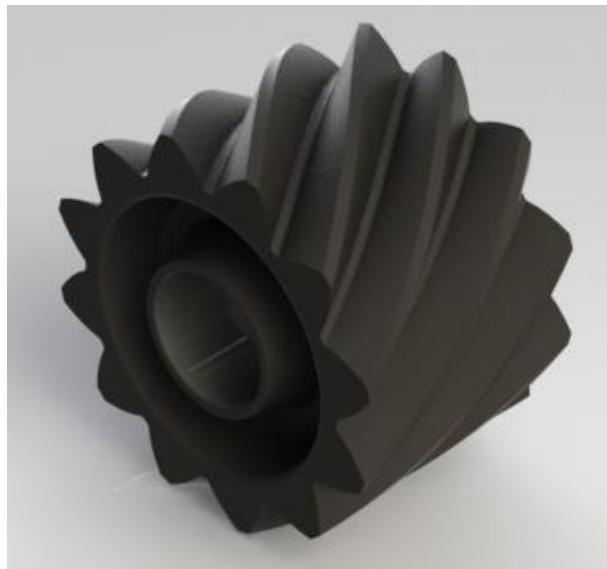


**Generazione del modello CAD 3D parametrico
di ruote cilindriche a dentatura elicoidale**

**COSTRUZIONE DENTATURA ELICOIDALE
PARAMETRICA**



RICHIAMI

Nel seguito sarà illustrata la costruzione del modello CAD parametrico di una ruota cilindrica a dentatura esterna dritta ed elicoidale con profilo del fianco sia semplificato (ad arco di cerchio) che ad evolvente di cerchio.

Considerando una ruota cilindrica a dentatura esterna si riportano le caratteristiche geometriche utili alla costruzione del modello CAD parametrico.

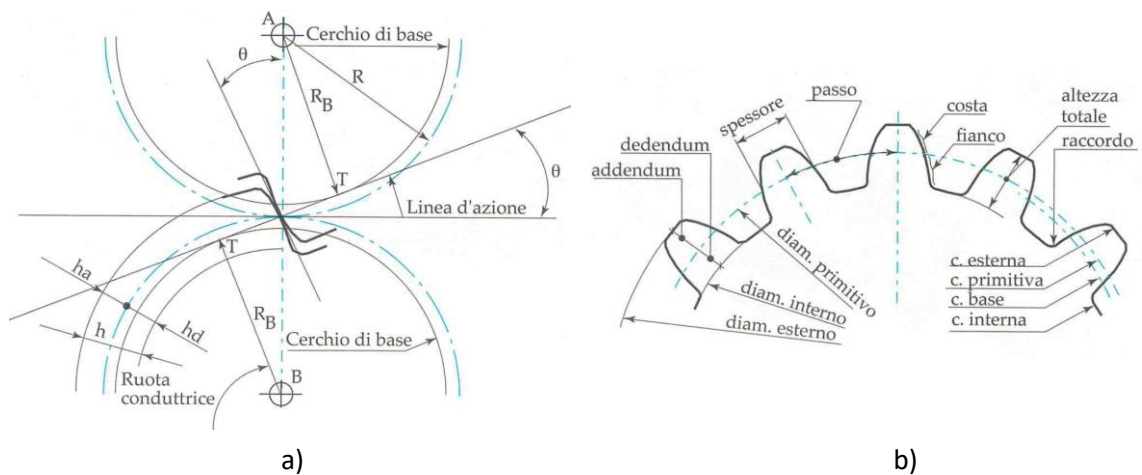


Figura 1 - a) ruote ingranate; b) parametri caratteristici di una ruota cilindrica a dentatura esterna [1]

In particolare, con riferimento alla Figura 1:

$$h_a = m$$

$$h_d = \frac{5}{4}m$$

$$D_p = m * z$$

$$D_e = D_p + 2 * m$$

$$D_i = D_p - 2.5 * m$$

$$D_b = D_p * \cos(\theta)$$

$$p = \pi * m$$

$$p_{angolare} = \frac{360}{z}$$

dove m è il modulo e z è il numero di denti.

Tutte le equazioni sono riferite a ruote a denti dritti; per la dentatura elicoidale vale nel solo piano normale quanto detto per le dentature dritte, così come evidenziato in Figura 2; m diventa il modulo normale m_n e così le altre grandezze influenzate dall'angolo di avvolgimento elicoidale β .

$$m_n = m_c * \cos(\beta) \qquad p_n = p_c * \cos(\beta) \qquad (1)$$

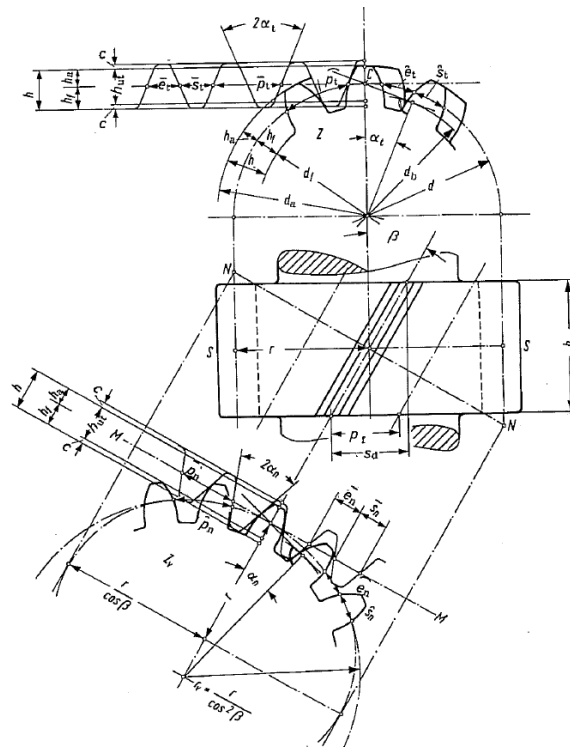


Figura 2 - Ruota cilindrica a dentatura esterna elicoidale [3]

In particolare, il pedice c si riferisce ai parametri circolari della ruota a dentatura elicoidale.

MODELLO PARAMETRICO

A partire dalle equazioni prima riportate e dalle caratteristiche geometriche della ruota, si assumono cinque parametri indipendenti:

- $m \rightarrow$ modulo
- $z \rightarrow$ numero di denti
- $L \rightarrow$ spessore ruota
- $\beta \rightarrow$ angolo d'elica
- $\theta \rightarrow$ angolo di spinta

In seguito, tutti i parametri senza pedice faranno riferimento ai denti dritti o, equivalentemente, alla sezione normale delle ruote a denti elicoidali, mentre il pedice “ c ” indicherà il riferimento alla sezione circolare (normale all'asse della ruota) delle ruote e denti elicoidali. I valori dei parametri della sezione retta saranno calcolati mediante le (1).

Per parametrizzare il profilo ad evolvente, con riferimento alla Figura 3, è possibile utilizzare il sistema di equazioni (2):

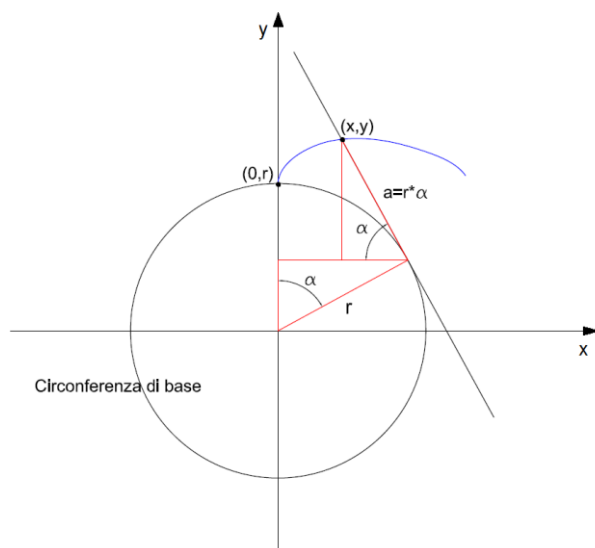


Figura 3 - Insieme dei riferimenti per l'evolvente di cerchio

$$\begin{cases} x = r_b * \sin\alpha - r_b * \alpha * \cos\alpha \\ y = r_b * \cos\alpha + r_b * \alpha * \sin\alpha \end{cases} \quad (2)$$

in cui l'angolo α è espresso in radianti.

Per la parametrizzazione dell'elica sono stati scelti due parametri: il passo e l'angolo sotteso dalla proiezione dell'elica sulla sezione retta (questo modo è particolarmente utile per le fasi successive in ambiente SolidWorks). Riferendosi alla Figura 4 si può scrivere:

$$\begin{aligned} L * \tan(\beta) &= r * \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{L * \tan(\beta)}{r} \quad [\text{radianti}] \\ \frac{p_{elica}}{360} &= \frac{L}{\alpha} \Rightarrow p_{elica} = L * \frac{360}{\alpha} \end{aligned} \quad (3)$$

da notare che il valore ottenuto per α nella prima equazione è espresso in radianti.

MODELLO CAD PARAMETRICO IN SOLIDWORKS

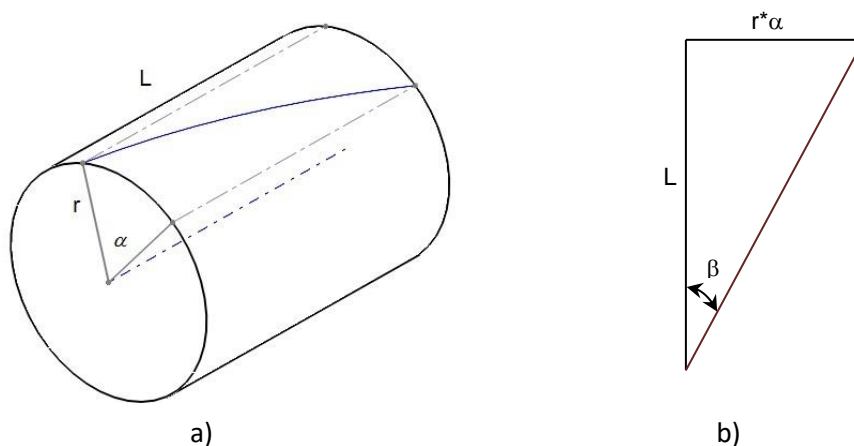


Figura 4 - a) elica nello spazio; b) elica svolta sul piano

RUOTA A DENTI DRITTI

Per la generazione del modello si possono utilizzare due tecniche contrapposte:

1. si realizza l'intero ingombro della ruota e poi si procede all'asportazione del "materiale" in eccesso;
2. si realizza, in sequenza, il dente pieno e la ruota.

Nel seguito si adatterà quest'ultima procedura.

In Figura 5 viene riportata la sequenza di modellazione, composta da quattro *step* principali, utilizzata per la generazione del modello di una ruota a denti dritti in ambiente SolidWorks; è necessaria la definizione di tutti i parametri e di tutte le equazioni necessarie alla parametrizzazione del modello (Step0):

- Step1: definizione del profilo del dente;
- Step2: generazione del dente mediante estrusione;
- Step3: generazione della dentatura mediante ripetizione circolare del dente;
- Step4: rifinitura della ruota.

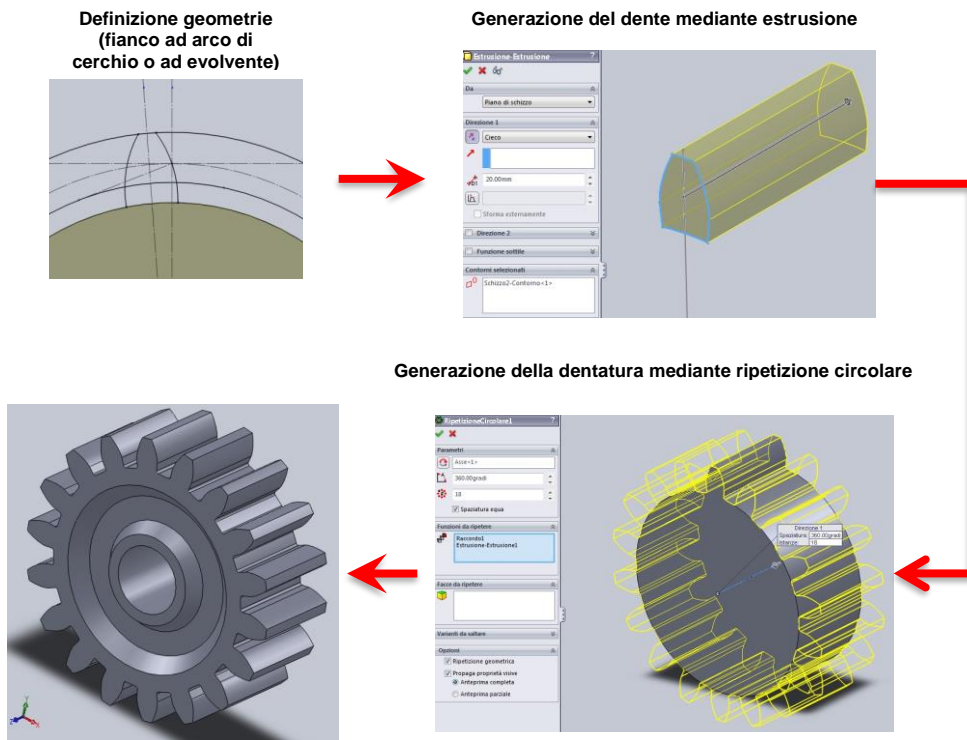
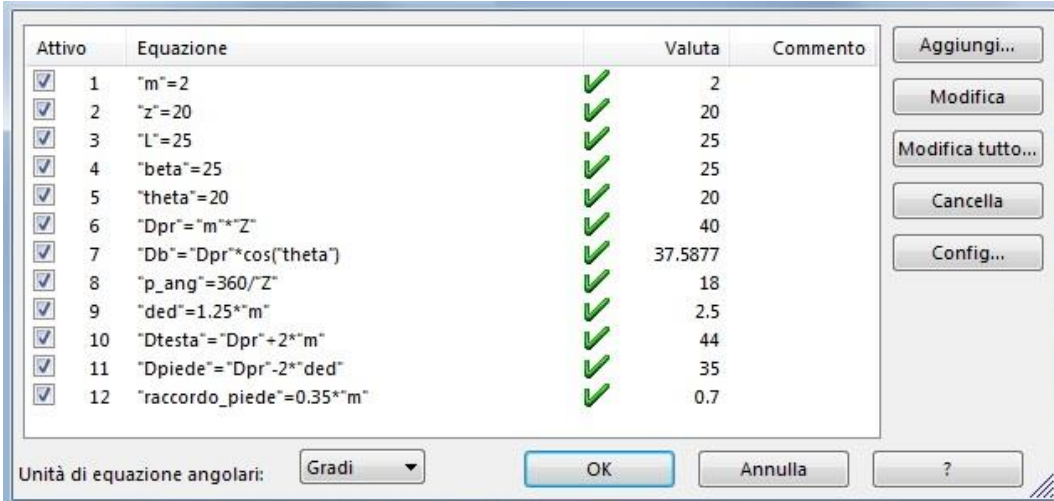


Figura 5 - Sequenza di modellazione ruota a denti dritti

STEP 0

Preliminarmente al loro utilizzo, è necessario definire tutti i parametri della dentatura elicoidale.

In “Strumenti” >> “Equazioni”, è possibile definire tutti i parametri e le equazioni necessarie (Figura 6).



| Attivo | Equazione | Valuta | Commento |
|-------------------------------------|---------------------------|---------|----------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | "m"=2 | 2 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "z"=20 | 20 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "L"=25 | 25 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "beta"=25 | 25 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "theta"=20 | 20 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "Dpr"="m"*"Z" | 40 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "Db"="Dpr"*cos("theta") | 37.5877 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "p_ang"=360/"Z" | 18 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "ded"=1.25*"m" | 2.5 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "Dtesta"="Dpr"+2*"m" | 44 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "Dpiede"="Dpr"-2*"ded" | 35 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "raccordo_piede"=0.35*"m" | 0.7 | |

Unità di equazione angolari: Gradi

OK Annulla ?

Figura 6 – Funzioni di controllo per una ruota a denti dritti

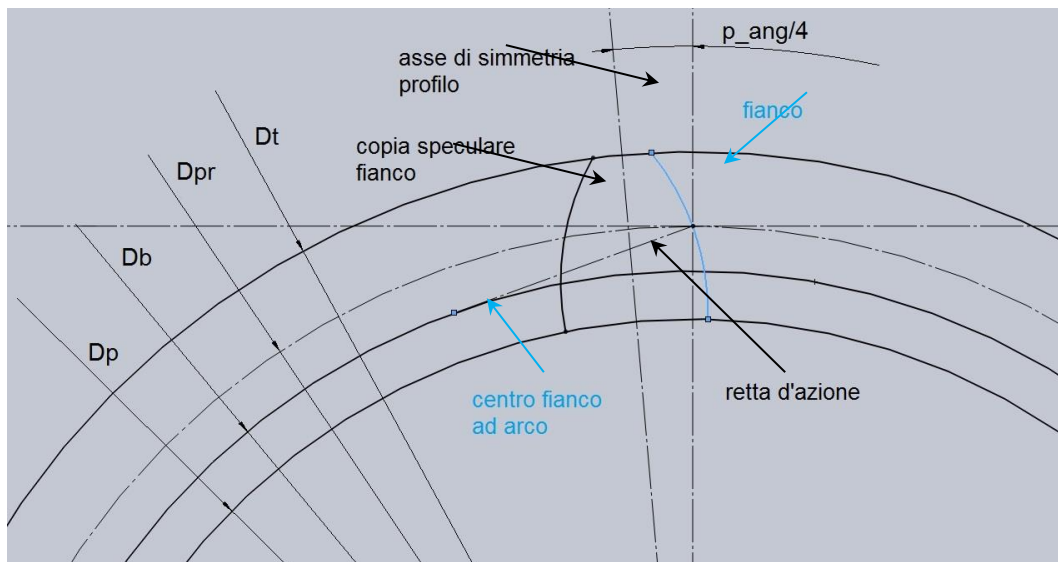


Figura 7 - Geometria del profilo con fianco ad arco di cerchio

STEP 1

Profilo mediante arco di cerchio

I passi da effettuare sono i seguenti:

- 1) costruzione delle circonferenze di testa, primitiva, di base e di piede;
- 2) costruzione della retta d'azione;
- 3) costruzione del fianco con centro nel punto di tangenza tra circonferenza base e retta d'azione, imponendo il passaggio del fianco per il punto di intersezione tra circonferenza primitiva e retta d'azione;
- 4) costruzione dell'asse di simmetria del profilo con un angolo pari a $p_{ang}/4$ rispetto alla verticale (che, in questo caso, rappresenta la retta passante per il punto di intersezione tra fianco e circonferenza primitiva);
- 5) copia speculare del profilo rispetto all'asse.
- 6) costruzione di un nuovo schizzo su cui importare (per mezzo della funzione "converti entità") le geometrie appena create per delimitare il profilo del dente. Ciò allo scopo di disporre dello schizzo del profilo del dente esterno a qualsiasi feature.

La Figura 7 mostra il risultato delle operazioni sopra citate.

Profilo mediante arco di evolvente

Passi:

- 1) costruzione delle circonferenze di testa, primitiva, di base e di piede;
- 2) costruzione del fianco mediante curva guidata da equazione secondo le (2) ed assegnazione del vincolo "fisso";
- 3) costruzione della retta passante per il centro della ruota ed il punto di intersezione del fianco con la circonferenza primitiva;

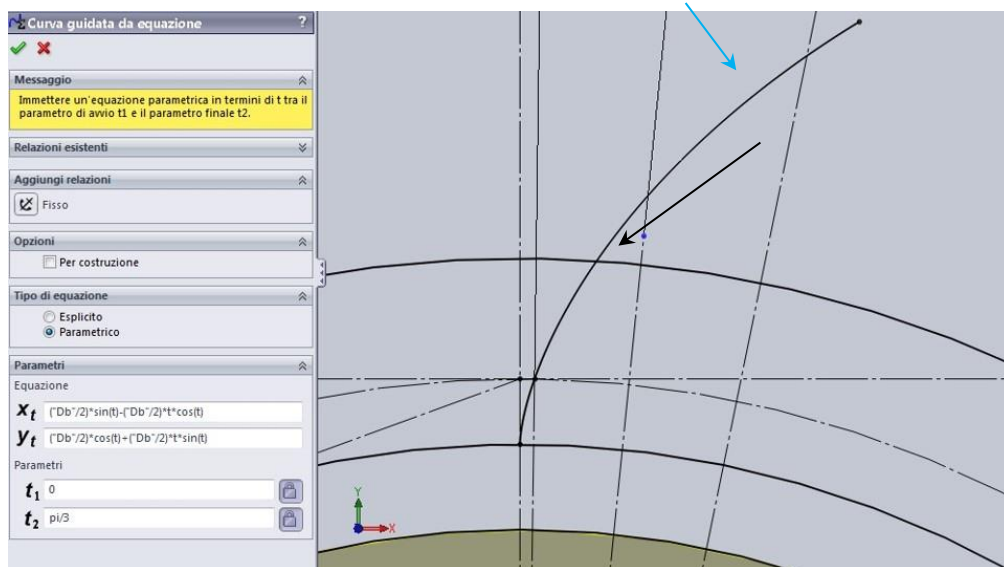


Figura 8 - Geometria con fianco ad evolvente di cerchio

- 4) costruzione dell'asse di simmetria del profilo con un angolo pari a $p_{ang}/4$ rispetto alla retta costruita al passo 3);
- 5) costruzione di un nuovo schizzo su cui importare le geometrie appena create e generazione della copia speculare del fianco. Se il diametro di base è maggiore di quello di piede il fianco va completato con un segmento radiale (Figura 9).

Si sottolinea la non corretta condizione di tangenza nella generazione del fianco, in

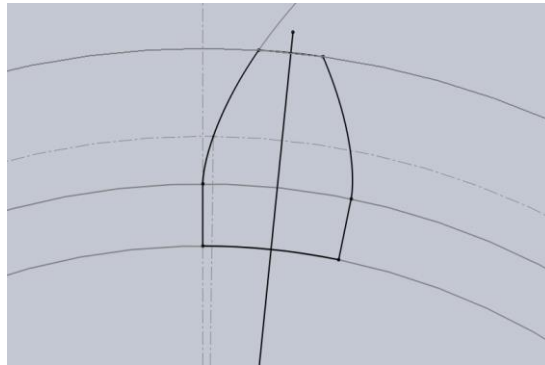


Figura 9 - Profilo con fianco ad evolvente con $D_b > D_p$

particolare nell'intorno della circonferenza base, ciò nel caso di D_b maggiore di D_p si genera uno spigolo vivo sul fianco stesso.

STEP 2

Effettuare l'estrusione del profilo creato.

STEP 3

Effettuare una ripetizione circolare del dente con spaziatura equa selezionando l'opzione "Ripetizione geometrica" nel pannello "Opzioni". Legare, poi, il numero di ripetizioni al numero di denti z .

RUOTA A DENTI ELICOIDALI

La Figura 10 riassume la fase di modellazione di una ruota a denti elicoidali:

- step1: definizione del profilo del dente;
- step2: generazione delle curve guida elicoidali;
- step3: generazione del dente mediante sweep;
- step4: generazione della dentatura mediante ripetizione circolare del dente;
- step5: rifinitura della ruota.

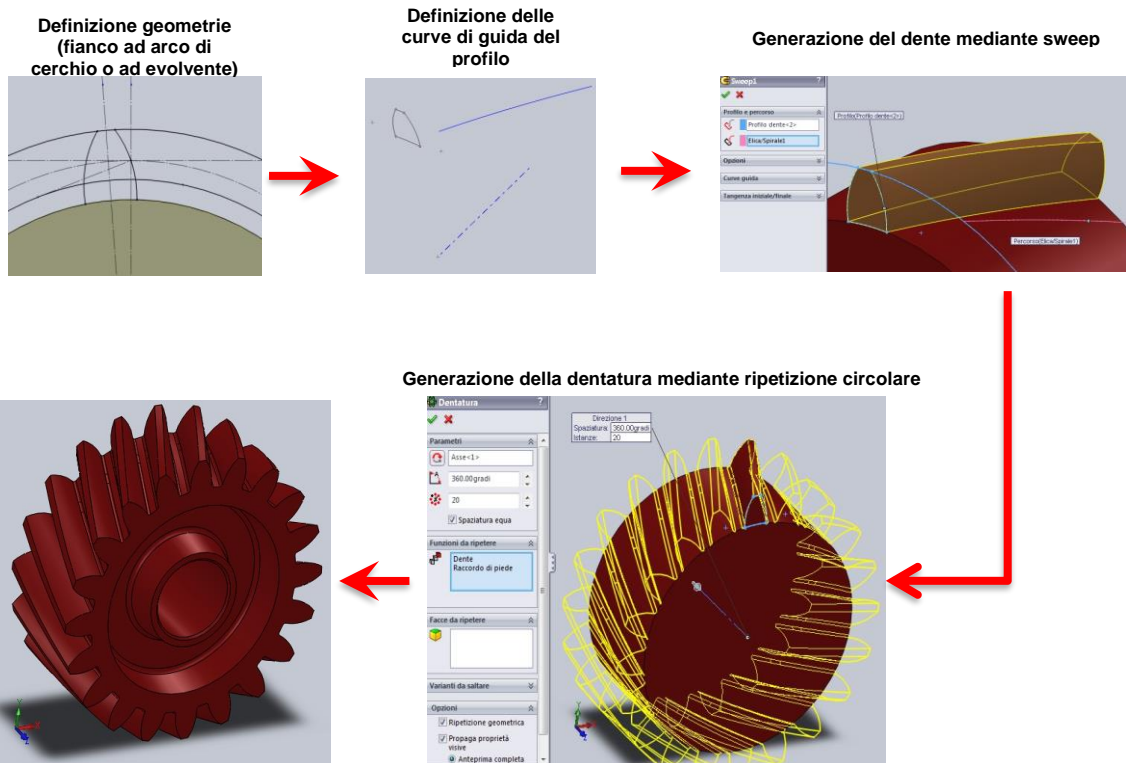


Figura 10 - Sequenza di modellazione ruota a denti elicoidali

Rispetto al caso precedente è presente uno STEP in più, ovvero la generazione della curva di guida elicoidale necessaria per il corretto avvolgimento del profilo lungo l'asse. Bisognerà applicare delle piccole variazioni sia allo STEP0 che agli STEP di generazione della geometria del profilo e di generazione del dente.

STEP 0

Assegnazione dei parametri e delle funzioni di controllo per le ruote a denti elicoidali.

| Attivo | Equazione | Valuta | Commento |
|-------------------------------------|--|---------|----------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | "m"=3 | 3 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "Z"=20 | 20 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "L"=25 | 25 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "beta"=25 | 25 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "theta"=20 | 20 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "Dpr"="m"*"Z" | 60 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "Db"="Dpr"*cos("theta") | 56.3816 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "p"=360/"Z" | 18 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "ded"=1.25*"m" | 3.75 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "Dtesta"="Dpr"+2*"m" | 66 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "Dpiede"="Dpr"-2*"ded" | 52.5 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "alpha_elica"=(2*"L"*tan("beta")/"Dpr")*180/pi | 22.2646 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "passo_elica"="L"*(360/"alpha_elica") | 404.23 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "raccordo_piede"=0.2*"m" | 0.6 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "m_c"="m"/cos("beta") | 3.31013 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "passo"=pi*"m" | 9.42478 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "passo_c"="passo"/cos("beta") | 10.3991 | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | "p_ang_c"=("passo_c"/("Dpr"/2))*(180/pi) | 19.8608 | |

Figura 11 - Sistema parametrico del modello per ruote a denti elicoidali

STEP 1

Per la definizione del profilo del dente c'è solo una piccola correzione da adottare sul passo angolare, infatti secondo le (1) il passo nella sezione retta è maggiorato del $\cos(\beta)$ e quindi anche il passo angolare è maggiore. Calcolando il passo p_c secondo le (1), si può calcolare il passo angolare come l'angolo sotteso dal passo e quindi:

$$p_{c_{ang}} = \frac{p_c}{D_{pr}/2} * \frac{180}{\pi} \quad [Gradi]$$

Per la definizione dell'asse di simmetria del profilo va utilizzato $p_{c_{ang}}/4$ in sostituzione di $p_{ang}/4$.

STEP 2

Per la costruzione della curva guida elicoidale necessaria per controllare l'avvolgimento del profilo, si genera un'elica (Funzioni – Curve - Elica a spirale).

Il controllo dell'elica viene eseguito mediante altezza e passo legando l'altezza alla larghezza della ruota L ed il passo al passo (assiale) dell'elica p_{elica} . Per l'angolo del punto di inizio specificare un valore arbitrario, ciò non influenza in alcun modo la geometria.

STEP 3

La generazione del dente viene eseguita mediante *sweep* del profilo lungo il percorso costituito dall'elica.

La ripetizione circolare e le operazioni di rifinitura vengono eseguito equivalentemente al caso della ruota a denti dritti.

Riferimenti essenziali

[1] Chirone Emilio, Tornincasa Stefano (2012). *Disegno Tecnico Industriale vol.2*, Ed. Il Capitello.

[2] Della Pietra Lelio (2011). *Lezioni di meccanica applicata alle macchine*, Edises, ISBN: 9788879596916.

[3] Charchut Thomas, (1972). *Ingranaggi (Teoria-Calcolo-Disegno)*, Tecniche nuove, ASSIOT , Ed. Milano.