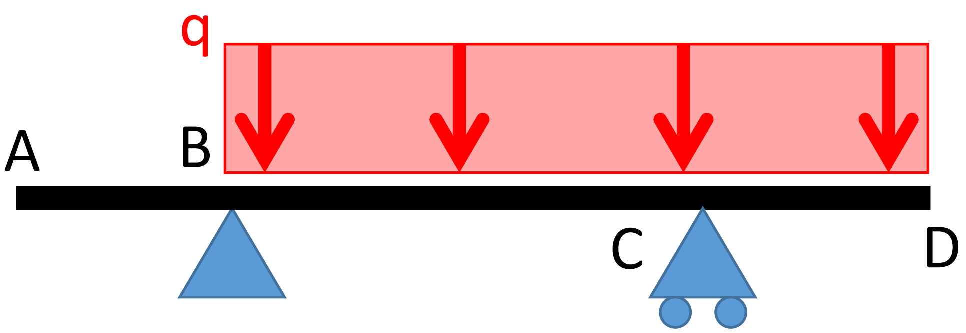
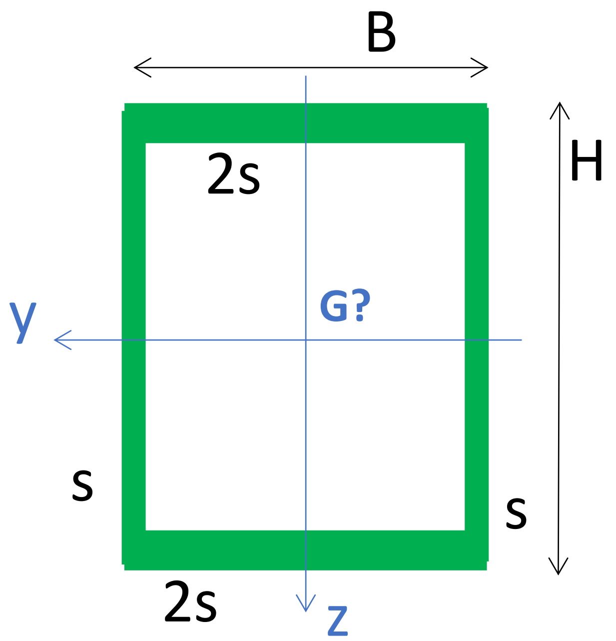
ESERCIZIO 3

VERIFICA DI RESISTENZA DI UNA STRUTTURA ISOSTATICA IN ACCIAIO

ESERCIZIO 3





DATI

AB= CD= L/2= 1.5 m
BC= L= 3 m
q= 5 kN/m

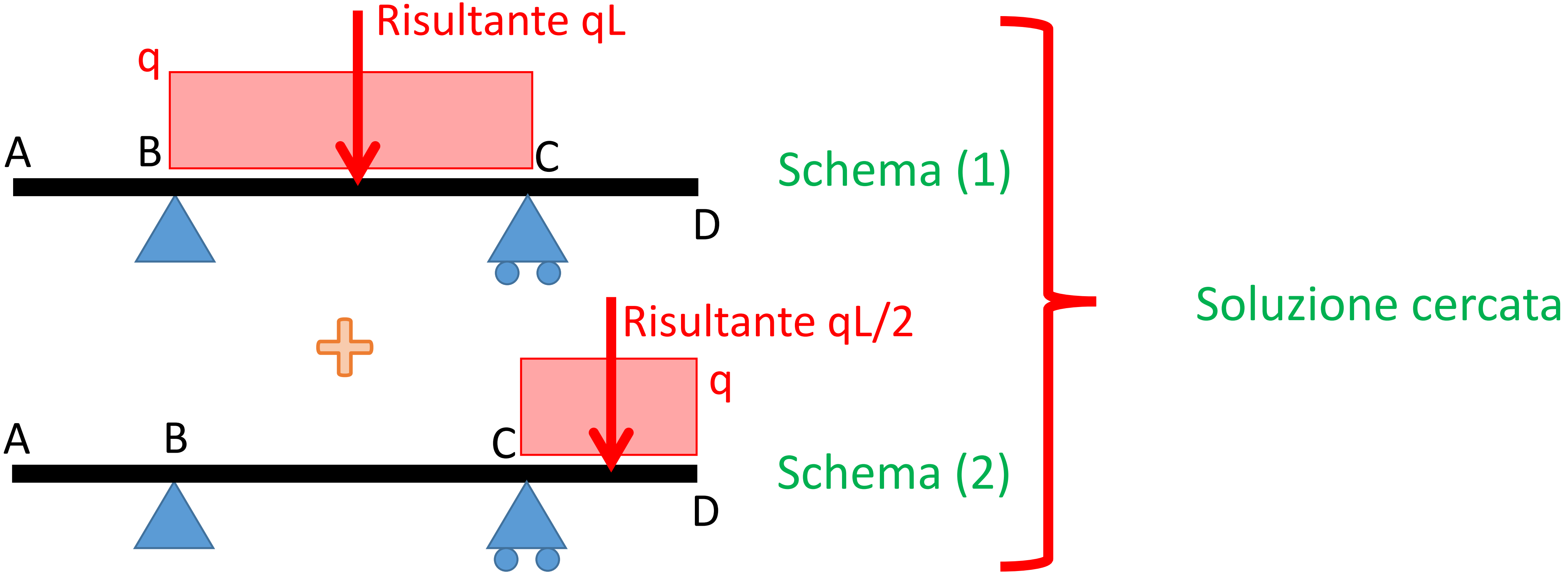
s= 8 mm
H= 140 mm
B= 90 mm

Si risolva lo schema statico assegnato, tracciandone i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione e verificando la sezione più sollecitata.

A tale scopo, si considerino i dati riportati in figura, e che la tensione di snervamento dell'acciaio è **σ_y= 235MPa**

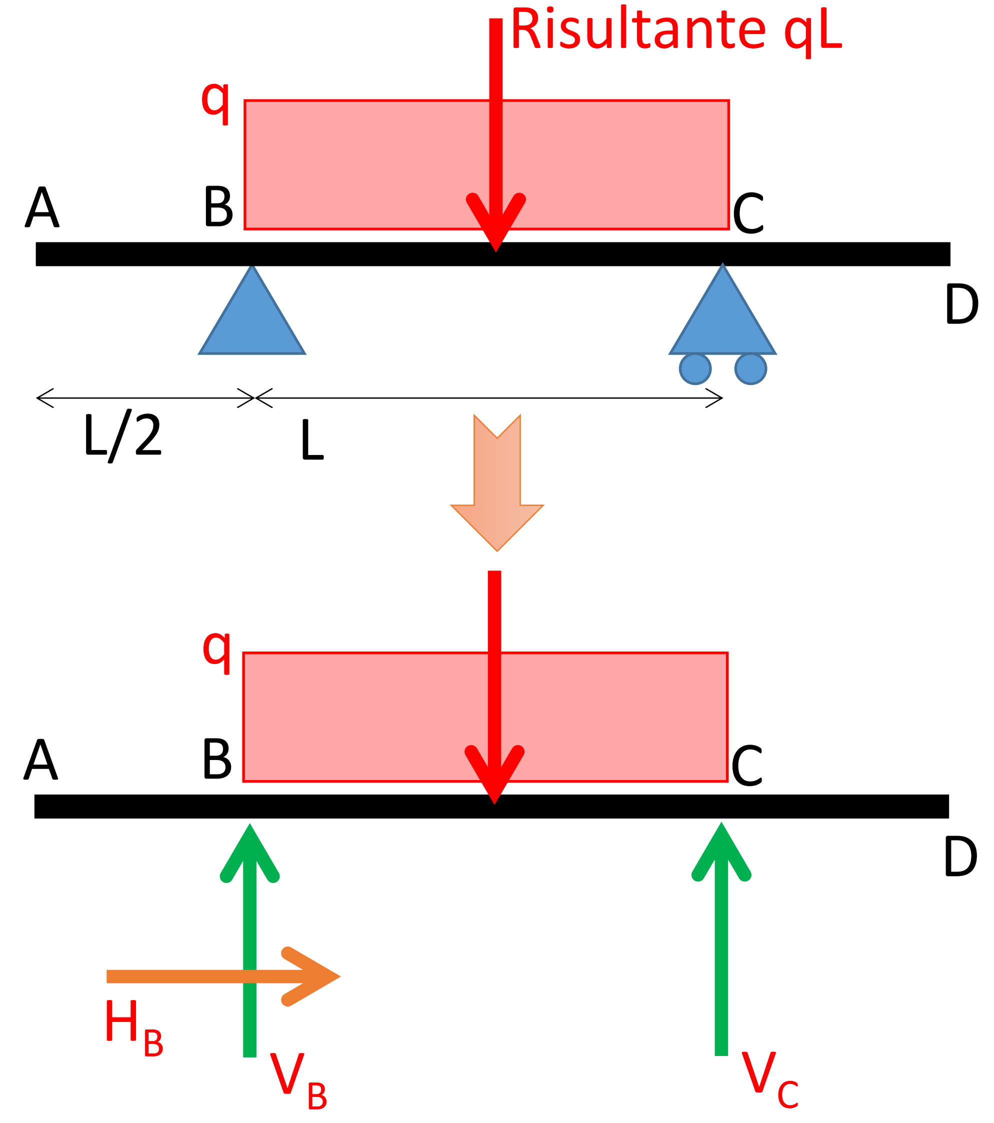
1) Reazioni vincolari

Il primo passaggio per la risoluzione del problema richiede il calcolo delle reazioni vincolari.
Per lo schema statico assegnato, è utile ricorrere al <u>principio di sovrapposizione degli effetti</u>:



ESERCIZIO 3

1) Reazioni vincolari – Schema (1)



(1) Traslazione O → $H_A = 0$

(2) Traslazione V → $V_A + V_B – qL = 0$

(non necessario)

(3) Rotazione (polo B) → $V_C \times L - (qL) \times (L/2) = 0$

REAZIONI VINCOLARI

$H_A = 0$

$V_A + V_B – qL = 0$

$V_C \times L - (qL) \times (L/2) = 0$

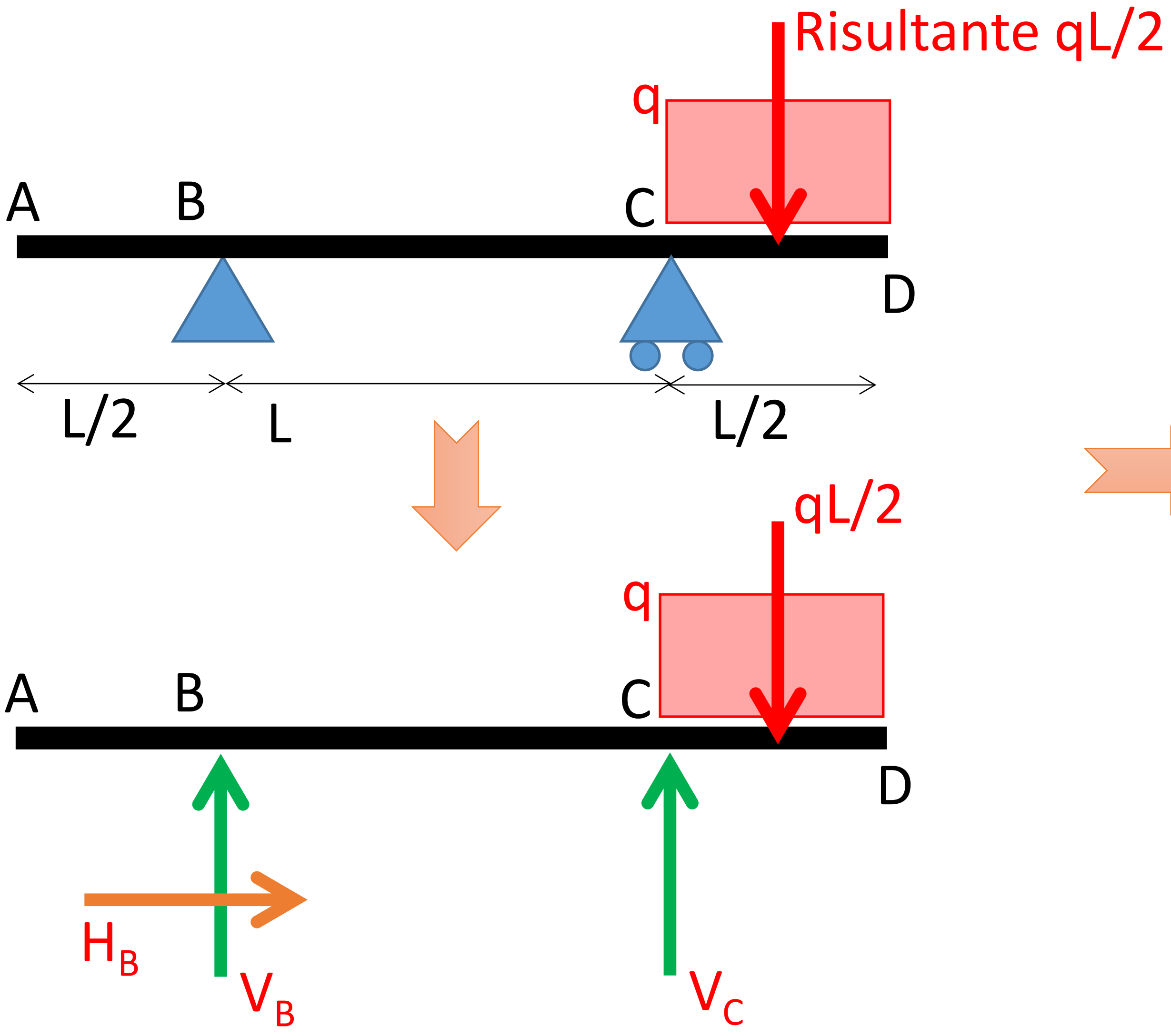
QUINDI: Soluzione schema (1)

$V_B = V_C = qL/2$

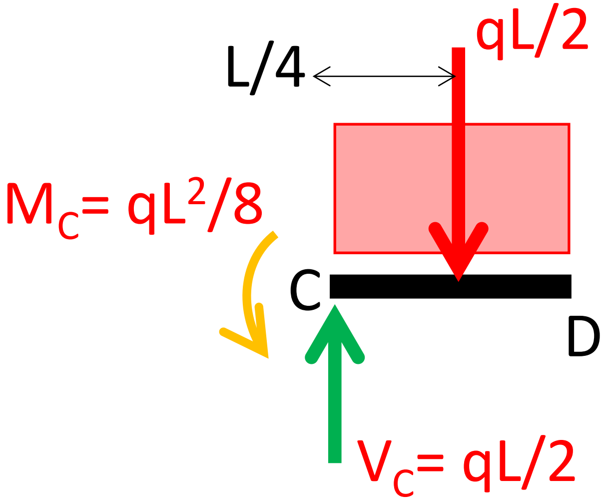
Simmetria di carico e di vincolo

ESERCIZIO 3

1) Reazioni vincolari – Schema (2)



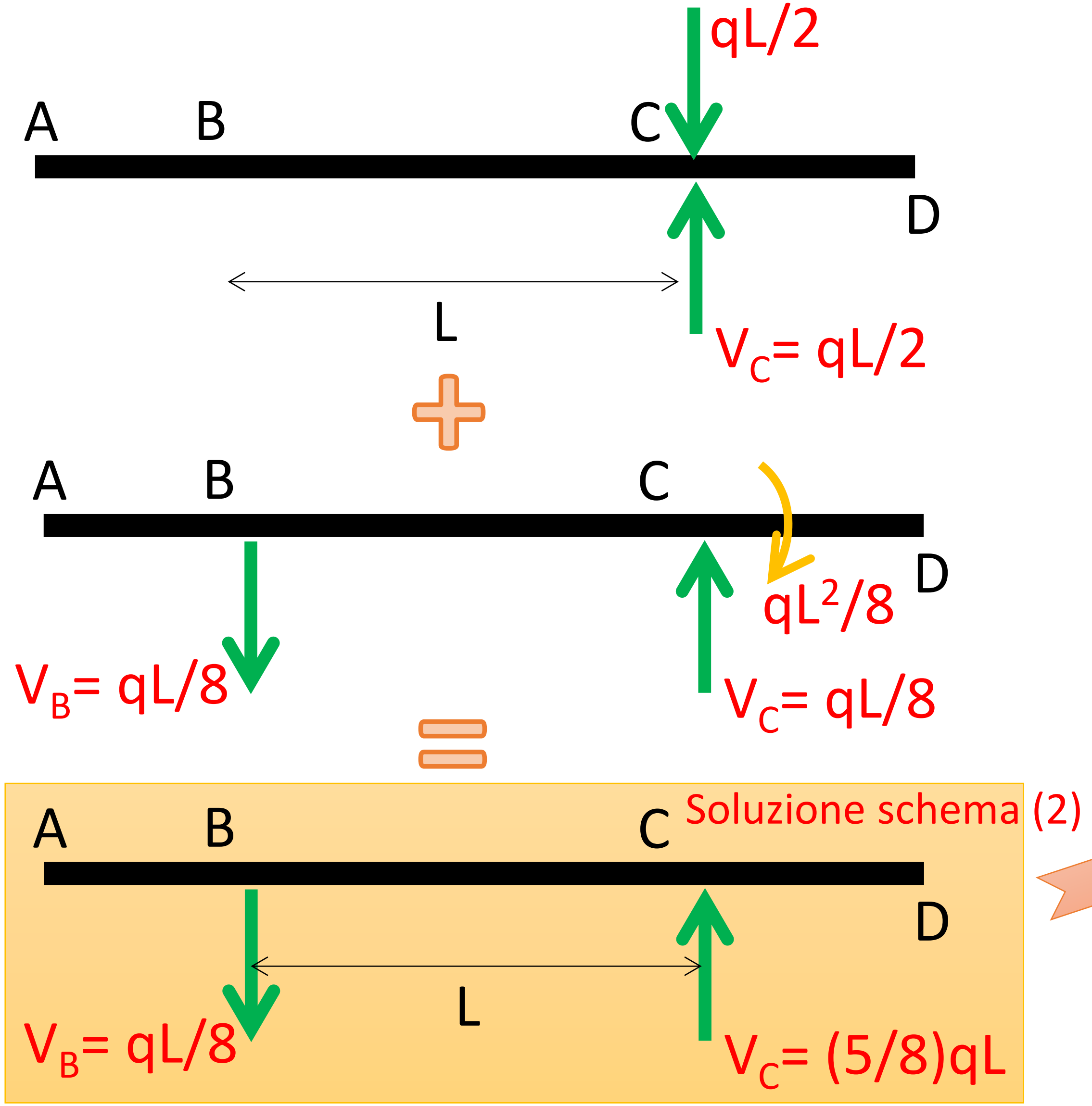
Per lo schema (2), si può sfruttare il comportamento a mensola del tratto CD:



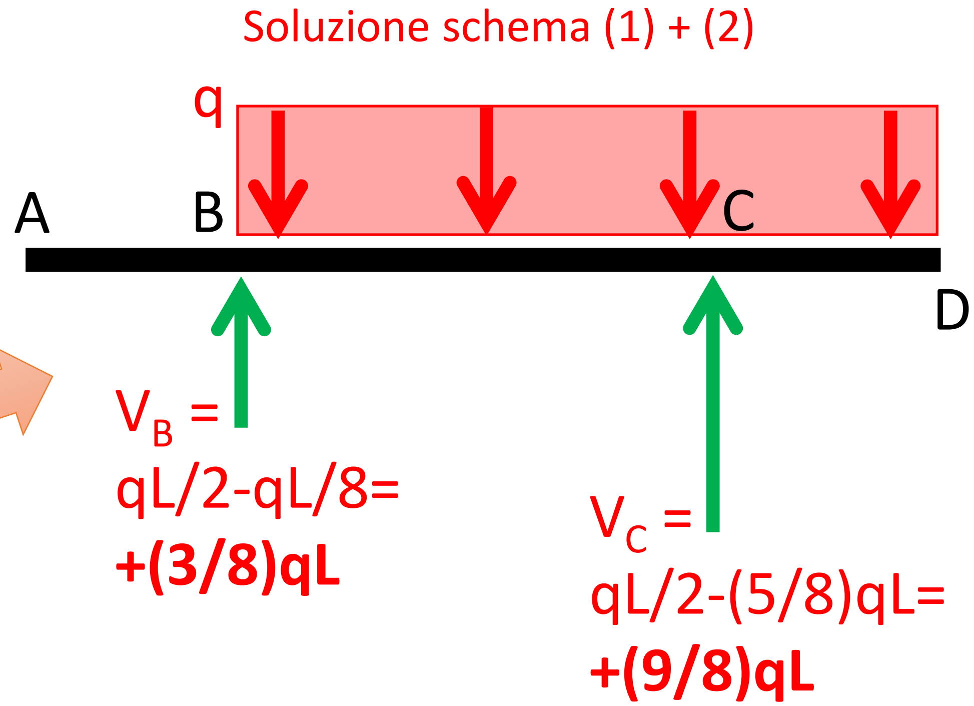
Gli effetti del carico q si trasferiscono alla restante struttura nella sezione C di attacco:

ESERCIZIO 3

1) Reazioni vincolari – Schema (1)+(2)

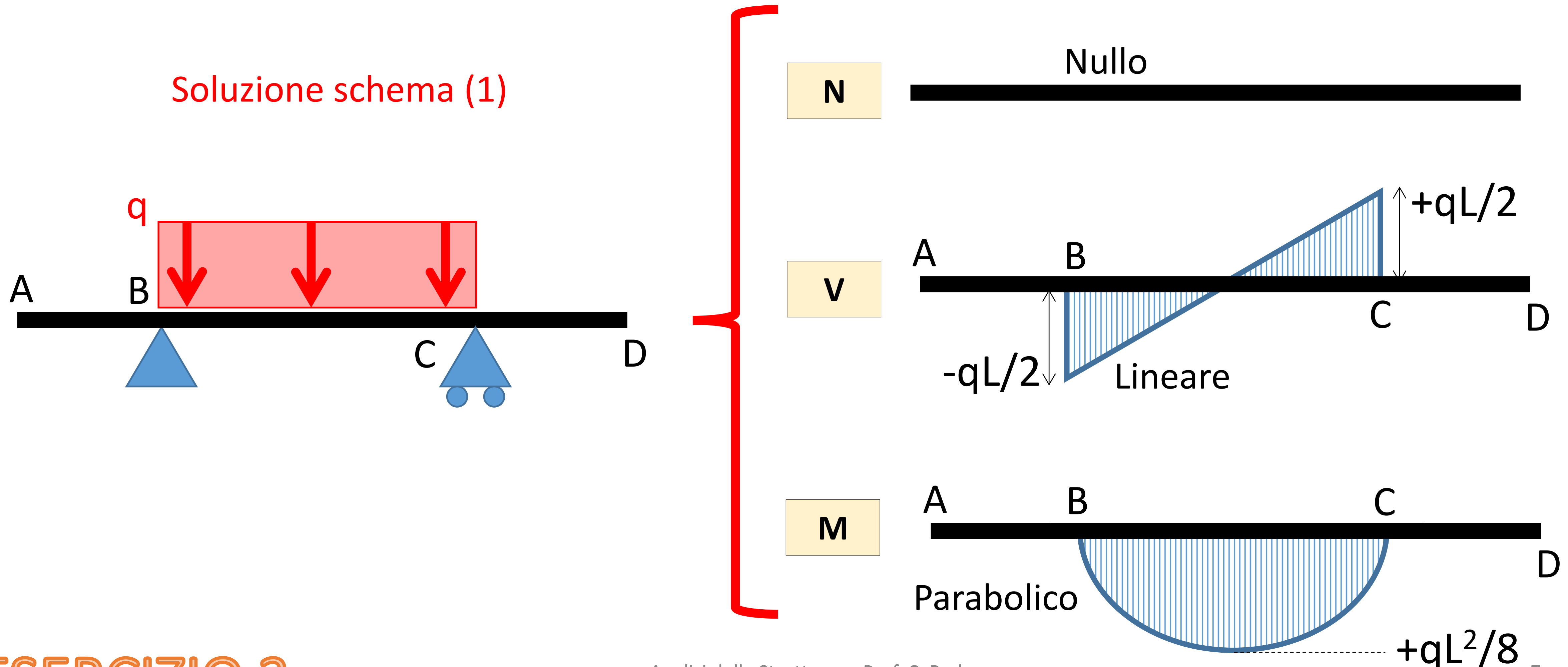


Appurato che H_B= 0, le reazioni vincolari complessive in B e C per la struttura assegnata si ottengono come sovrapposizione degli effetti degli schemi (1) e (2):



2) Caratteristiche della sollecitazione

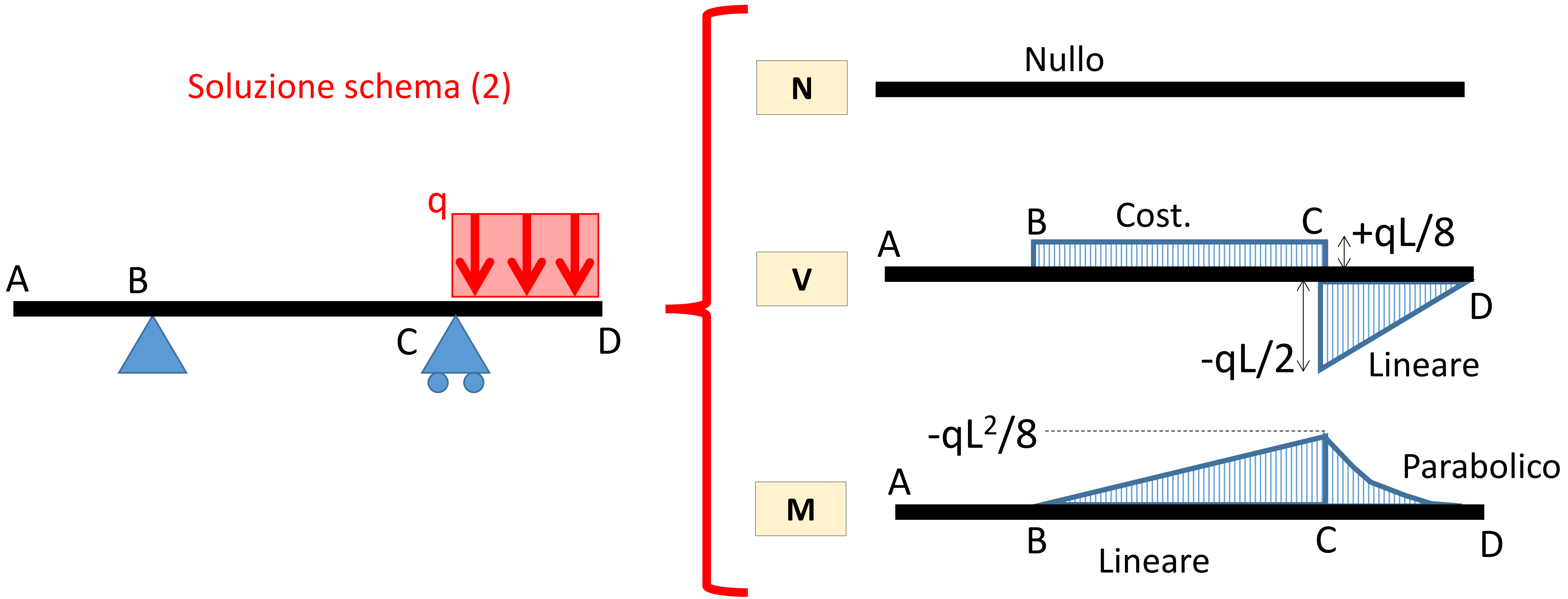
Si procede nuovamente tramite principio di sovrapposizione degli effetti:



ESERCIZIO 3

2) Caratteristiche della sollecitazione

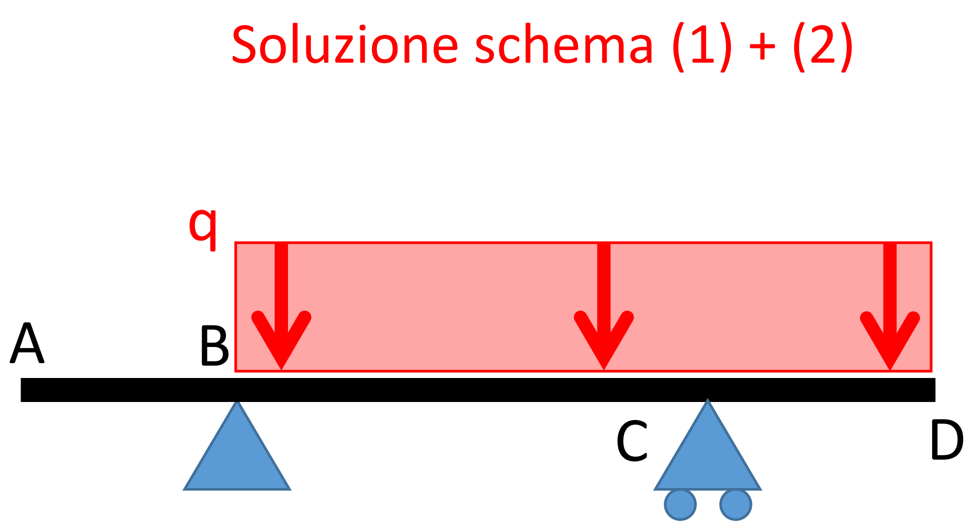
Si procede nuovamente tramite <u>principio di sovrapposizione degli effetti</u>:

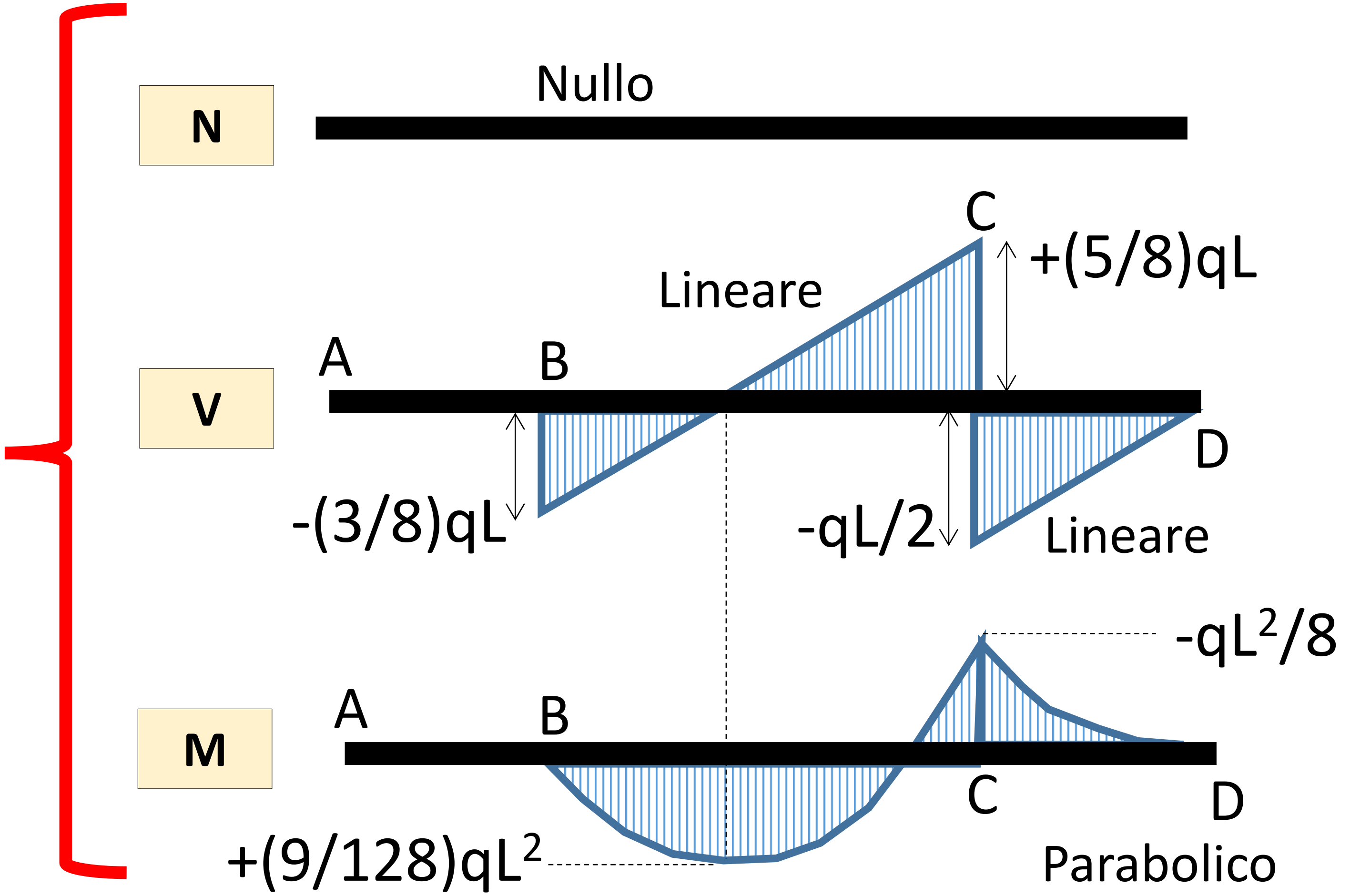


ESERCIZIO 3

2) Caratteristiche della sollecitazione

Si procede nuovamente tramite principio di sovrapposizione degli effetti:



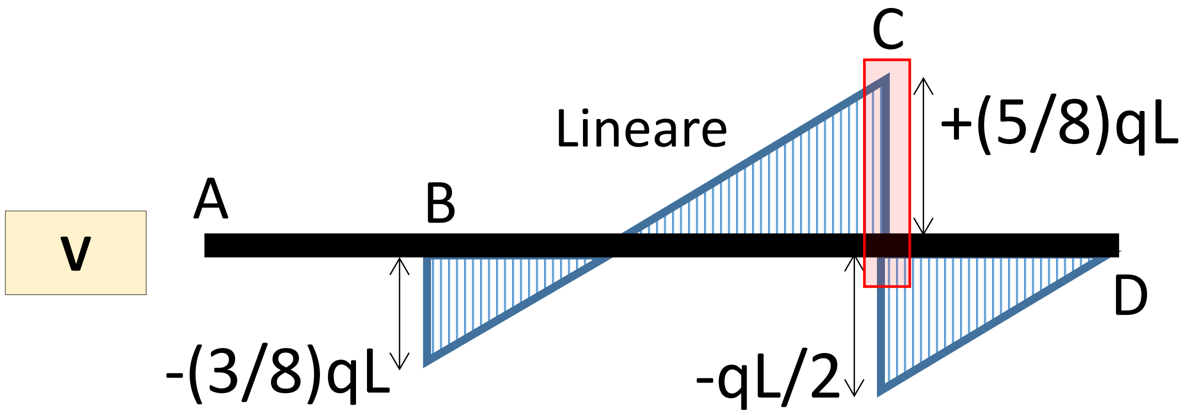


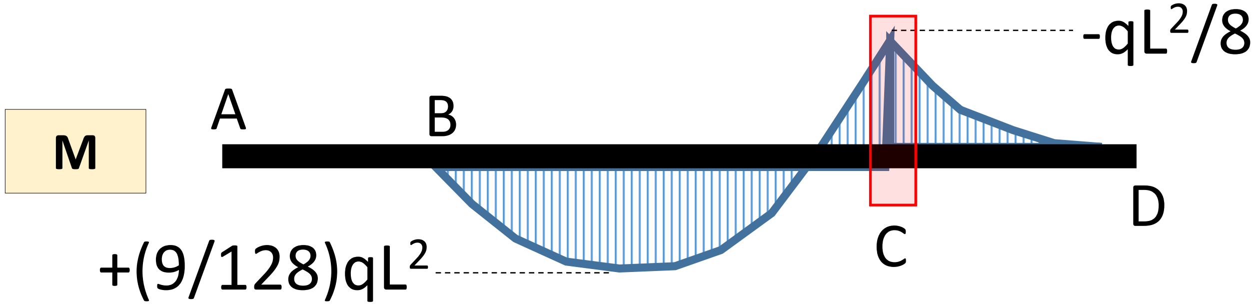
ESERCIZIO 3

2) Caratteristiche della sollecitazione

N Nullo

Dove si svolgono le verifiche di resistenza?





...e 3) sezione più sollecitata

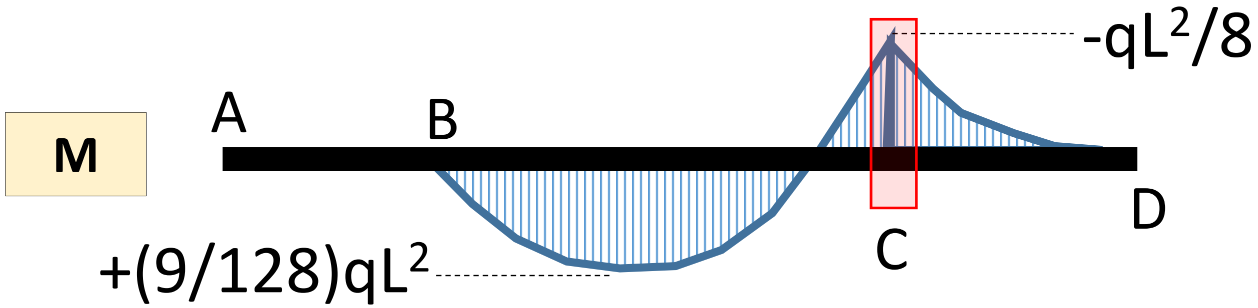
A parità di M in C,
V è massimo per C^{SX}

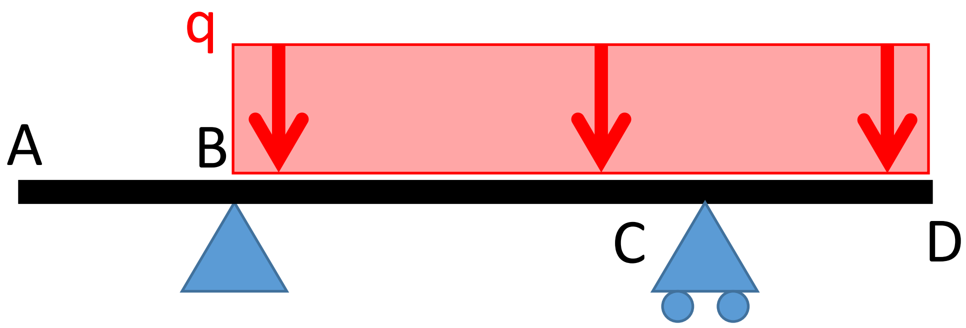
Sezione C^{SX}	N= 0	$\boxed{V= (5/8)qL}$	$\boxed{M= -qL^2/8}$
Sezione C^{DX}	N= 0	V= -qL/2	$M= -qL^2/8$

ESERCIZIO 3

2) Caratteristiche della sollecitazione

È sempre utile provare ad immaginare
come si deforma la struttura da risolvere



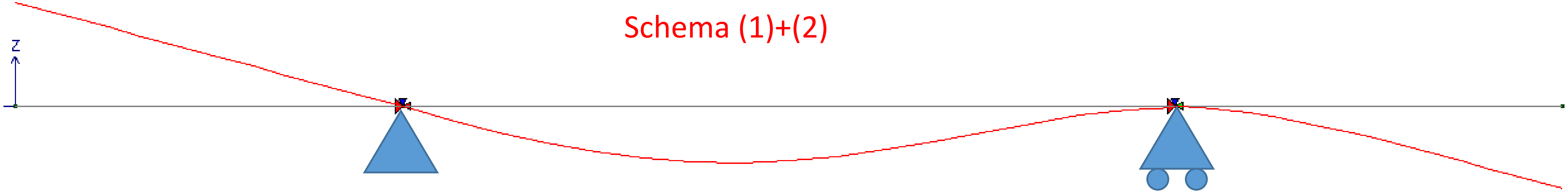


- L'asta ABCD è continua, quindi anche la sua deformata deve essere continua (no spezzata)
- B e C sono punti fissi, non possono traslare (no spostamento verticali), ma possono consentire rotazioni
- È opportuno tenere a mente anche i segni delle caratteristiche della sollecitazione

ESERCIZIO 3

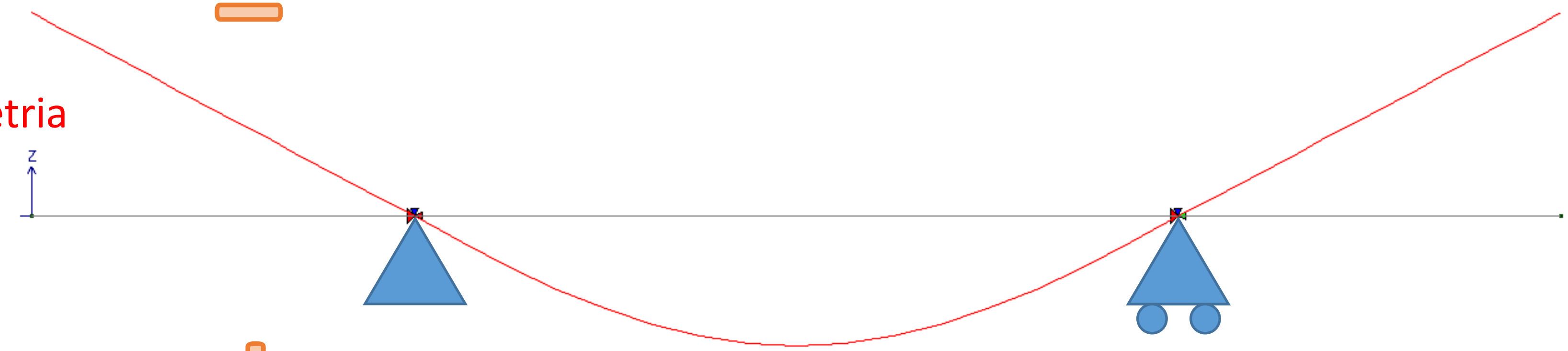
2) Caratteristiche della sollecitazione

Schema (1)+(2)



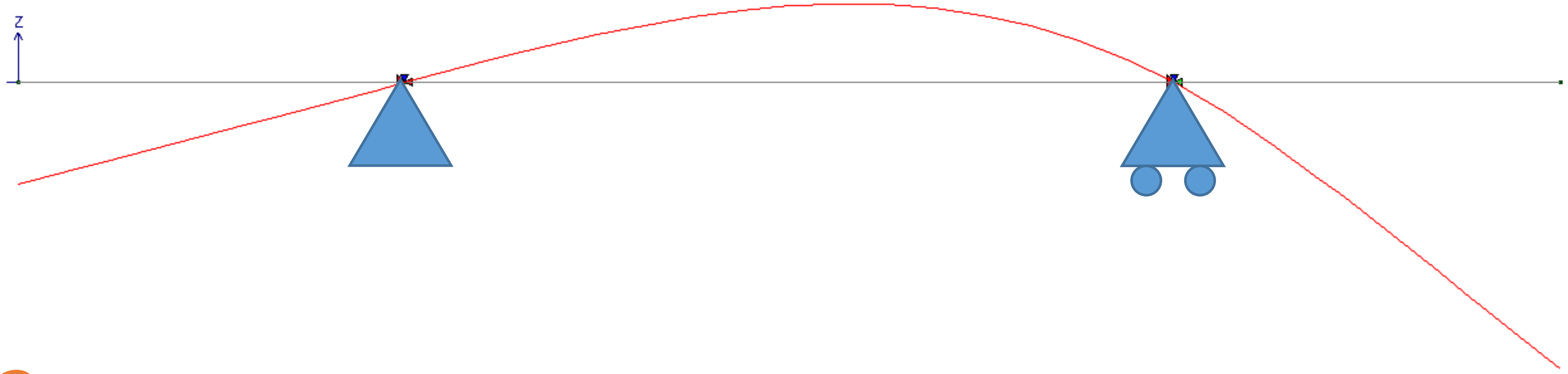
=

Schema (1) - simmetria



+

Schema (2)



ESERCIZIO 3

4) Proprietà inerziali della sezione

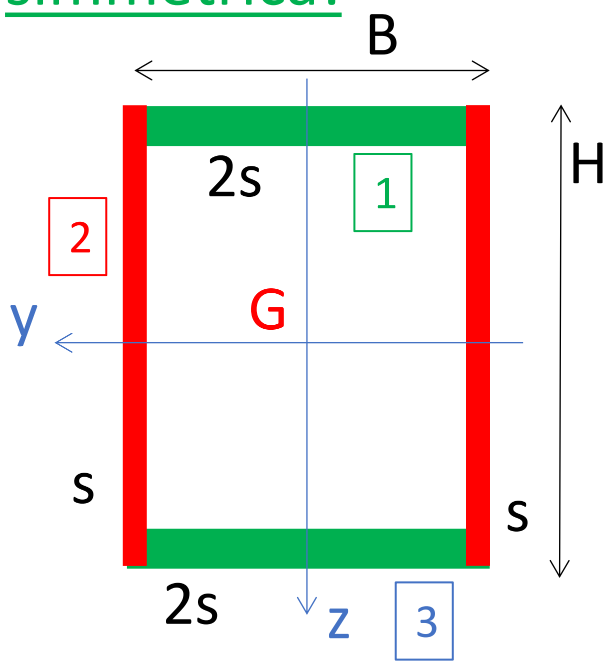
DATI

s= 8 mm

H= 140 mm

B= 90 mm

simmetrica!



$A_1 = A_3 = b \times 2s$ con $b = B - 2s = 74$ mm

$A_2 = 2 \times H \times s$ $h = H - 2s - 2s = 108$ mm

$\Rightarrow A = 2A_1 + 2A_2 = 2 \times 1184 + 2 \times 1120 = 4608 \text{ mm}^2$

G= (B/2, H/2)= (45 mm, 70 mm)

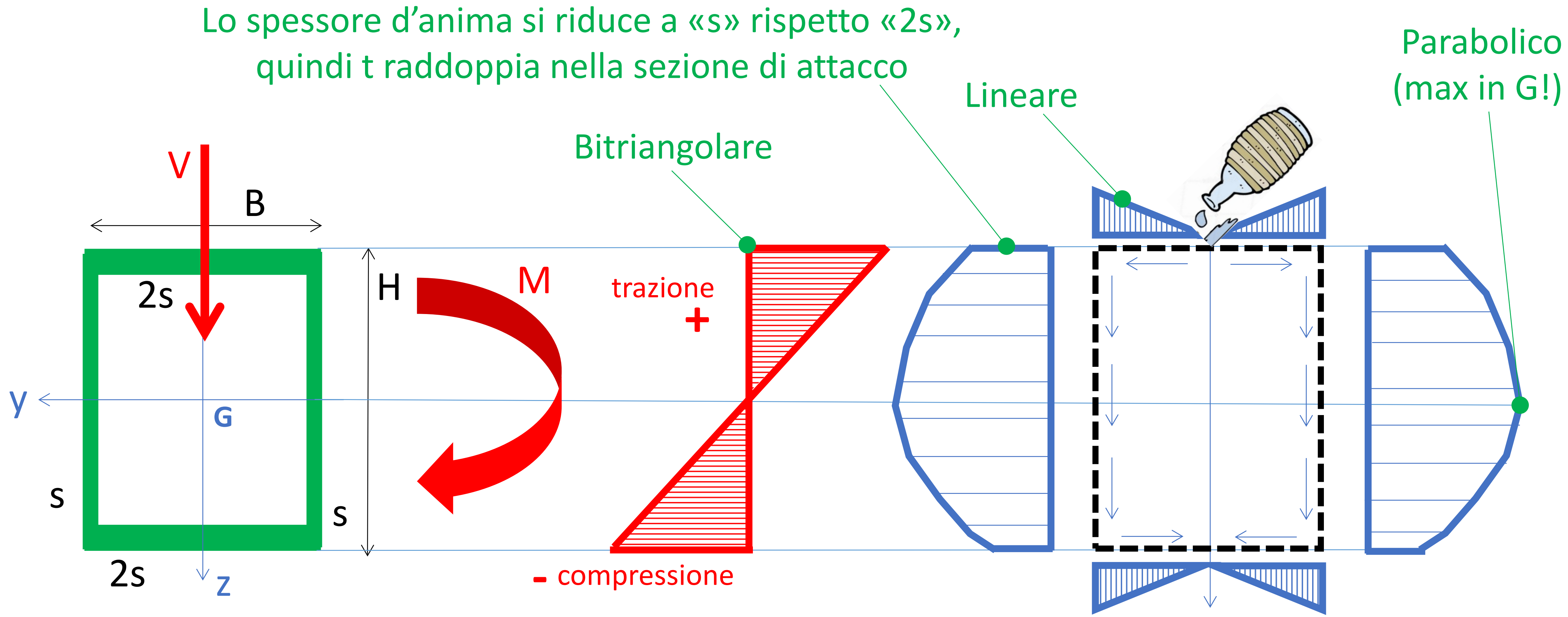
per doppia simmetria della sezione

Momento d'inerzia

$$
\begin{aligned}
J_y &= (1/12) \times [(B \times (H^3)) - (b \times (h^3))] = \\
&= (1/12) \times [(90 \times (140^3)) - (74 \times (108^3))] = \\
&= (1/12) \times [(246.96 \times 10^6) - (93.21 \times 10^6)] = \\
&= (1/12) \times [153.75 \times 10^6] = \\
&= 12.81 \times 10^6 \text{ mm}^4
\end{aligned}
$$

ESERCIZIO 3

5) Diagrammi delle tensioni sulla sezione



Tensioni σ dovute a M

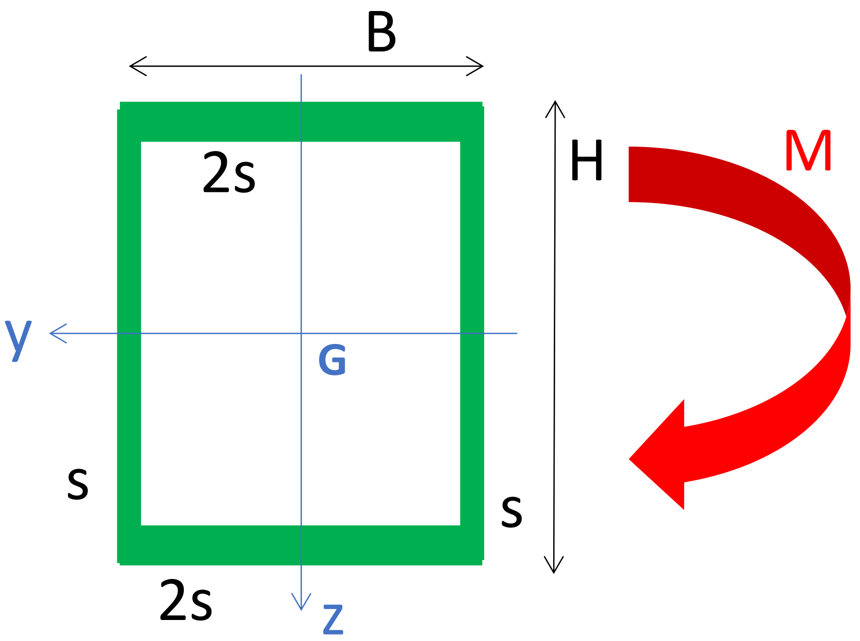
Tensioni τ dovute a V

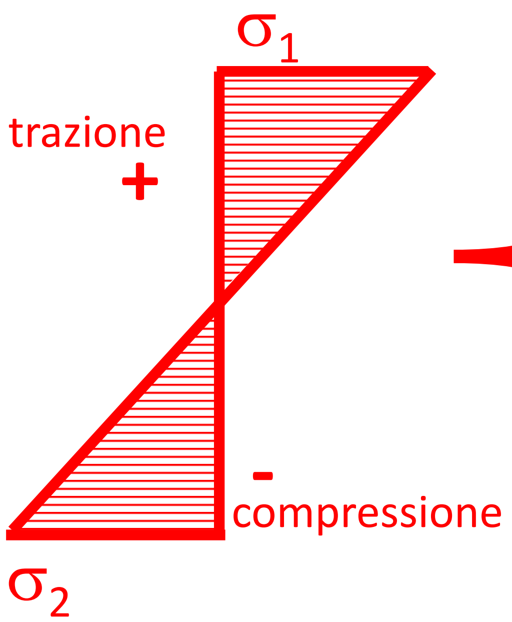
ESERCIZIO 3

(6) Calcolo delle tensioni

TESIONI NORMALI σ DOVUTE A M

H= 140mm
J_y= 12.81 × 10^6 mm^4





trazione

$\sigma_1 = (M / J_y) \times H/2 =$
$= ((5.6\times10^6) / (12.81\times10^6)) \times 70 =$
$= + 30.62$ MPa

compressione

$\sigma_2 = - \sigma_1 = -30.62$ MPa

$\sigma_3 = 0$

con $M = M_{max} = -qL^2/8 =$
$= 5.626$ kNm

ESERCIZIO 3

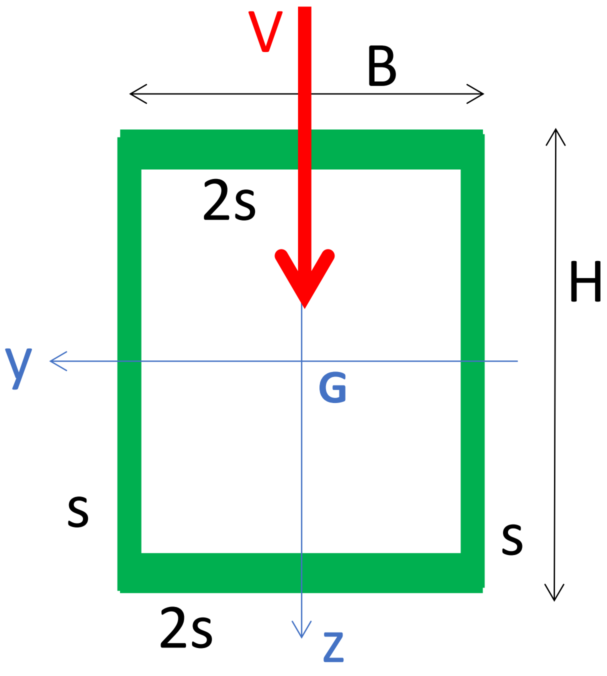
.....e TESIONI TANGENZIALI τ DOVUTE A V

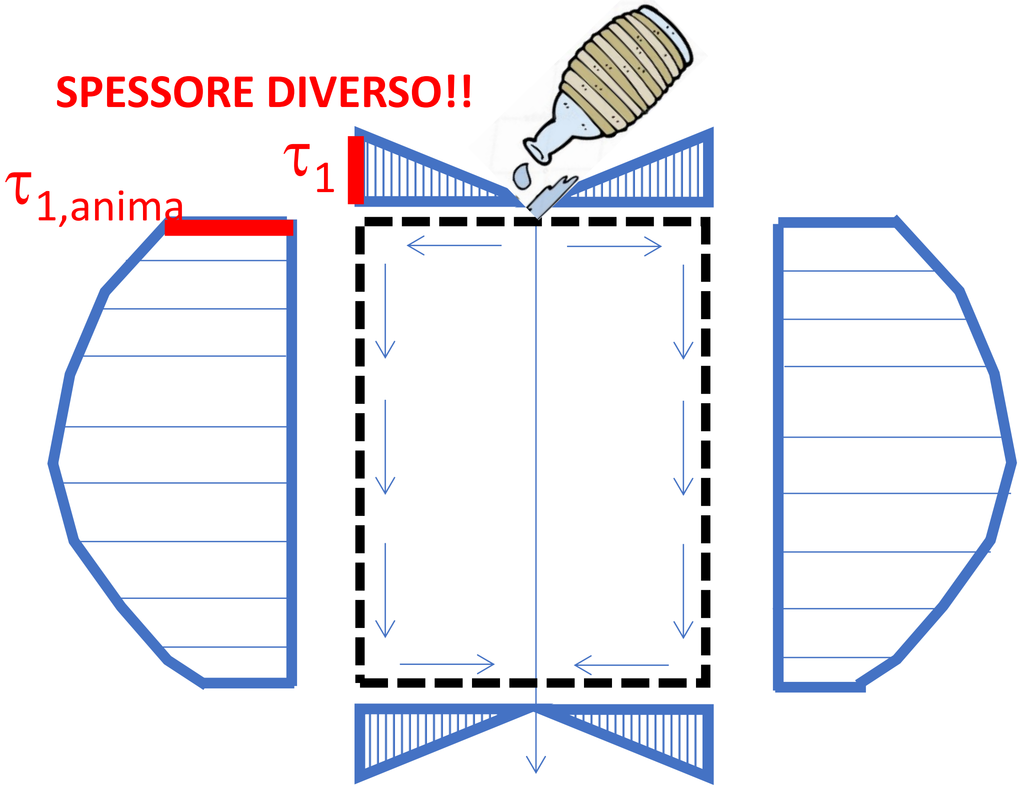
con V = (5/8)qL= 9.375 kN

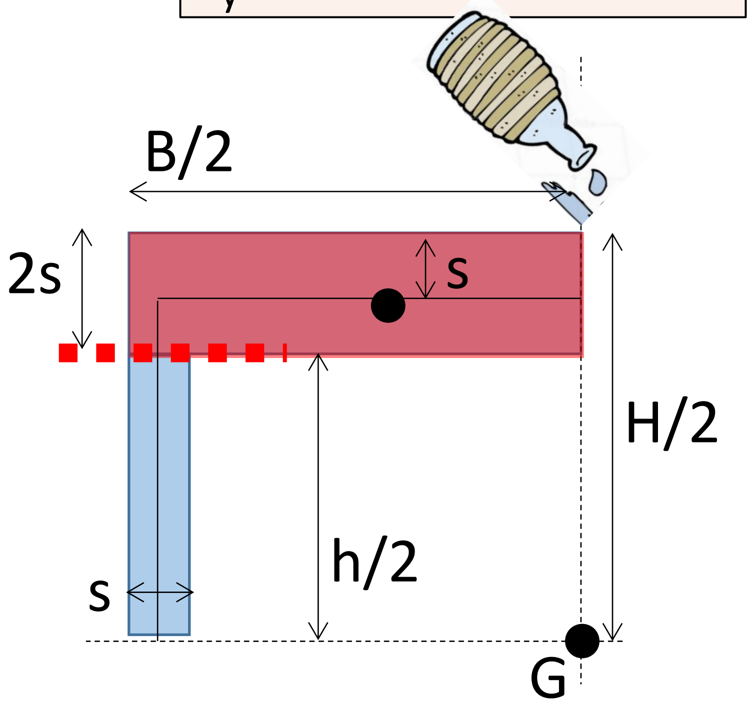
B= 90 mm

$J_y = 12.81 \times 10^6$ mm^4

SPESSORE DIVERSO!!







Decidiamo di calcolare τ a filo anima:

$$\tau_{1,anima} = (V / J_y) \times (S_y / b) =$$
$$= ((9.4\times10^3) / (12.81\times10^6)) \times (90 \times 62) =$$
$$= 4.09 \text{ MPa}$$

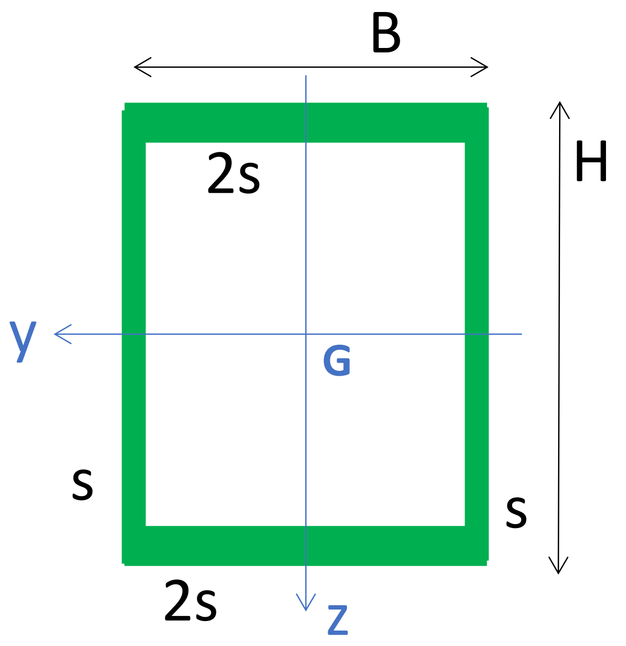
Con $\tau_1 = \tau_{1,anima} /2$

$$S_y = ((B/2) \times 2s) \times (z_G - s)$$
$$= (B \times s) \times ((H/2) - s)$$
$$= 90 \times 8 \times 62 = 44\,640 \text{ mm}^3$$

$b = s = 8$ mm

ESERCIZIO 3

(7) Verifiche di resistenza (Von Mises)



Riepilogo:

Lembo superiore della sezione

$\sigma_1 = 30.62$ MPa

$\tau_1 = 4.09$ MPa

Lembo inferiore della sezione

$\sigma_2 = -30.62$ MPa

$\tau_2 = 4.09$ MPa

Baricentro

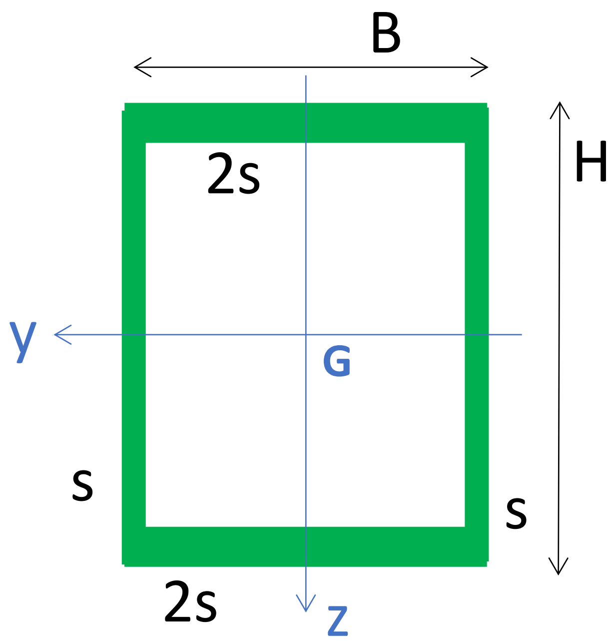
$\sigma_3 = 0$

$\tau_3 > 0$ (non calcolato, ma sicuramente piccolo)

ESERCIZIO 3

(7) Verifiche di resistenza (Von Mises)

La verifica di resistenza richiede il calcolo della tensione equivalente (o ideale)



Dai calcoli precedenti si sono ottenuti valori di tensione piccoli, rispetto alla resistenza del materiale. Si procede tuttavia al calcolo secondo Von Mises.

$\sigma_1 = +30.62$ MPa $\tau_1 = 4.09$ MPa

$$\sigma_{e,1} = \sigma_{id,1} = (\sigma_1^2 + 3\tau_1^2)^{0.5} =$$

$< \sigma_y$?? **OK**

$$= (30.62^2 + 3 \times (4.09^2))^{0.5} =$$

$$= (937.5 + 3 \times 16.7)^{0.5} =$$

$$= (987.5)^{0.5} =$$

$$\mathbf{= 31.42\ MPa}$$

ESERCIZIO 3