



ESERCIZIO 1A

VERIFICA DI RESISTENZA DI UNA STRUTTURA ISOSTATICA IN ACCIAIO

ESERCIZIO 1A

DATI

$$AB = L = 3 \text{ m}$$

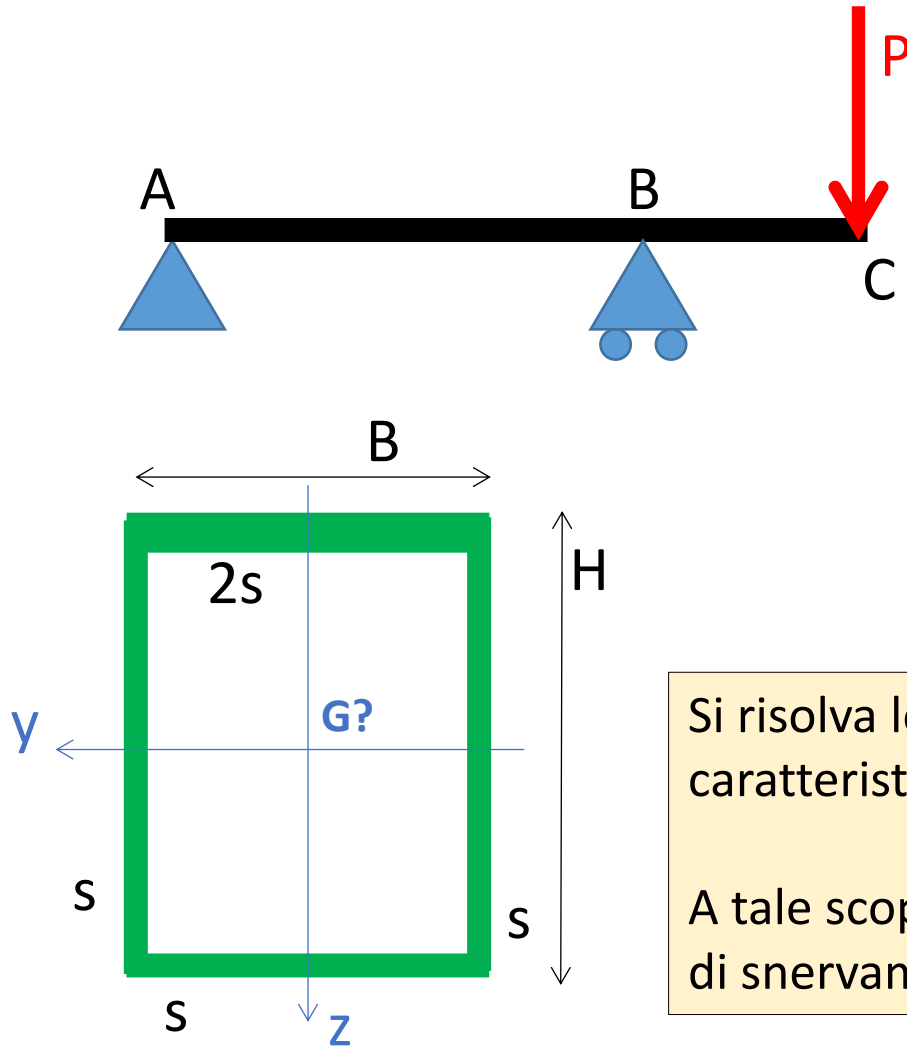
$$BC = L/2 = 1.5 \text{ m}$$

$$P = 10 \text{ kN}$$

$$s = 5 \text{ mm}$$

$$H = 125 \text{ mm}$$

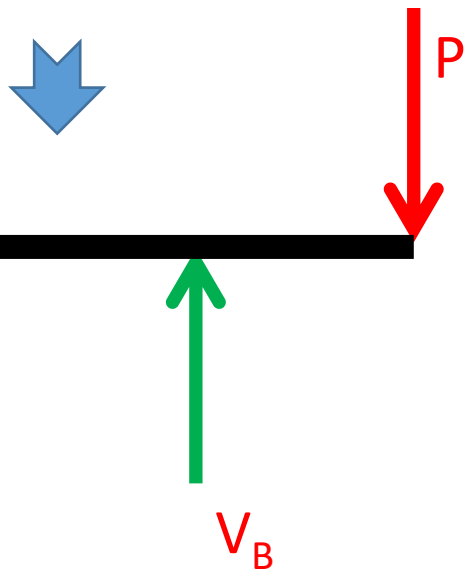
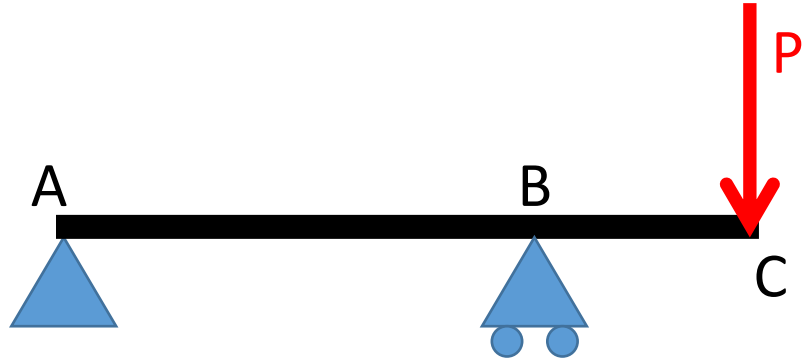
$$B = 100 \text{ mm}$$



Si risolve lo schema statico assegnato, tracciandone i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione e verificando la sezione più sollecitata.

A tale scopo, si considerino i dati riportati in figura, e che la tensione di snervamento dell'acciaio è $\sigma_y = 235 \text{ MPa}$

1) Reazioni vincolari



(1) Traslazione O

$\Rightarrow H_A = 0$

(2) Traslazione Verticale

$\Rightarrow V_A + V_B - P = 0$

(3) Rotazione (A)

$\Rightarrow V_B \times L - (3/2) \times L \times P = 0$

$V_B = (3/2) \times P$

$V_A = P - V_B = -P/2$

REAZIONI VINCOLARI

$H_A = 0$

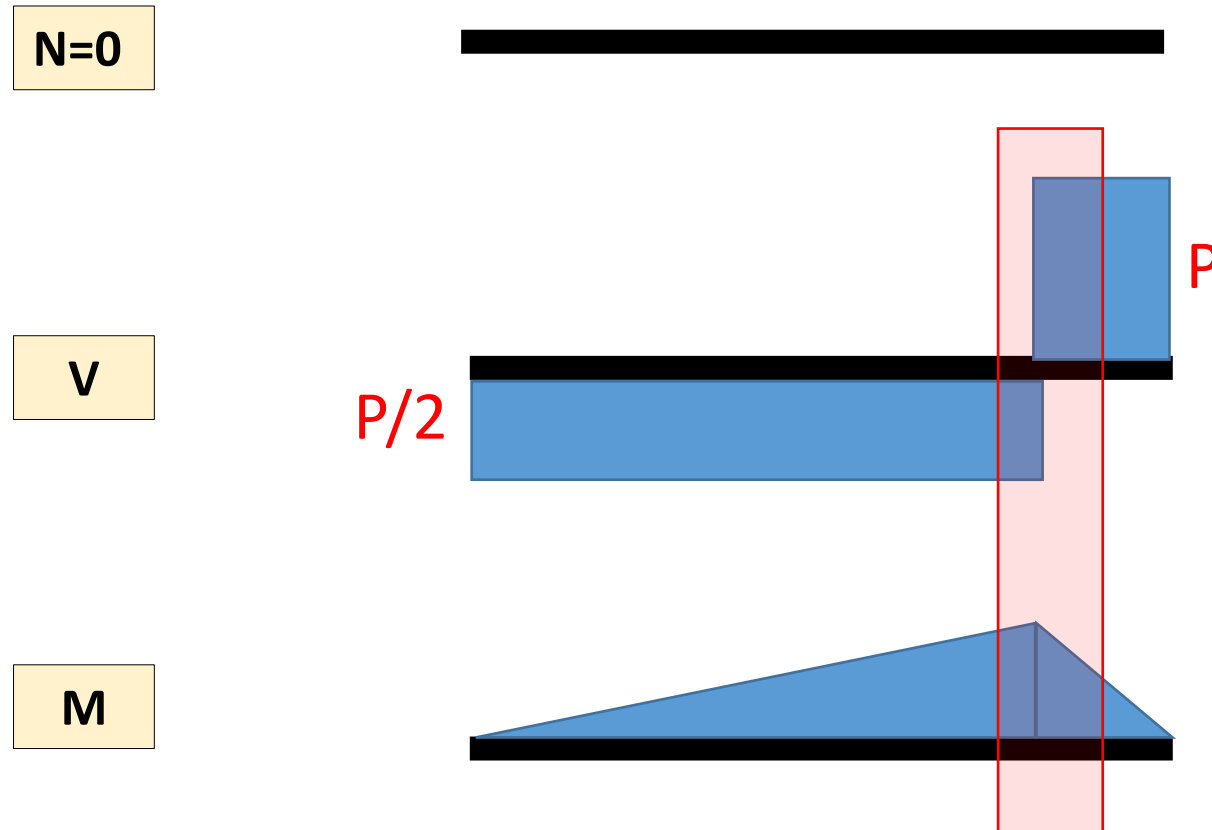
$V_A + V_B - P = 0$

$V_B \times L - (3/2) \times L \times P = 0$

$V_B = (3/2) \times P$

$V_A = P - V_B = -P/2$

2) Caratteristiche della sollecitazione



Le massime sollecitazioni si riscontrano nella sezione B della trave.

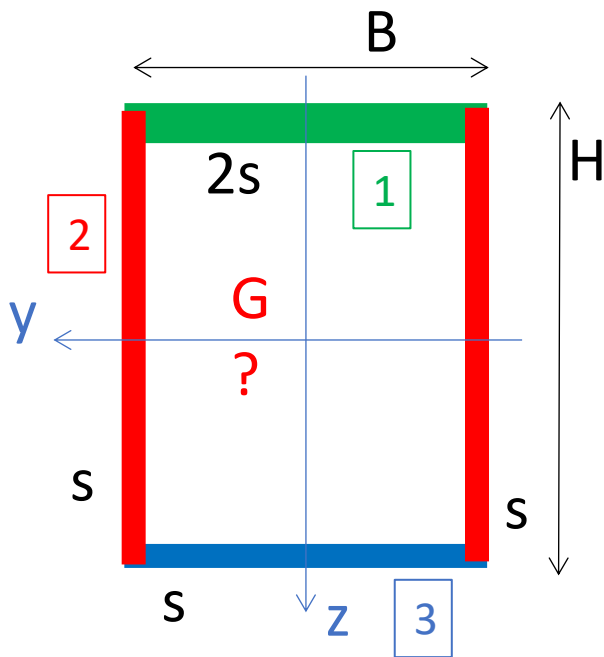
Le verifiche di resistenza verranno svolte in B.

$$V_{\max} = P$$

$$M_{\max} = PL/2$$

...e 3) sezione più sollecitata

4) Proprietà inerziali della sezione



$$A_1 = b \times 2s \quad \text{con } b = B - 2s = 90 \text{ mm}$$

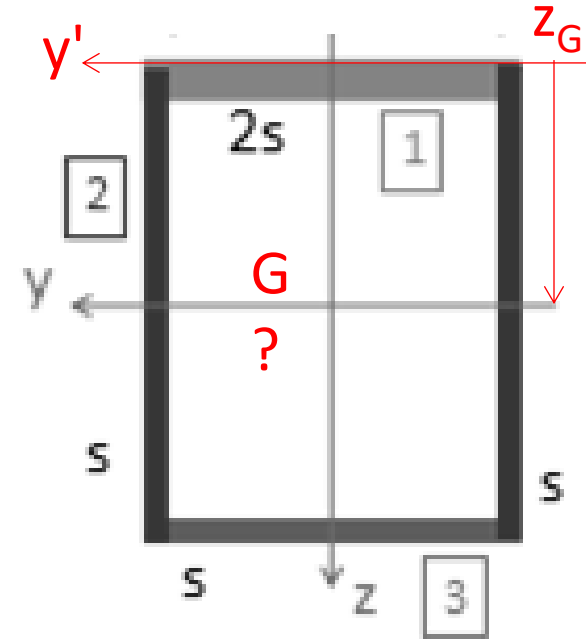
$$A_2 = 2 \times H \times s$$

$$A_3 = b \times s \quad \longrightarrow \quad A = A_1 + A_2 + A_3$$

(1) Baricentro della sezione (non simmetrica!)

$$S_{y'} = A_1 \times s + A_2 \times (H/2) + A_3 \times (H - s/2)$$

$$z_G = S_{y'} / A = 53 \text{ mm}$$



(2) Momento d'inerzia

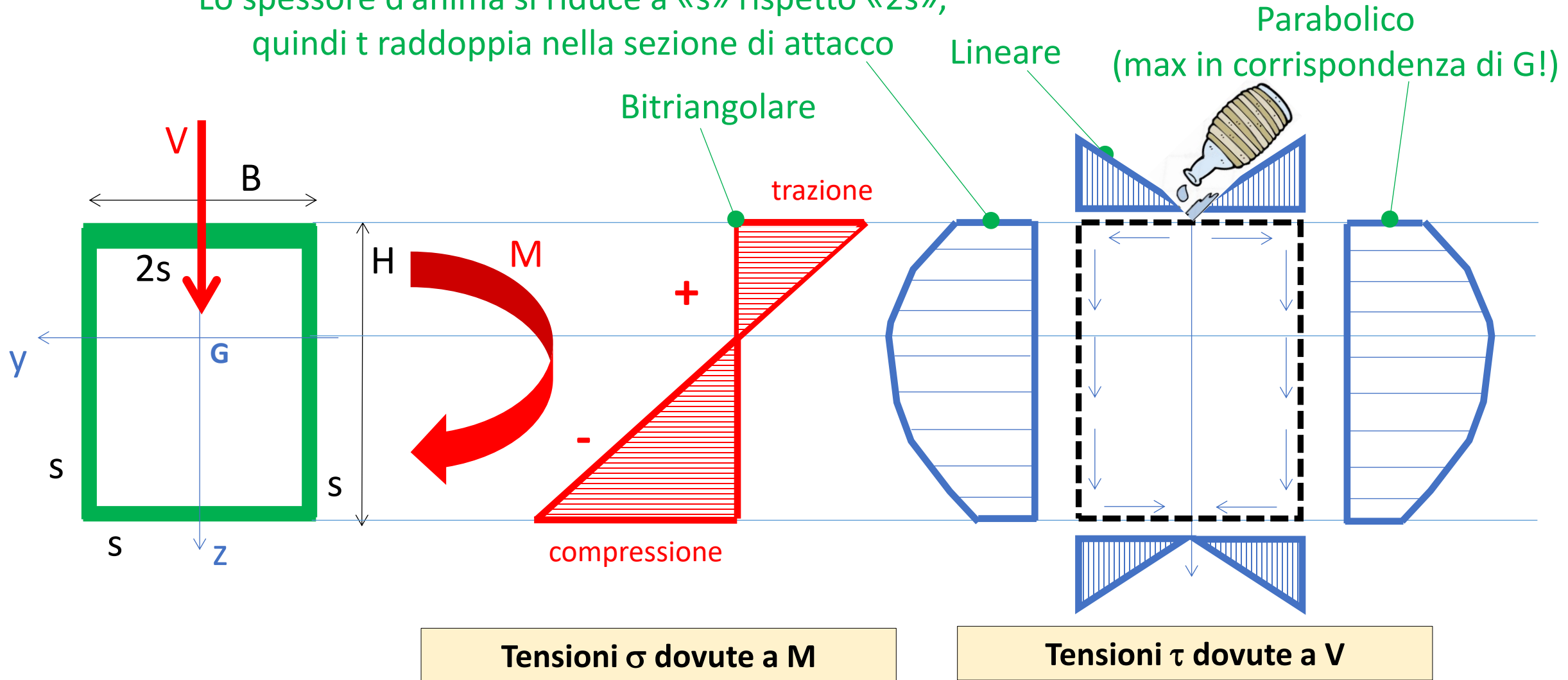
$$J_y = (1/12) \times [(b \times (2s)^3) + (2s \times (H^3)) + (b \times (s^3))] +$$

$$[2s \times b \times (z_G - s)^2] + [H \times 2s \times (H/2 - z_G)^2] + [b \times s \times (H - s/2 - z_G)^2] =$$

$$= 5.996 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

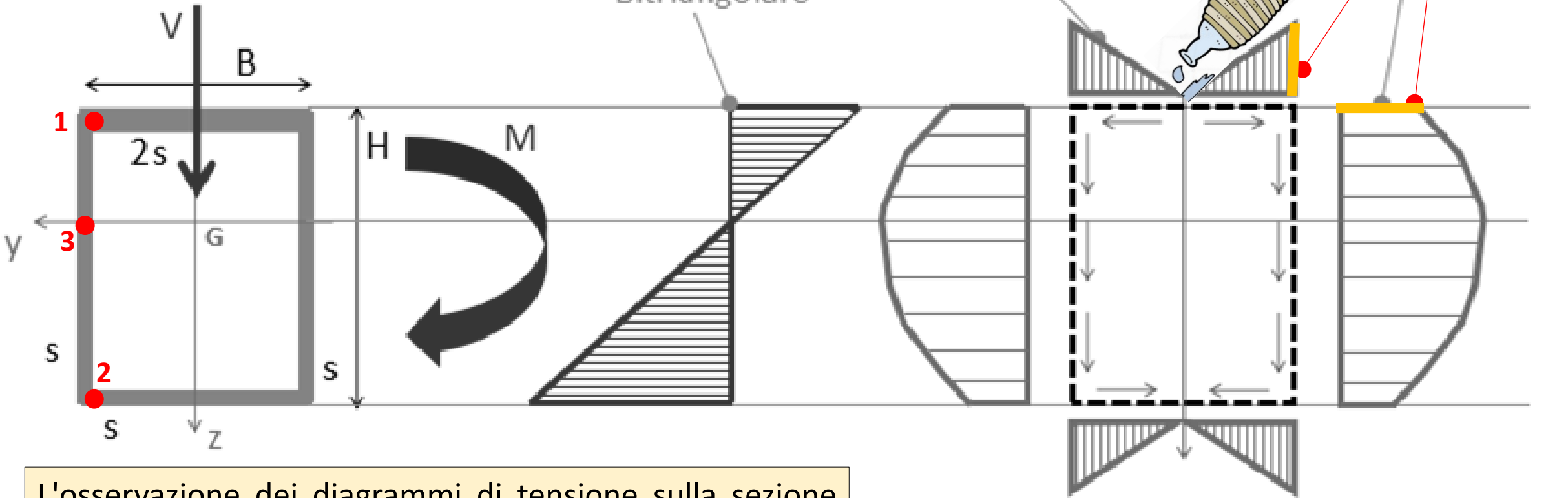
5) Diagrammi delle tensioni sulla sezione

Lo spessore d'anima si riduce a «s» rispetto «2s»,
quindi t raddoppia nella sezione di attacco



Alcune osservazioni da (5)

Attenzione:
sezione non simmetrica



Attenzione:
spessore non uniforme

L'osservazione dei diagrammi di tensione sulla sezione maggiormente sollecitata può essere d'aiuto nella scelta del punto «critico» da sottoporre a verifica

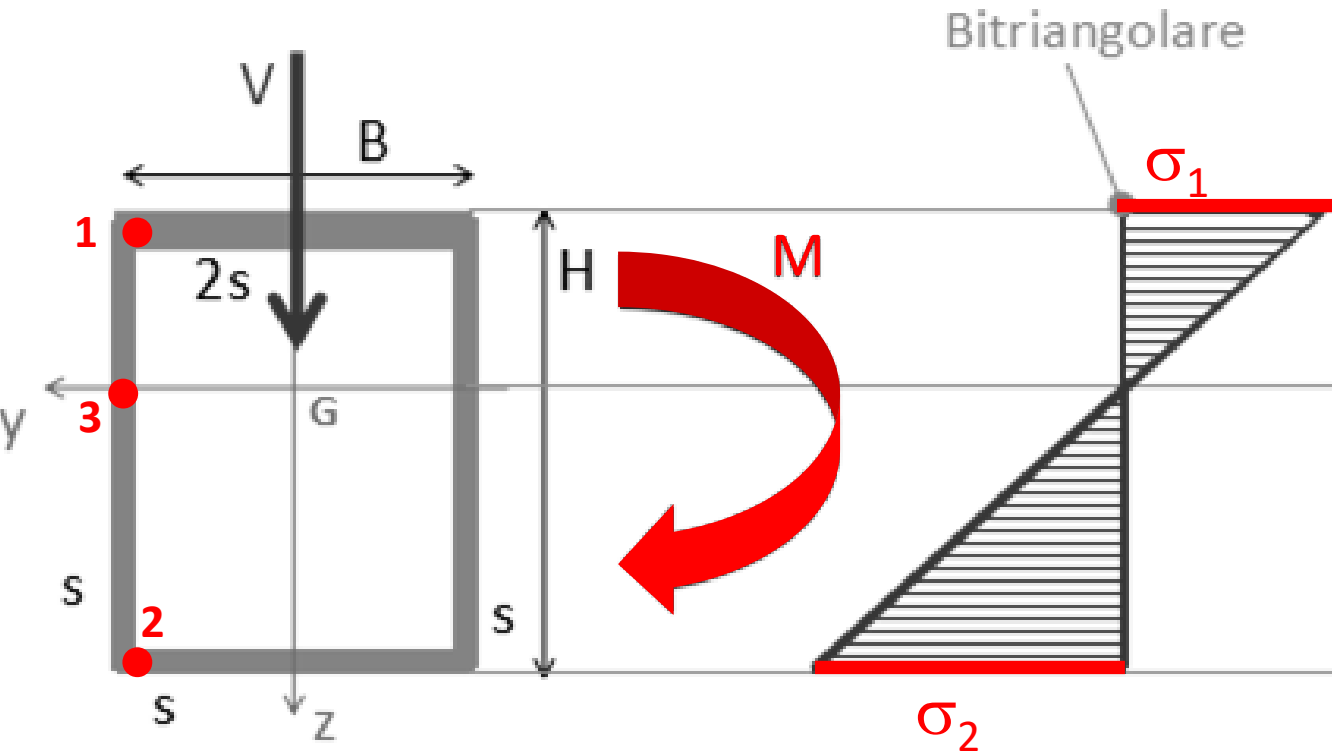
$$\sigma_1 < \sigma_2 \quad \text{MA} \quad \tau_1 > \tau_2$$

$$\sigma_2 = \sigma_{\max}$$

$$\tau_3 = \tau_{\max}$$

(6) Calcolo delle tensioni

TESIONI NORMALI σ DOVUTE A M



trazione

$$\sigma_1 = (M / J_y) \times z_G = + 132.54 \text{ MPa}$$

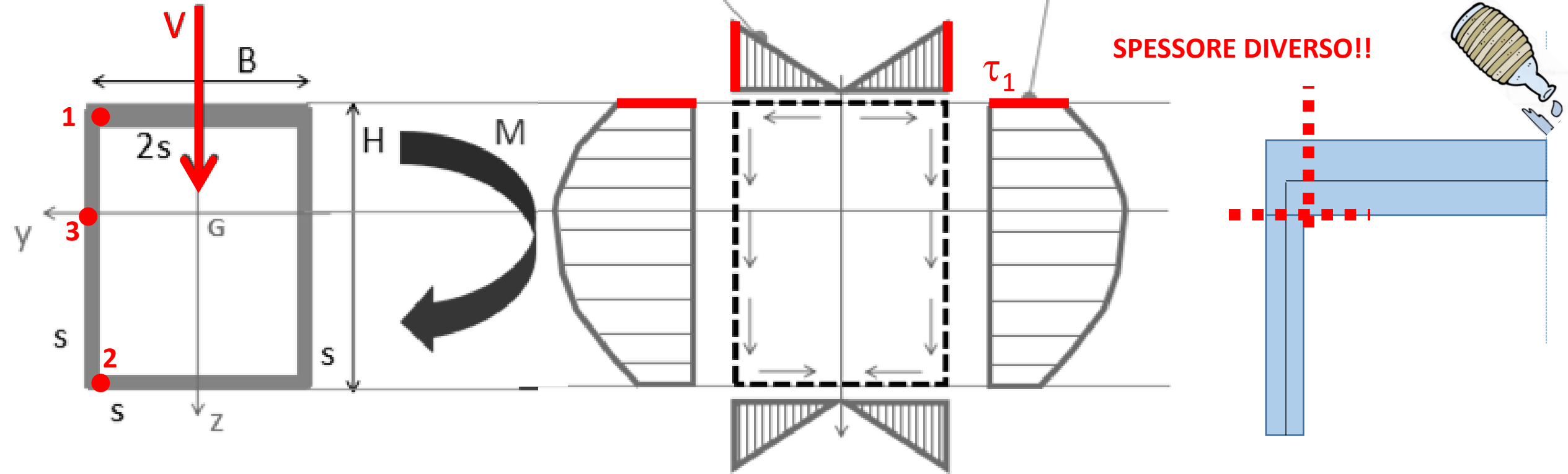
compressione

$$\sigma_2 = (M / J_y) \times (H - z_G) = -180.17 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3 = 0$$

con $M = M_{\max} = PL/2$

.....e **TESIONI TANGENZIALI τ**
DOVUTE A V

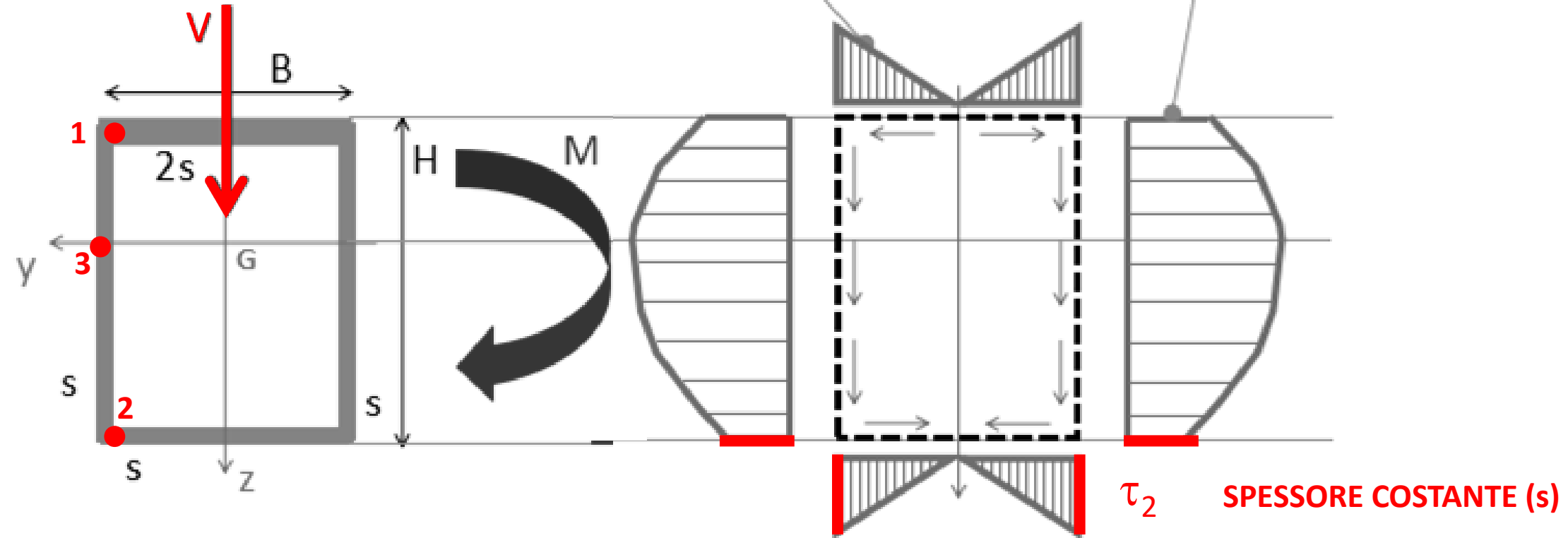


$$\begin{aligned}\tau_1 &= (V / J_y) \times (S_y / b) = \\ &= (P / J_y) \times (B \times (z_G - s)) = \\ &= 8 \text{ MPa}\end{aligned}$$

$$S_y = (B/2) \times 2s \times (z_G - s)$$

$$b = s$$

.....e **TESIONI TANGENZIALI τ**
DOVUTE A V

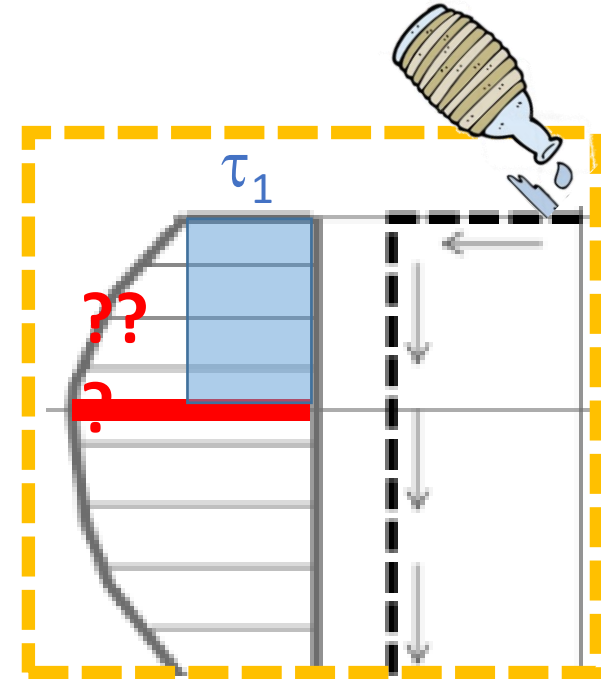
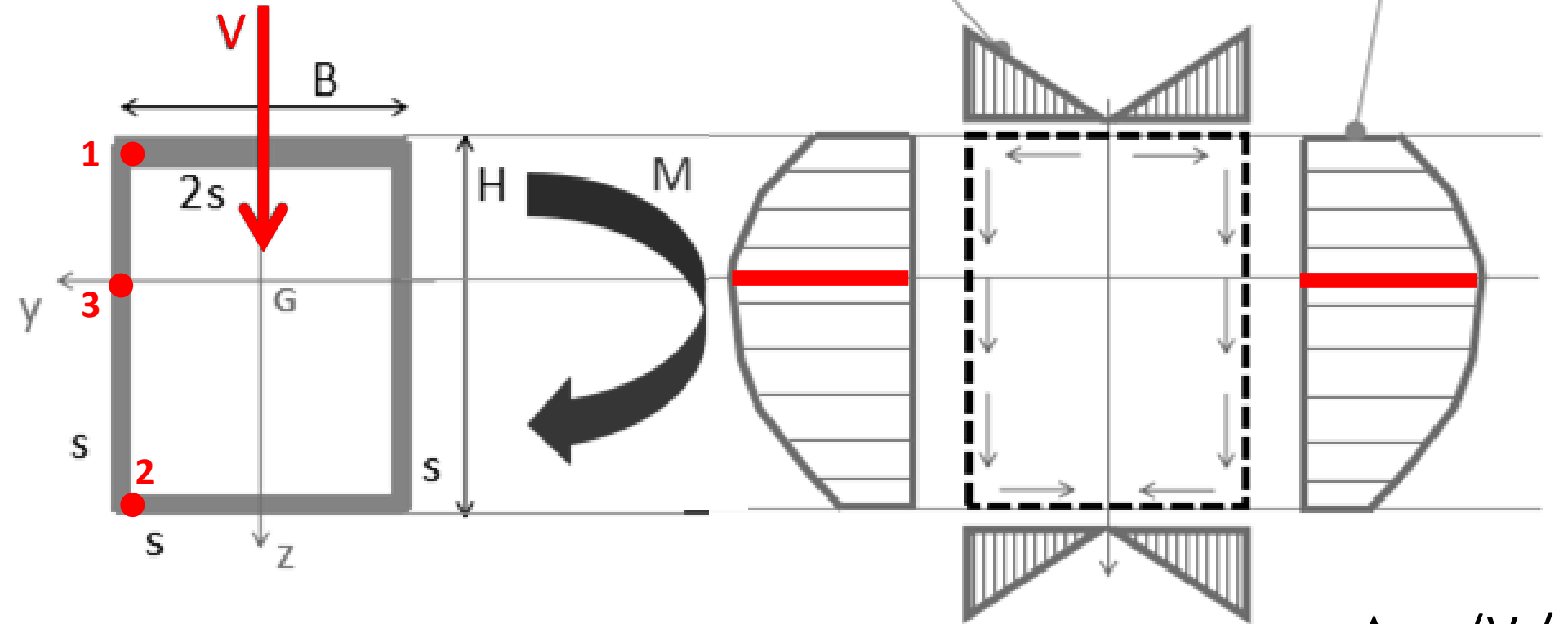


$$\begin{aligned} \tau_2 &= (V / J_y) \times (S_y / b) = \\ &= (P / J_y) \times (B/2) \times (H - z_G - s/2) = \\ &= 5.8 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$S_y = (B/2) \times s \times (H - z_G - s/2)$$

$$b = s$$

.....e **TESIONI TANGENZIALI τ**
DOVUTE A V



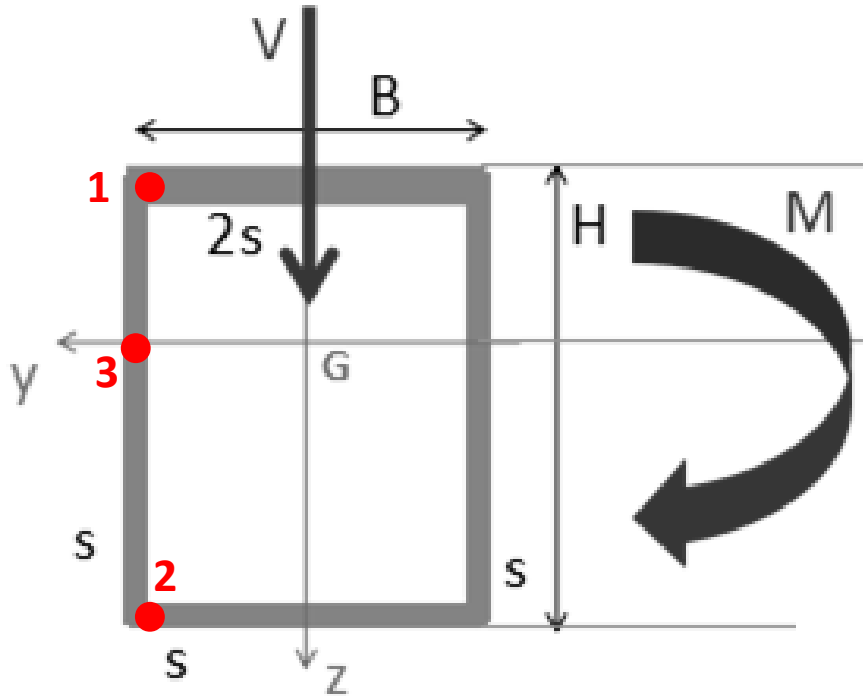
$$\tau_3 = \tau_1 + \Delta\tau = 9.54 \text{ MPa}$$

$$\Delta\tau = (V / J_y) \times (\Delta S_y / b)$$

$$\Delta S_y = s \times (z_G - 2s) \times (z_G - 2s)/2$$

con $\tau_1 = 8 \text{ MPa}$

(7) Verifiche di resistenza (Von Mises)



Riepilogo:

$$\sigma_1 = 132.54 \text{ MPa}$$

$$\tau_1 = 8 \text{ MPa}$$

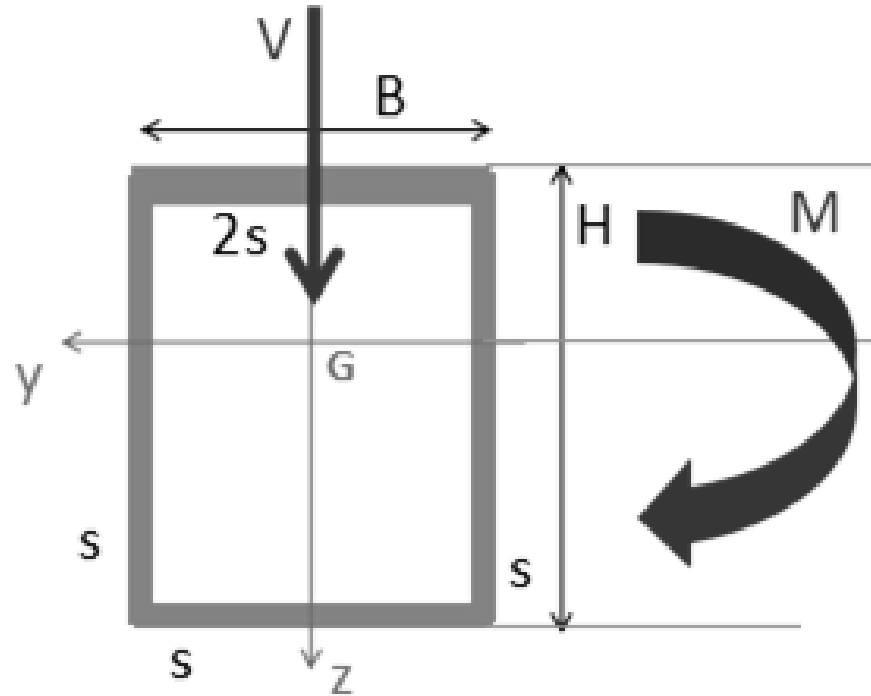
$$\sigma_2 = -180.17 \text{ MPa}$$

$$\tau_2 = 5.8 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3 = 0$$

$$\tau_3 = 9.54 \text{ MPa}$$

(7) Verifiche di resistenza (Von Mises)



$$\sigma_1 = +132.54 \text{ MPa}$$

$$\tau_1 = 8 \text{ MPa}$$

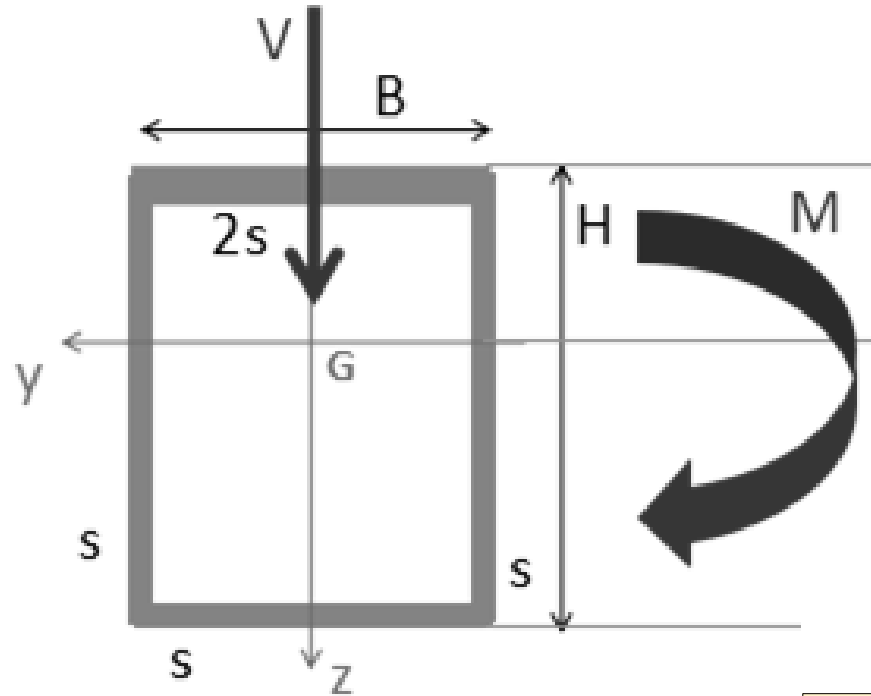


$$\begin{aligned}\sigma_{e,1} &= \sigma_{id,1} = (\sigma_1^2 + 3\tau_1^2)^{0.5} = \\ &= (132.54^2 + 3 \times (8^2))^{0.5} = \\ &= (17566.85 + 3 \times 64)^{0.5} = \\ &= (17758.85)^{0.5} = \\ &= \mathbf{133.26 \text{ MPa}}\end{aligned}$$



La verifica di resistenza richiede il calcolo della tensione equivalente (o ideale)

(7) Verifiche di resistenza (Von Mises)



$$\sigma_{e,1} = \sigma_{id,1} = (\sigma_1^2 + 3\tau_1^2)^{0.5} = 133.26 \text{ MPa} < \sigma_y ??$$

OK

$$\sigma_{e,2} = \sigma_{id,2} = (\sigma_2^2 + 3\tau_2^2)^{0.5} = 180.49 \text{ MPa}$$

OK

$$\sigma_{e,3} = \sigma_{id,3} = (\sigma_3^2 + 3\tau_3^2)^{0.5} = 16.53 \text{ MPa}$$

OK

La verifica di resistenza della sezione nel punto (2)
è quella più penalizzante

$$\sigma_{e,2} = 180.49 \text{ MPa} < \sigma_y = 235 \text{ MPa}$$

Tutta la struttura è verificata

