

$$J^{(1)} = (1/12) \times B \times (t^3)$$

$$J^{(2)} = (1/12) \times r \times (H - t)^3$$

$$d_1 = z_G - t/2$$

$$d_2 = H - ((H - t)/2) - z_G$$

DATI

H= 300 mm

B= 200 mm

t= 10 mm

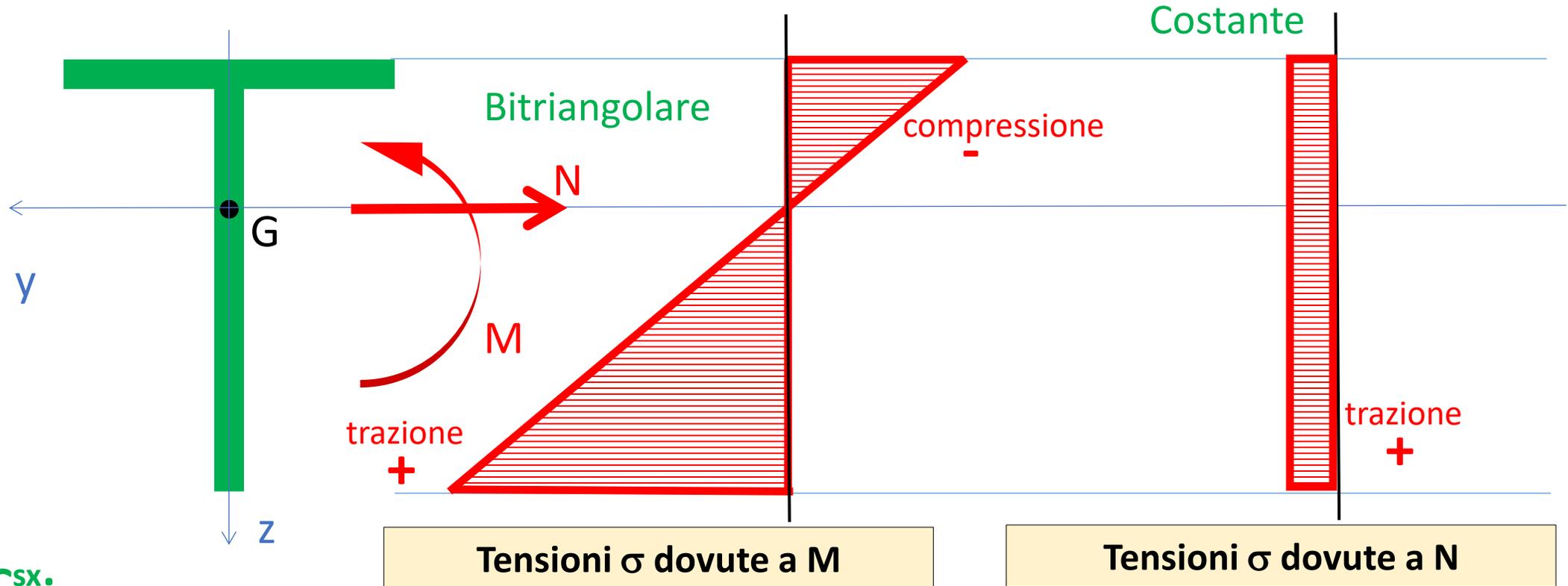
r= 15 mm

ESERCIZIO 5

3. ANALISI DELLA SEZIONE

b. Calcolo delle tensioni da pressoflessione

TESIONI NORMALI σ dovute a M e N



Sezione C^{sx} :

$N = 30,0$ kN (Trazione)

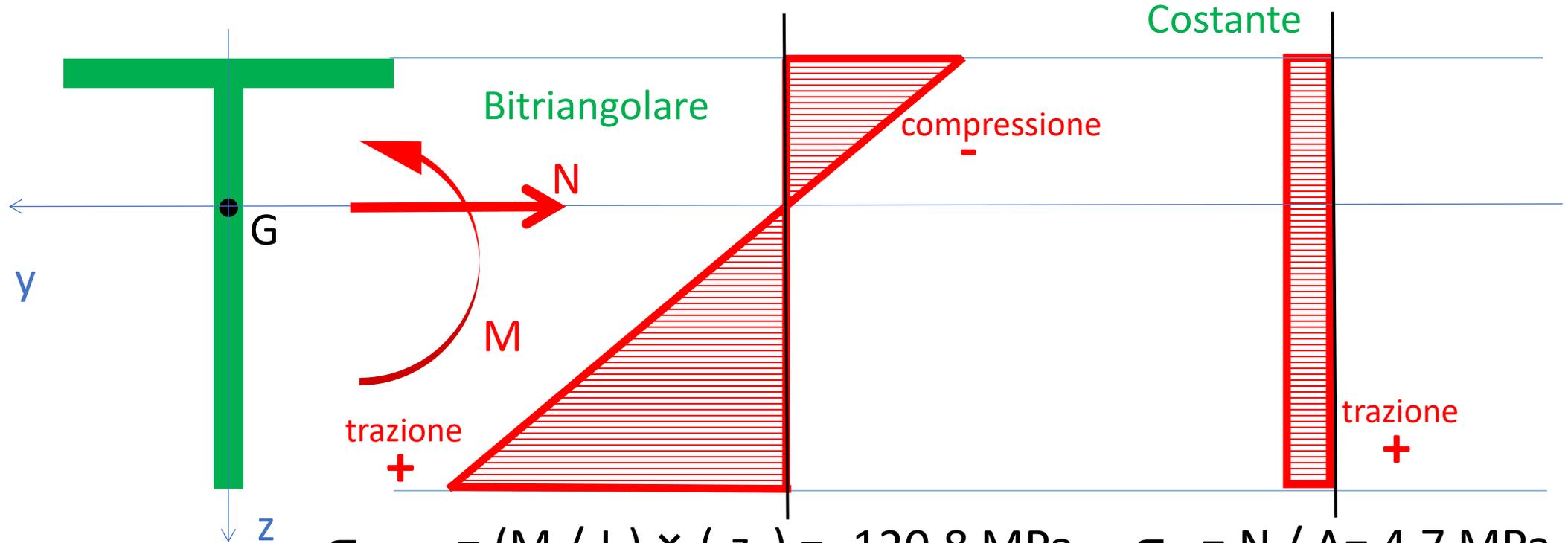
$M = 68,8$ kNm

ESERCIZIO 5

3. ANALISI DELLA SEZIONE

b. Calcolo delle tensioni da pressoflessione

TESIONI NORMALI σ dovute a M e N



Sezione C^{sx}:

$N = 30,0$ kN (Traz.)

$M = 68,8$ kNm

$$\sigma_{M,\text{sup}} = (M / J_y) \times (-z_G) = -120,8 \text{ MPa}$$

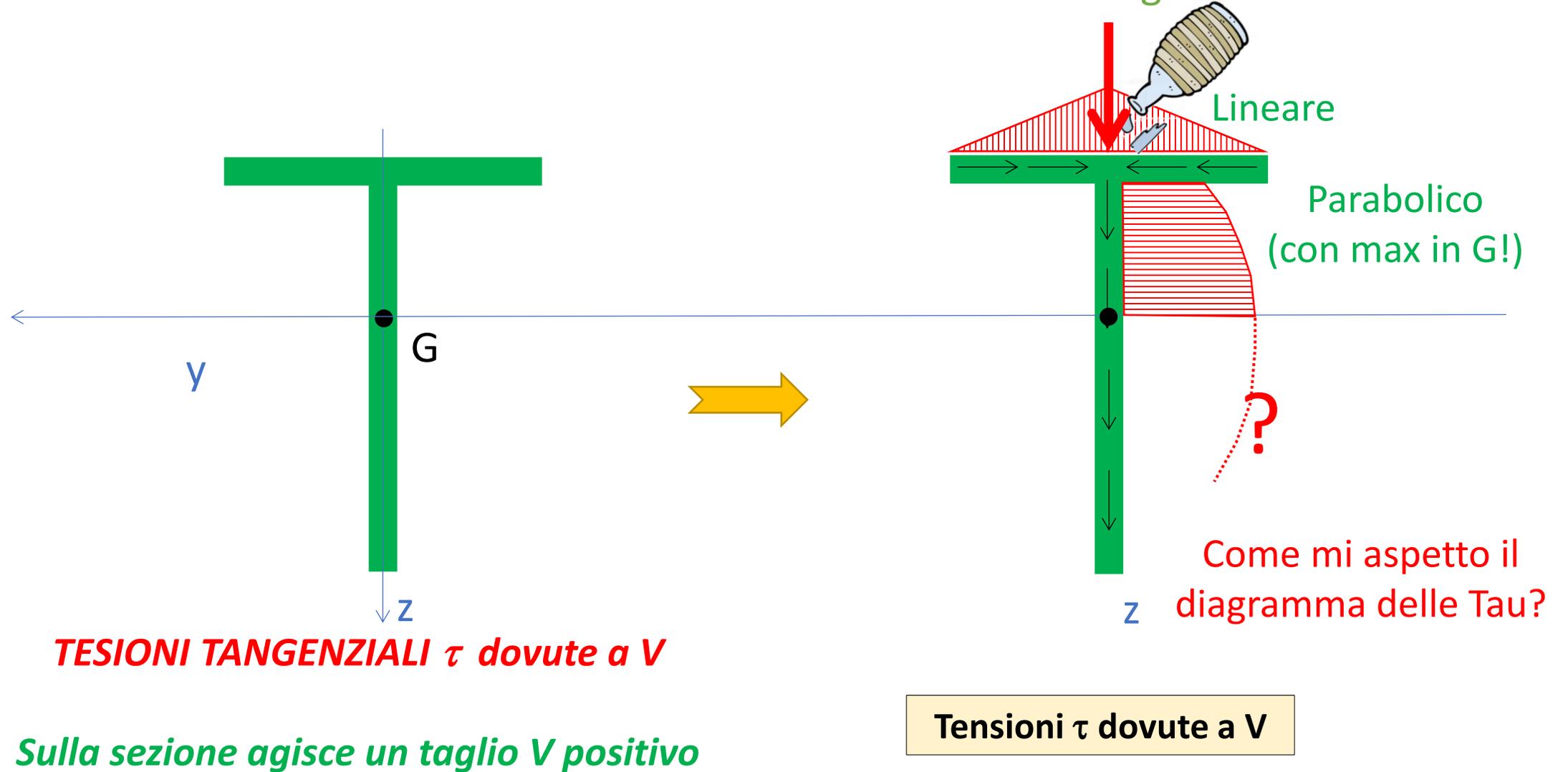
$$\sigma_{M,\text{inf}} = (M / J_y) \times (H - z_G) = 215,5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_N = N / A = 4,7 \text{ MPa}$$

ESERCIZIO 5

3. ANALISI DELLA SEZIONE

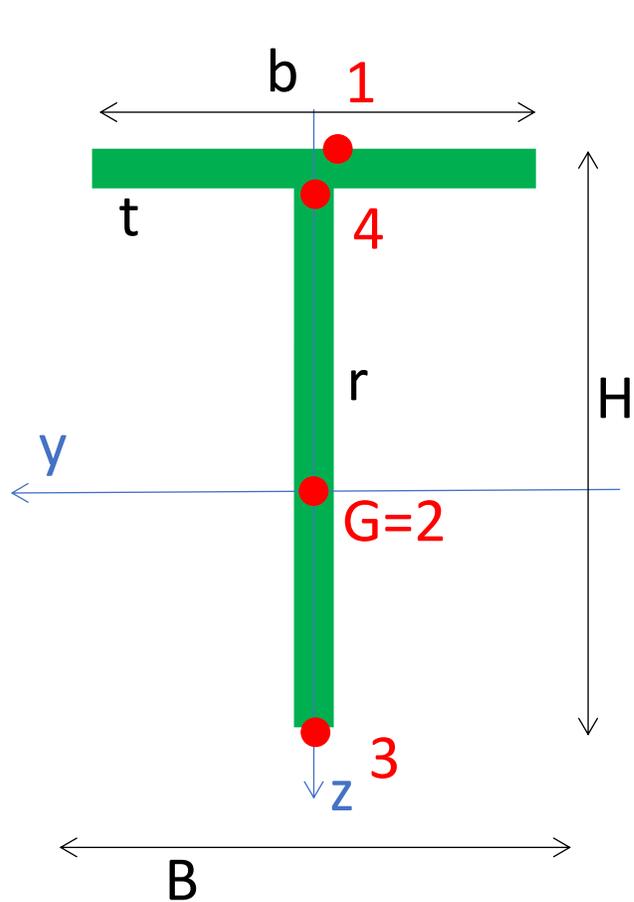
c. Calcolo delle tensioni da taglio



ESERCIZIO 5

3. ANALISI DELLA SEZIONE

c. Calcolo delle tensioni da taglio



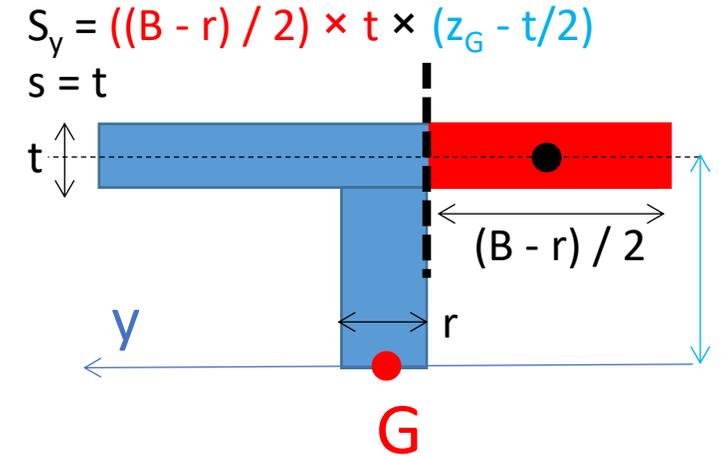
$$\begin{aligned}\tau_1 &= (V / J_y) \times (S_y / s) = \\ &= (5000 / 6,13 \times 10^7) (9,5 \times 10^4 / 10) \\ &= 0,77 \text{ MPa}\end{aligned}$$

ATTENZIONE! Cambia lo spessore tra piattabanda e anima!

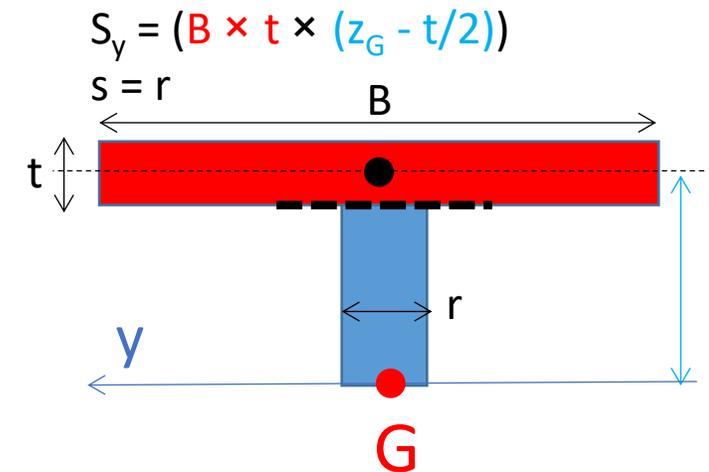
$$\begin{aligned}\tau_4 &= (V / J_y) \times (S_y / s) = \\ &= (5000 / 6,13 \times 10^7) (2,1 \times 10^5 / 15) \\ &= 1,12 \text{ MPa}\end{aligned}$$

**Con
V=5 kN**

Punto 1



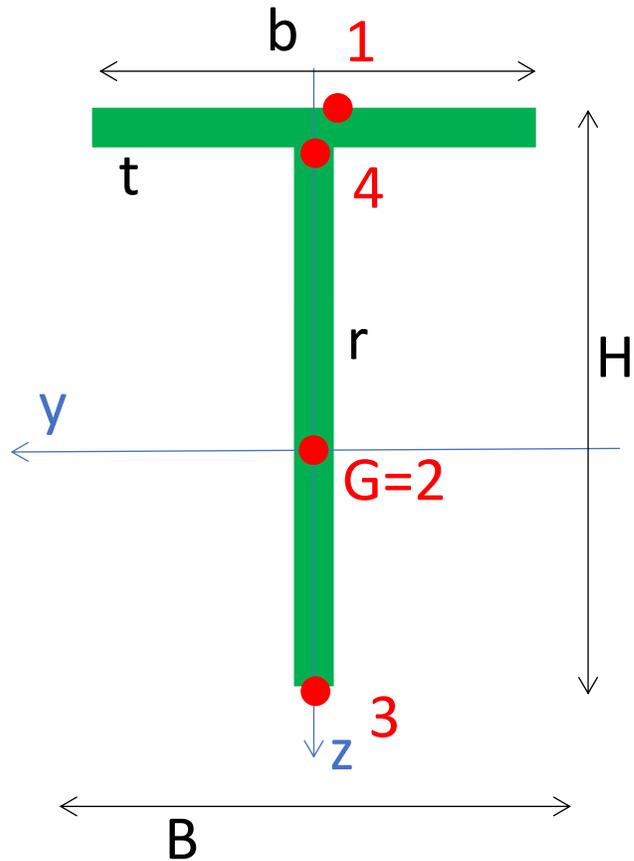
Punto 4



ESERCIZIO 5

3. ANALISI DELLA SEZIONE

c. Calcolo delle tensioni da taglio

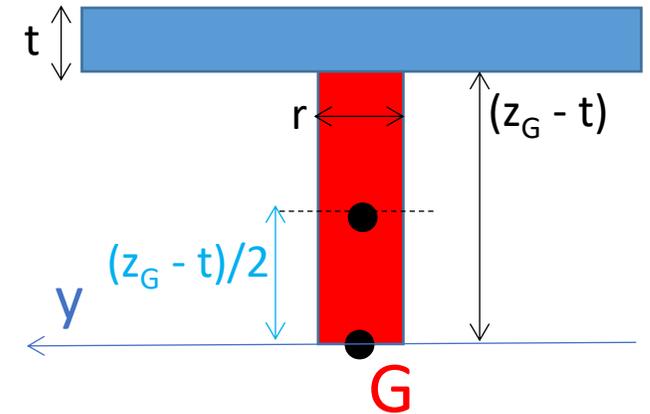


Punto 2

$$\begin{aligned}\tau_2 &= \tau_4 + \Delta\tau \\ &= 1,12 + 0,39 = \\ &= 1,51 \text{ MPa}\end{aligned}$$

Punto 2: si calcola come Punto 4 + $\Delta\tau$ (sull'anima del profilo)

$$\begin{aligned}\Delta\tau &= (V / J_y) \times (\Delta S_y / s) = \\ &= (5000 / 6,13 \times 10^7) (7,2 \times 10^4 / 15) \\ &= 0,39 \text{ MPa}\end{aligned}$$



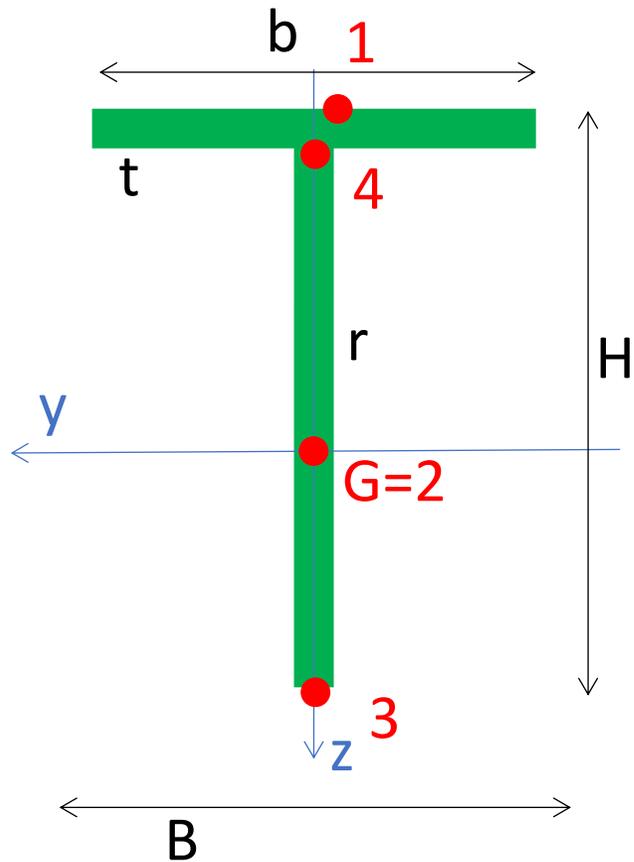
$$\begin{aligned}\Delta S_y &= ((z_G - t) \times r) \times ((z_G - t)/2) \\ s &= r\end{aligned}$$

**Con
V=5 kN**

ESERCIZIO 5

3. ANALISI DELLA SEZIONE

c. Calcolo delle tensioni da taglio



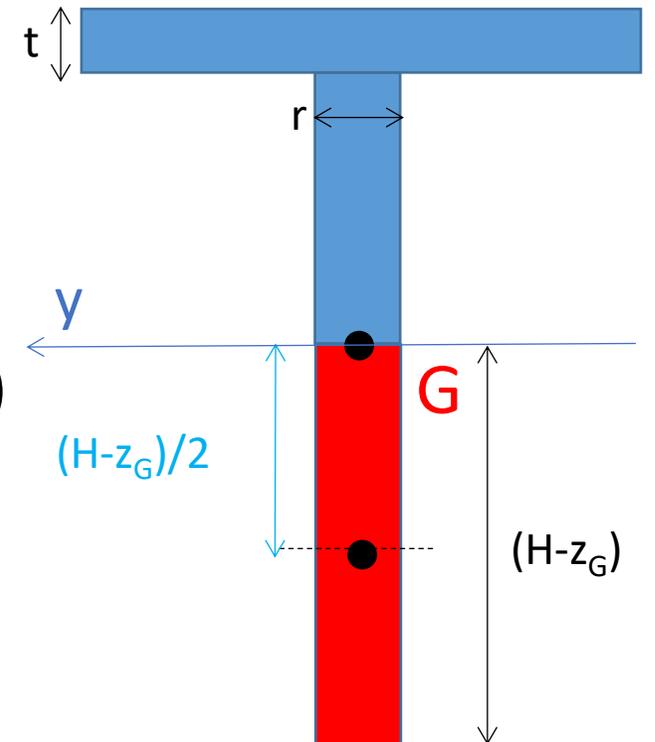
Punto 3

$$\begin{aligned}\tau_3 &= \tau_2 + \Delta\tau \\ &= 1,51 - 1,51 = \\ &= 0 \text{ MPa}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta\tau &= (V / J_y) \times (\Delta S_y / s) = \\ &= (5000 / 6,13 \times 10^7) (-2,8 \times 10^5 / 15) \\ &= -1,51 \text{ MPa}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta S_y &= -((H-z_G) \times r) \times ((H-z_G)/2) \\ s &= r\end{aligned}$$

Punto 3: si calcola come Punto 2 + $\Delta\tau$ (sulla porzione mancante di anima del profilo)



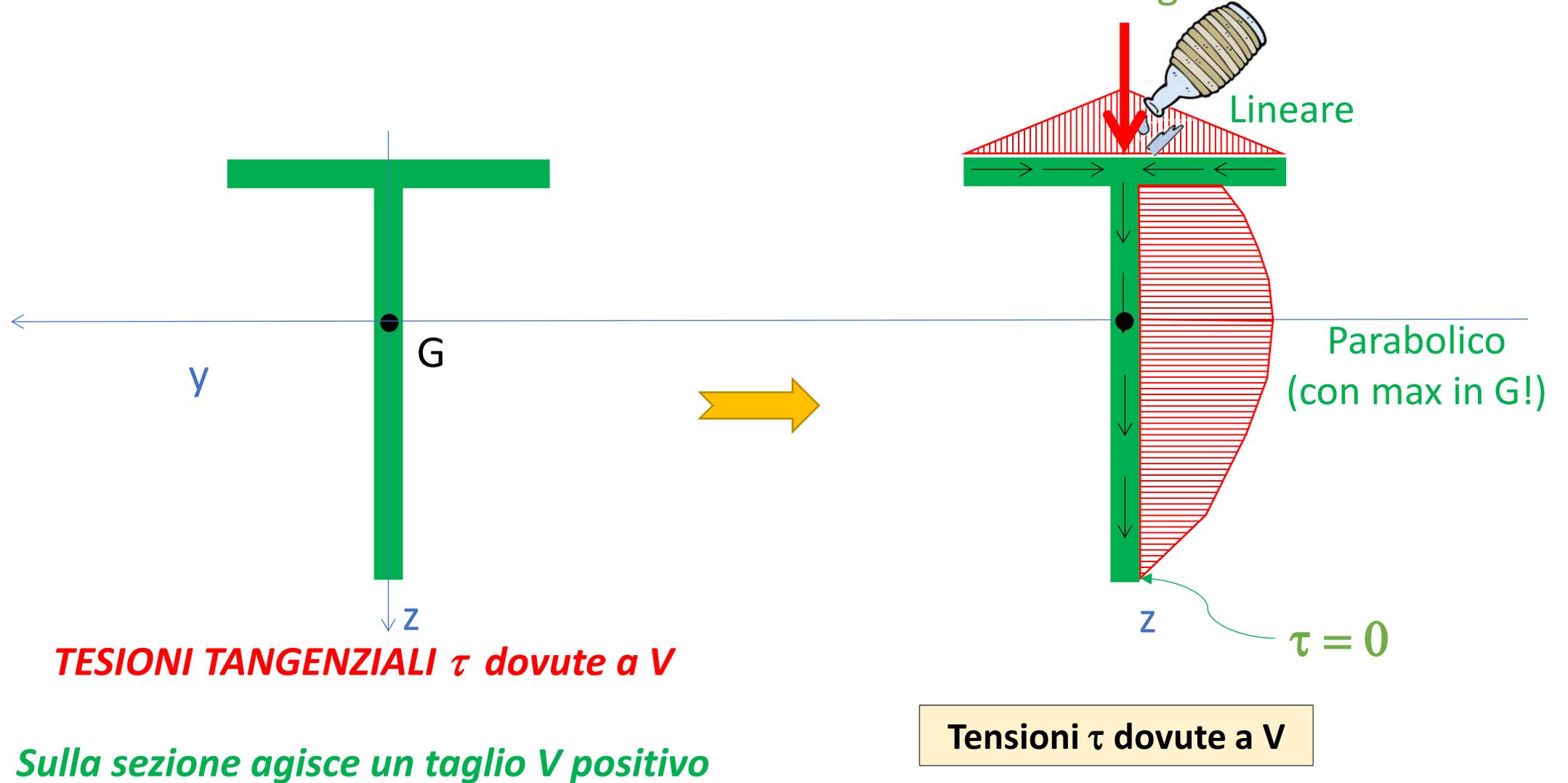
ATTENZIONE! Il momento statico è negativo perché abbiamo superato l'asse baricentrico!

**Con
V=5 kN**

ESERCIZIO 5

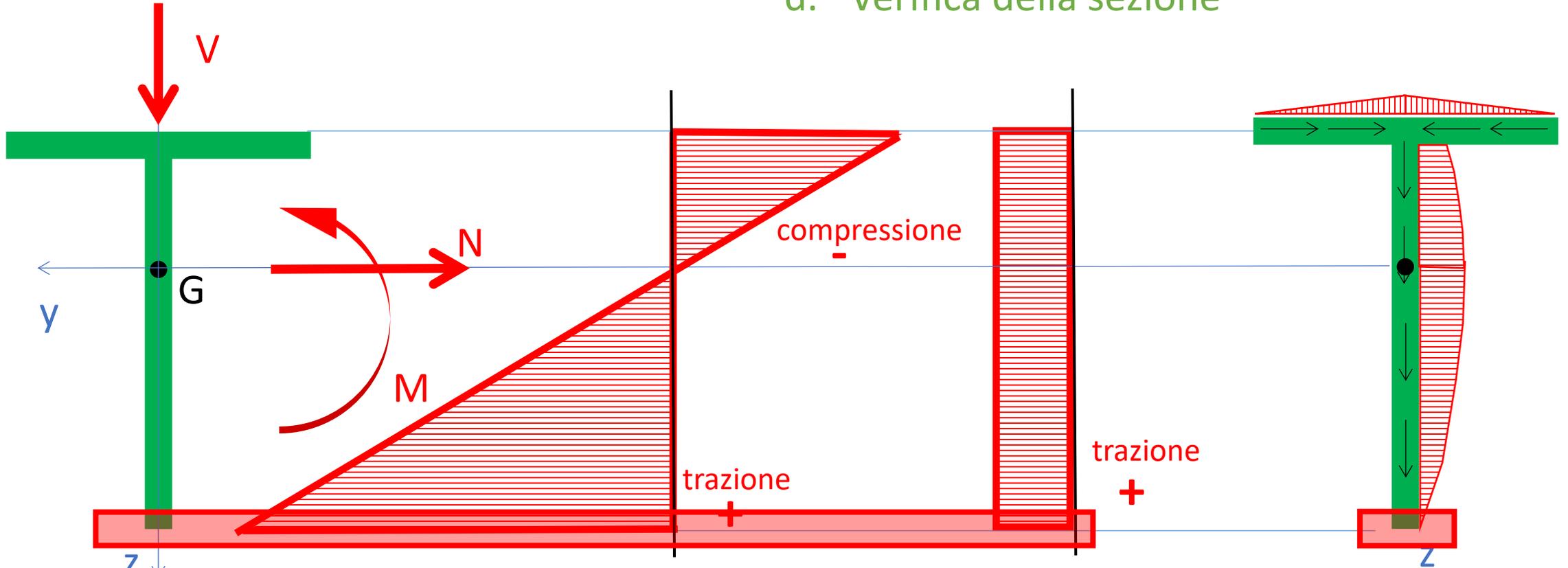
3. ANALISI DELLA SEZIONE

c. Calcolo delle tensioni da taglio



ESERCIZIO 5

3. ANALISI DELLA SEZIONE d. Verifica della sezione



Sezione C^{sx} :

$N = 30,0 \text{ kN}$ (Traz.)

$V = 5,0 \text{ kN}$

$M = 68,8 \text{ kNm}$

Esercitazione – Ing. Alessandro Mazelli

Tensioni σ dovute a M

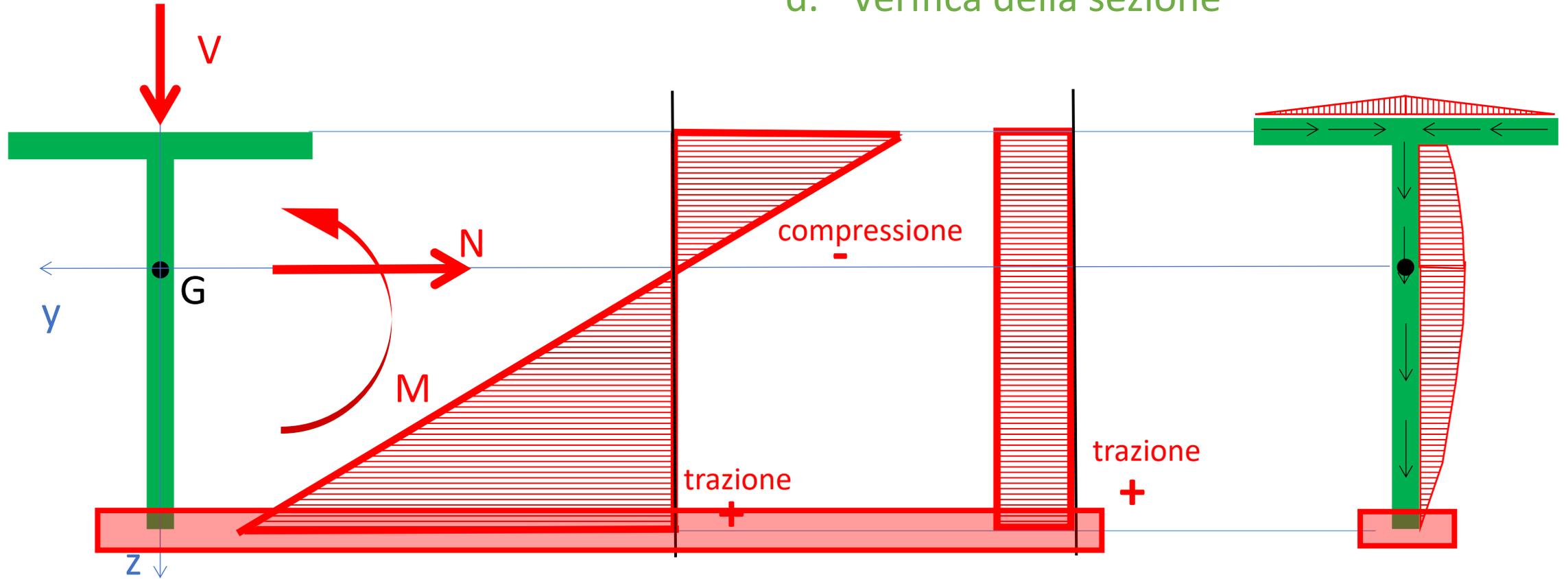
Tensioni σ dovute a N

Tensioni τ dovute a V

Seleziono il punto critico da verificare. Un disegno in scala delle tensioni può aiutare! In questo caso, la fibra inferiore è quella che presenta tensioni maggiori.

ESERCIZIO 5

3. ANALISI DELLA SEZIONE d. Verifica della sezione



$$\sigma_{M,inf} = 215,5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_N = 4,7 \text{ MPa}$$

$$\tau = 0 \text{ MPa}$$

**Verifico con
Von Mises**

$$\sigma_{id} = ((\sigma_M + \sigma_N)^2 + 3\tau^2)^{0.5} = 220,2 \text{ MPa} < 235 \text{ MPa OK!}$$

ESERCIZIO 5

Il punto verificato della sezione è quello con tensione ideale maggiore

+

La sezione analizzata è quella con le sollecitazioni più alte



La struttura assegnata È VERIFICATA