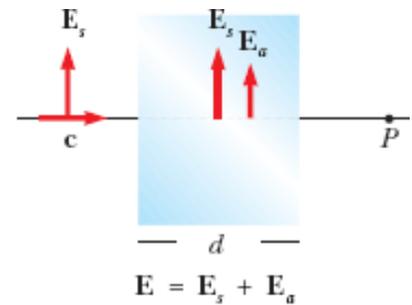


## Riflessione e rifrazione delle onde:

Le velocità di propagazione delle onde, di qualsiasi natura esse siano, dipende dalle proprietà fisiche del mezzo in cui avviene la propagazione. Dobbiamo pertanto aspettarci che nel passaggio di un'onda da un mezzo ad un altro la velocità di propagazione cambi; si osserva che in corrispondenza cambia di norma la direzione di propagazione, fenomeno della *rifrazione* (o trasmissione), e che insieme alla rifrazione si verifica la *riflessione* dell'onda.

Le relazioni che legano la direzione dell'onda riflessa e quella dell'onda trasmessa alla direzione dell'onda incidente risultano indipendenti dalla natura dell'onda. Invece le relazioni che legano l'ampiezza dell'onda incidente  $\xi_i$  all'ampiezza dell'onda riflessa  $\xi_r$  e all'ampiezza dell'onda trasmessa  $\xi_t$  dipendono dalla natura dell'onda.

Supponiamo che un fascio di radiazione elettromagnetica attraversi una lastra di materiale dielettrico trasparente di spessore  $d$  prima di raggiungere un osservatore. In queste condizioni si osserva che la radiazione impiega un tempo  $t' = d/v$  per percorrere la distanza  $d$  maggiore del tempo  $t$  che avrebbe impiegato a percorrere la stessa distanza nel vuoto ( $t = d/c$ ). Questa osservazione implica che  $v < c$ . Si definisce quindi una quantità *indice di rifrazione*,  $n$ , sempre maggiore dell'unità:



$$n = \frac{c}{v}$$

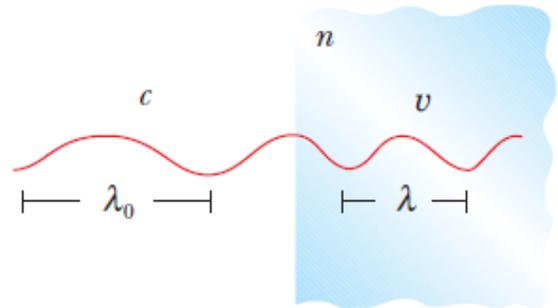
Una spiegazione qualitativa di tale effetto si può cercare nella circostanza che il campo  $E_s$  associato alla sorgente  $S$  agisce sugli elettroni legati degli atomi del dielettrico, ponendoli in oscillazione con la sua stessa pulsazione  $\omega$ . Gli elettroni comportandosi come un sistema di dipoli elettrici oscillanti, producono, a loro volta, un campo elettrico  $E_a$ , correlato ad  $E_s$  in quanto da questo originato. Uno studio dettagliato dimostra che il campo elettrico risultante  $E = E_s + E_a$  è modificato rispetto ad  $E_s$  e si propaga all'interno della lastra con velocità  $v = c/n$ , minore di  $c$ .

*Nota: Non c'è alcuna ragione per ritenere che un atomo isolato nel vuoto emetta una radiazione che si propaga con velocità  $c$ , mentre un atomo circondato da altri atomi in un mezzo emetta una radiazione che si propaga con  $v < c$ : in ogni caso la velocità dell'onda è sempre  $c$ . La differenza sostanziale è che nel caso di un'onda che si propaga in un mezzo, l'onda incidente eccita l'emissione degli atomi, e pertanto il campo effettivo agente sul singolo atomo non è soltanto il campo incidente, bensì la sovrapposizione di tutti i campi emessi dagli atomi eccitati e di quello incidente. Dunque l'emissione del generico atomo non sarà in fase con l'onda incidente, e l'onda risultante sarà la sovrapposizione di un gran numero di onde tutte sfasate tra loro. L'effetto netto è quello di ottenere una variazione della fase dell'onda che si propaga nel mezzo rispetto all'onda incidente, che formalmente coincide con il dire che la velocità dell'onda nel mezzo è minore di  $c$ .*

Nell'attraversamento di una superficie di separazione tra due mezzi la frequenza e la pulsazione non variano, mentre la lunghezza d'onda e il numero d'onda variano. Infatti mentre la frequenza, la pulsazione, è determinata dal meccanismo con cui la sorgente ha prodotto l'onda, la lunghezza d'onda, il numero d'onde, varia come conseguenza della variazione della velocità di propagazione. Dette  $v_1$  e  $v_2$  le velocità di propagazione dell'onda nei due mezzi abbiamo:

$$\omega = 2\pi\nu \quad , \quad \lambda_1\nu = v_1 \quad , \quad \lambda_2\nu = v_2 \quad ,$$

$$k_1 = \frac{\omega}{v_1} = \frac{2\pi}{\lambda_1} \quad , \quad k_2 = \frac{\omega}{v_2} = \frac{2\pi}{\lambda_2}$$



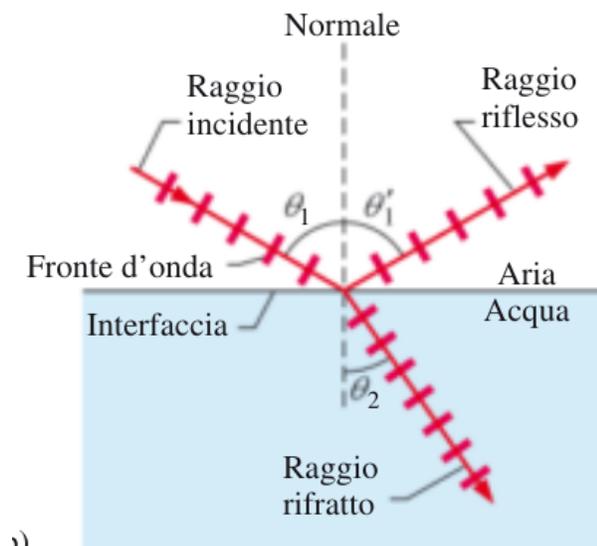
$$\Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} \quad , \quad \frac{k_1}{k_2} = \frac{v_2}{v_1} \quad .$$

In particolare per un'onda e.m. che passi dal vuoto ad un mezzo trasparente vale la relazione:

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} \quad , \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda_0} n = k_0 n \quad ,$$

dove  $n$  è l'indice di rifrazione del mezzo, che supponiamo maggiore di 1, come avviene per la luce visibile. In questo caso, la lunghezza d'onda in un mezzo è minore della lunghezza d'onda nel vuoto.

Consideriamo ora la propagazione di un raggio incidente (monocromatico) con angolo  $\theta_1$  su una superficie semitrasparente (e.g. acqua). Parte della luce viene riflessa dalla superficie, cioè si propaga di nuovo come un raggio che si allontana dalla superficie, come se rimbalzasse su di essa. L'altra parte del raggio si propaga nel mezzo. L'attraversamento da parte della luce di una superficie di separazione (o interfaccia) tra due mezzi materiali è chiamato rifrazione, e la luce si dice rifratta. Salvo che nel caso particolare di incidenza normale alla superficie, la rifrazione provoca sempre una deviazione del raggio incidente, come se il raggio venisse «piegato» dalla rifrazione. Si



noti nella figura che la deviazione avviene solo al passaggio attraverso la superficie; all'interno del mezzo il raggio prosegue in linea retta. Le leggi che regolano la propagazione dei due raggi, riflesso e rifratto sono:

- Legge della riflessione: Il raggio riflesso giace sul piano di incidenza e forma un angolo di riflessione uguale a quello di incidenza, entrambi misurati rispetto alla normale.

$$\theta_1' = \theta_1 \quad (\text{riflessione})$$

- Legge della rifrazione: Il raggio rifratto giace nel piano di incidenza e forma un angolo di rifrazione legato all'angolo di incidenza dalla relazione

$$n_2 \sin \theta_2 = n_1 \sin \theta_1 \quad (\text{rifrazione})$$

(Legge di Snell)

Da cui segue:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

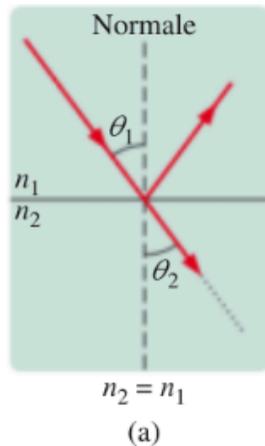
Possiamo riscrivere l'equazione per la rifrazione come:

$$\sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1$$

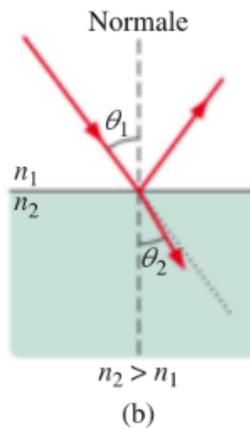
Si possono avere tre generi di risultati:

1. Se  $n_2 = n_1$ , allora  $\theta_2 = \theta_1$ . In questo caso la rifrazione non piega il fascio incidente, che prosegue senza deviazioni, come in figura a.
2. Se  $n_2 > n_1$ , allora  $\theta_2 < \theta_1$ . In questo caso la rifrazione piega il fascio incidente avvicinandolo alla normale, come in figura b.
3. Se  $n_2 < n_1$ , allora  $\theta_2 > \theta_1$ . In questo caso la rifrazione piega il fascio incidente allontanandolo dalla normale, come in figura c.

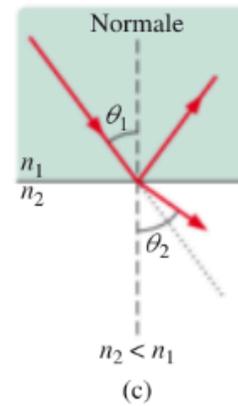
Se gli indici di rifrazione sono uguali, non si ha deviazione



Se l'indice del secondo mezzo è maggiore, il raggio si avvicina alla normale

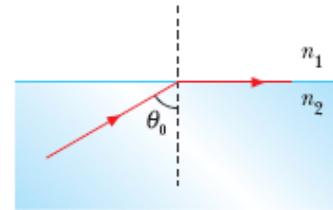
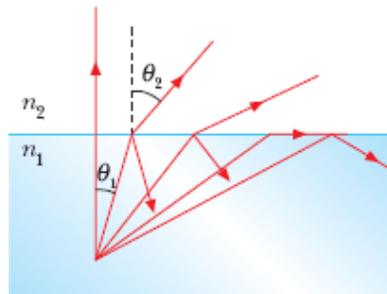


Se l'indice del secondo mezzo è minore, il raggio si allontana dalla normale



La terza situazione ( $\theta_2 > \theta_1$ ) presenta un caso limite: al crescere dell'angolo di incidenza  $\theta_1$  l'angolo di trasmissione  $\theta_2$ , che cresce più rapidamente, raggiunge ad un certo punto il valore  $\pi/2$  – per cui  $\sin(\pi/2)=1$  – precisamente in corrispondenza al valore  $\theta_0$  dell'angolo di incidenza tale che:

$$\sin\theta_0 = \frac{n_2}{n_1} .$$



Per valori di  $\theta_1$  maggiori di  $\theta_0$  non esistono valori reali di  $\theta_2$  che soddisfino la legge di Snell e ciò significa che l'onda rifratta non si forma più, ovvero che l'onda incidente è totalmente riflessa all'interno del primo mezzo. Il fenomeno si chiama riflessione totale e l'angolo  $\theta_0$  è detto angolo limite.

Si noti che questa equazione può essere utilizzata solo quando  $n_1$  è maggiore di  $n_2$ . Cioè, la riflessione interna totale si verifica solo quando la luce si propaga da un mezzo di un dato indice di rifrazione a un mezzo di indice di rifrazione minore. Questo è il motivo per cui il termine interna viene aggiunto alla definizione – la luce deve essere inizialmente all'interno di un materiale di indice di rifrazione più alto rispetto a quello del materiale esterno. Se  $n_1$  fosse minore di  $n_2$ , l'Equazione darebbe  $\sin\theta_0 > 1$ , il che è un risultato assurdo poiché il seno di un angolo non può mai essere maggiore di uno.

Un utilizzo interessante del fenomeno della riflessione totale si ha nel trasporto di un fascio luminoso lungo un determinato percorso; Le fibre ottiche, prodotte solitamente in quarzo o con resine plastiche sotto forma di cilindri del diametro inferiore al millimetro, sono strumenti utili per trasmettere luce e immagini tra due punti, lungo un cammino qualsiasi, sfruttando il fenomeno della riflessione totale. Un fascio di luce può entrare nella sezione di testa della fibra con un'angolazione tale che, per effetto della rifrazione, l'angolo di incidenza sulla parete laterale della fibra sia maggiore dell'angolo limite per quel materiale. In tal modo si ha la riflessione totale e la propagazione del fascio luminoso fino all'altra estremità della fibra. A questo scopo, solitamente le fibre ottiche sono rivestite di una guaina a minor indice di rifrazione della fibra stessa.

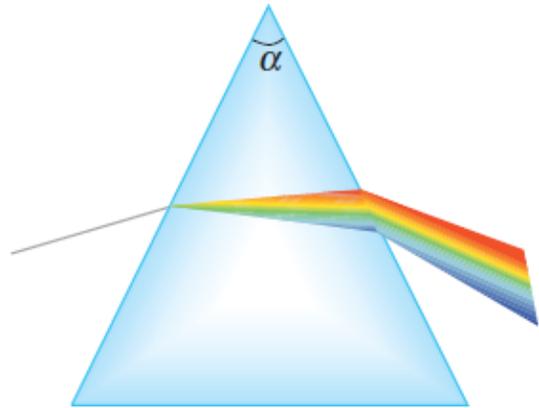


## Dispersione Cromatica:

L'indice di rifrazione  $n$  in qualsiasi mezzo, eccetto il vuoto, dipende dalla lunghezza d'onda della luce. Quindi, quando un raggio di luce è formato da componenti con lunghezze d'onda differenti – e.g. luce bianca che contiene tutte le lunghezze d'onda del visibile – la rifrazione del raggio alla superficie ne separa le componenti così che esse assumono direzioni diverse. Questo effetto si chiama dispersione cromatica; il termine «cromatico» si riferisce ai colori associati a ogni lunghezza d'onda, e «dispersione» si riferisce alla separazione delle lunghezze d'onda o dei colori.

In genere l'indice di rifrazione in un mezzo è maggiore per una lunghezza d'onda minore (corrispondente, per esempio, alla luce blu), di quanto non sia per una lunghezza d'onda maggiore (per esempio, la luce rossa); in particolare l'indice di rifrazione varia con  $\lambda$  secondo la legge di Cauchy:

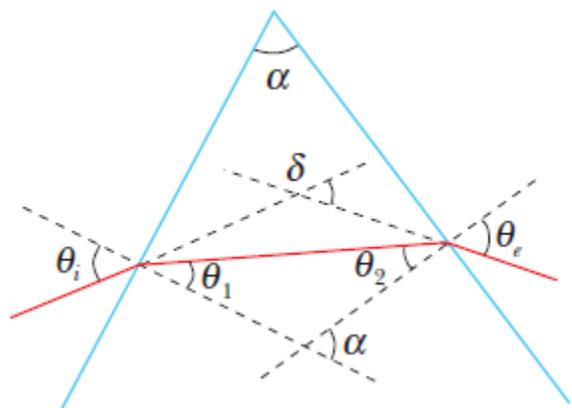
$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} .$$

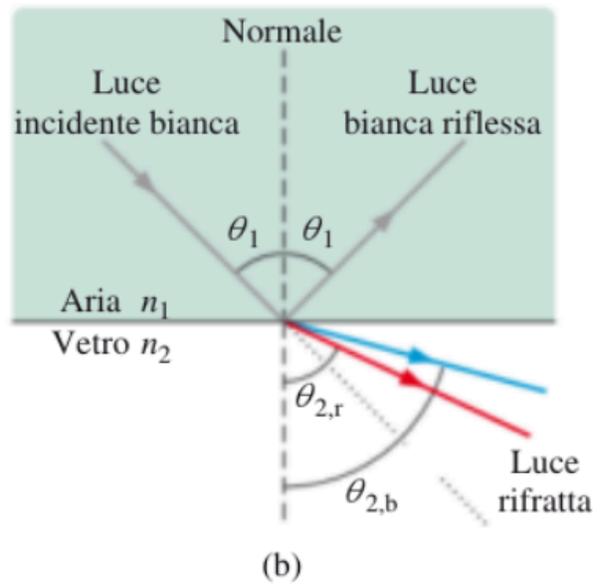
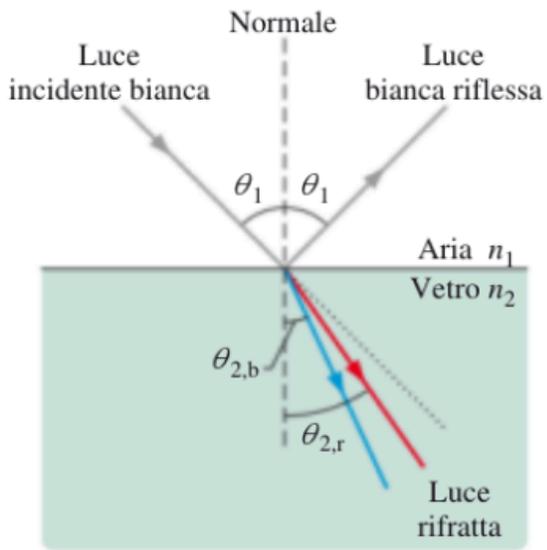


## Prisma:

Il dispositivo più importante con cui si mette in evidenza la dispersione è il prisma, costituito da una lastra di materiale trasparente a facce piane formanti un angolo  $\alpha$ , detto angolo di apertura del prisma. Nella figura in basso (pagina successiva) è illustrato il funzionamento: un fascio di luce bianca in aria incide su una superficie di vetro. Nella figura di sinistra sono indicate solo le componenti rossa e blu della luce rifratta. Poiché la componente blu viene deflessa più della rossa, l'angolo di rifrazione  $\vartheta_{2,b}$  per il blu è minore dell'angolo  $\vartheta_{2,r}$  per il rosso. Si ricordi che gli angoli si misurano rispetto alla normale. Nella figura di destra un raggio di luce bianca che si propaga nel vetro incide sulla superficie di separazione vetro-aria. Anche qui la componente blu viene deviata più di quella rossa, ma ora  $\vartheta_{2,b} > \vartheta_{2,r}$ . Per esaltare la separazione dei colori, si usa un prisma di vetro con sezione triangolare. La dispersione alla prima superficie (a sinistra nella figura) viene ulteriormente accentuata dalla dispersione sulla seconda. In particolare si dimostra che l'angolo  $\delta$  tra le direzioni entrante e uscente, detto angolo di deviazione, vale:

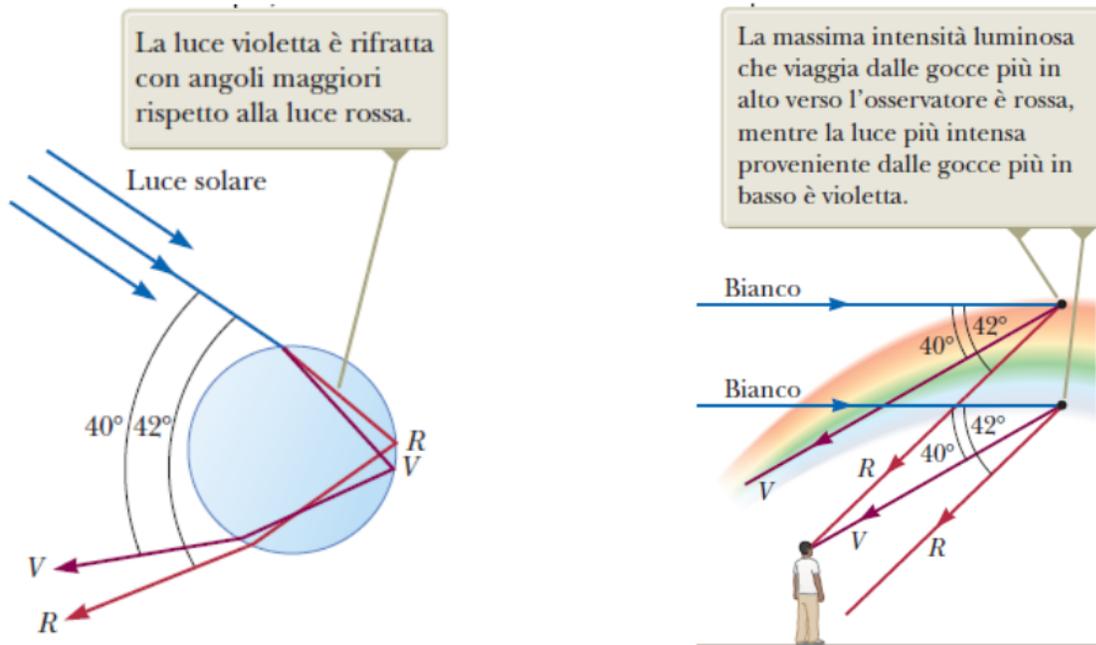
$$\delta = \theta_i + \theta_e - \alpha .$$





## Arcobaleno:

La dispersione della luce in uno spettro viene dimostrata vividamente in natura nella formazione di un arcobaleno, spesso visto da un osservatore posto fra il Sole e le gocce di pioggia. Per capire come si forma un arcobaleno, consideriamo la Figura di sinistra. Un raggio di luce colpisce una goccia d'acqua nell'atmosfera e subisce riflessione e rifrazione nel modo seguente. Esso viene prima rifratto dalla superficie anteriore della goccia, con la luce violetta deviata di più e la luce rossa deviata di meno. Sulla superficie posteriore della goccia, la luce viene riflessa e ritorna alla superficie anteriore, dove subisce ancora una rifrazione mentre si muove dall'acqua all'aria.



Poiché la luce penetra la superficie anteriore della goccia in tutti i punti, vi è un intervallo di angoli di uscita per la luce che abbandona la goccia dopo essere stata riflessa dalla superficie posteriore. Un'analisi attenta della forma sferica della goccia d'acqua, tuttavia, mostra che l'angolo di uscita per cui l'intensità è massima è  $42^\circ$  per la luce rossa e  $40^\circ$  per la luce violetta. Quindi, la luce proveniente da una goccia di pioggia vista da un osservatore è più brillante per questi angoli e l'osservatore vede un arcobaleno. La Figura di destra mostra la geometria per l'osservatore. I colori dell'arcobaleno sono visti in un intervallo da  $40^\circ$  a  $42^\circ$  rispetto ad una direzione opposta a quella del Sole, direzione che corrisponde a  $180^\circ$  rispetto ai raggi del Sole. Se si vede arrivare la luce rossa da una goccia di pioggia alta nel cielo, la luce violetta proveniente da questa goccia passa al di sopra della testa dell'osservatore e non si vede. Quindi, la porzione di arcobaleno in vicinanza di questa goccia è rossa. La porzione viola dell'arcobaleno vista da un osservatore è fornita dalle gocce d'acqua più basse nel cielo, che mandano la luce violetta verso gli occhi dell'osservatore e la luce rossa al di sotto degli occhi.

# \* Principio di Huygens-Fresnel

→ Ogni elemento infinitesimo  $d\Sigma$  di una superficie <sup>fronte</sup>  $\Sigma$  si può considerare come una sorgente di onde secondarie sferiche, la cui ampiezza è proporzionale all'ampiezza della dell' onda primaria  $\cdot$  dell'area  $d\Sigma$ . La perturbazione in un dato punto si può sempre ottenere come sovrapposizione di tutte le onde sferiche elementari che lo raggiungono:

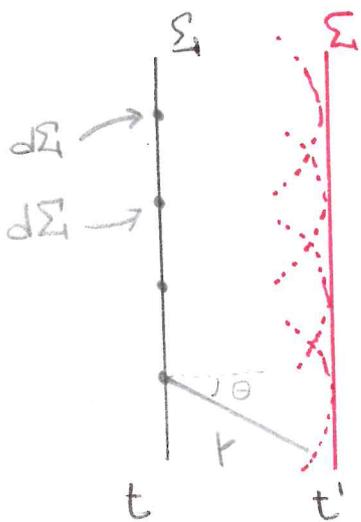
$$\vec{E}(P) = \frac{K}{i\lambda} \int_{\Sigma} \vec{E}(Q) \frac{e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}}{r} \cos\theta$$

$\swarrow$   
 angolo  $\perp$   
 fronte e  
 punto P

Principio di sovrapposizione

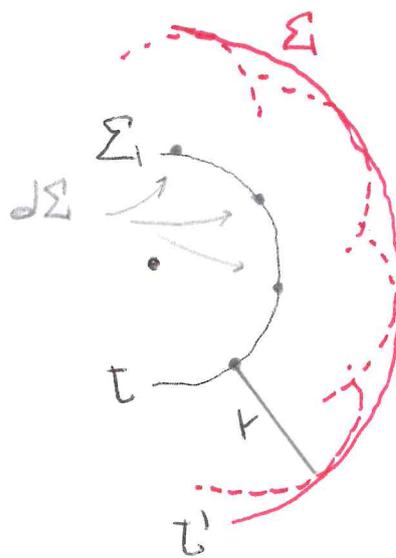
e.g.

Onda Piana



$$r = v\Delta t = v(t' - t)$$

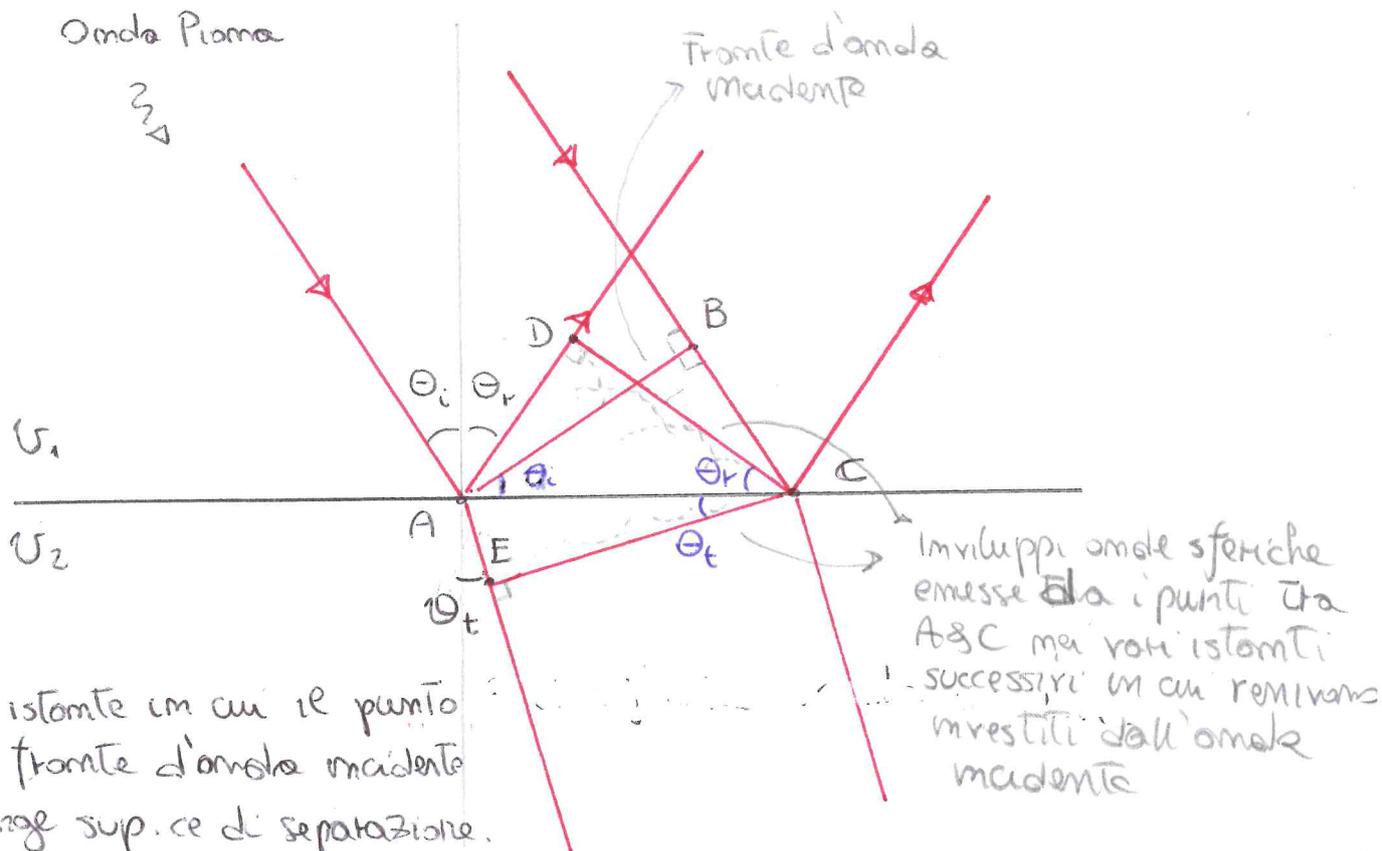
Onda Sferica



Le fronde d'onda dopo un tempo  $\Delta t$ , si ottiene dall'involuppo dei fronti d'onda delle sorgenti infinitesime  
 → luogo dei punti di uguale fase

→ Derivazione legge riflessione e rifrazione

$$\therefore \theta_i = \theta_r \quad \& \quad m_2 \sin \theta_t = m_1 \sin \theta_i \Rightarrow \frac{\sin \theta_t}{\sin \theta_i} = \frac{v_2}{v_1}$$



•  $t=0$  istante in cui il punto A del fronte d'onda incidente raggiunge sup. ce di separazione.

• B raggiunge sup. separazione C dopo  $t = \overline{BC}/v_1$

• Nello stesso  $t$  C'onda elementare emessa da A compie  $\overline{AD} = v_1 t = v_1 \overline{BC}/v_1 = \overline{BC}$  nel primo mezzo,

⇒ i pti D e C sono in fase (appartengono allo stesso fronte d'onda)

• mentre nel secondo mezzo compie il percorso  $\overline{AE} = v_2 t = \frac{v_2}{v_1} \overline{BC}$

⇒ i pti E e C sono in fase

⇒  $\triangle ABC \cong \triangle ACD$  in quanto rettangoli e con due cateti uguali ⇒ quindi anche angoli al vertice  $\theta_i = \theta_r$

⇒ inoltre

$$\sin \theta_i = \frac{BC}{AC} \quad \sin \theta_t = \frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \frac{BC}{AE} = \frac{t v_1}{t v_2} = \frac{v_1}{v_2}$$