

Esercitazioni di “Geometria”

Foglio 5

Titolare del corso: Prof. Danilo Lewanski

Esercitatore: Dott. Armando Capasso

15 novembre 2024

“La pratica è la verifica della teoria”

Esercizi 1. Calcolare il rango delle seguenti matrici a coefficienti reali:

$$\begin{aligned} M_1 &= \begin{pmatrix} 3 & 2 & -9 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, M_2 = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 3 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 7 & -2 & -1 \end{pmatrix}, M_3 = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 & -2 \\ 4 & -6 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}, \\ M_4 &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \\ 3 & 0 & 4 & 7 \end{pmatrix}, M_5 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -5 \\ 4 & -3 & -2 & -3 \\ 8 & -1 & -4 & 0 \end{pmatrix}, M_6 = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \\ M_7 &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & -4 & 5 & 2 \\ 2 & 5 & -11 & 9 & -5 \\ -1 & -4 & 10 & -5 & 1 \end{pmatrix}, M_8 = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 & 1 & 4 \\ -1 & 5 & 2 & 3 & 5 \\ 6 & -12 & 3 & -7 & -8 \\ -3 & 7 & 9 & 4 & 15 \end{pmatrix}, \\ M_9 &= \begin{pmatrix} 2 & 5 & -1 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 6 & -1 & -1 \\ -2 & 3 & 0 & 4 & -9 \end{pmatrix}, M_{10} = \begin{pmatrix} -5 & 3 & -4 & 0 & 3 & -4 \\ 4 & 0 & 0 & -1 & 3 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & -3 & 0 & 4 \\ -1 & 0 & 2 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Domanda: come cambierebbero le precedenti risposte, se si considerassero le precedenti matrici a coefficienti nel campo $\mathbb{F}_2$ o $\mathbb{F}_3$ o $\mathbb{F}_5$?

Esercizi 2. Determinare la dimensione, una base, le rappresentazione parametrica e cartesiana dei seguenti sottospazi vettoriali $\mathbb{W}_1 = \langle (1, 0, 1, 0), (1, 1, 0, 0), (1, 1, 1, 0) \rangle$, $\mathbb{W}_2 = \langle (0, -1, 1, 0), (-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0) \rangle$, $\mathbb{W}_1 + \mathbb{W}_2$, $\mathbb{W}_1 \cap \mathbb{W}_2 \leq \mathbb{R}^4$.

Esercizi 3. Determinare la dimensione, una base, le rappresentazione parametrica e cartesiana dei seguenti sottospazi vettoriali $\mathbb{W}_1 = \langle (7, -5, 1, 2, 5), (4, -3, 5, 25, 3), (4, -7, -3, -21, 7), (-3, 2, -4, -1, -2) \rangle$, $\mathbb{W}_2 = \langle (1, 2, 0, -1, 1), (1, 1, 0, -1, 0), (1, 0, 0, -1, -1), (1, 1, 1, 1, 1) \rangle$, $\mathbb{W}_3 = \langle (0, 1, 0, 0, 0), (1, 0, 1, 1, 0), (1, 1, 1, 1, 0) \rangle$, $\mathbb{W}_i \cap \mathbb{W}_j \leq \mathbb{R}^5$, ove $i \neq j \in \{1, 2, 3\}$.

Esercizi 4. Discutere la compatibilità dei seguenti sistemi di equazioni lineari, a coefficienti complessi, in funzione del parametro k che ivi compare.

$$\begin{cases} x + 2y - 3iz = 4 \\ 4x + y + 2iz = 6 \\ x + 2y + (k^2 - 19i)z = i \end{cases}, \begin{cases} x + (1 + 4i)z + iy = 1 + 4i \\ (i + 1)y + 2x + (2 + 7i)z = 1 + 7i \\ (i + 2)y + (3 + 9i)z + 3x = 1 + 9i \end{cases} \begin{cases} 2iy + (i + 2)x = 1 + z \\ x + iz = +2y - i \\ y + z = i \end{cases}$$