Esercizi di Inferenza Statistica
Esercitazione 7
a.a. 2024 – 2025

1. Sia $(y_1, \dots, y_n)$ un campione casuale da $Y \sim \text{Poisson}(\lambda)$.

   a. Si determini lo stimatore di massima verosimiglianza di λ e la sua distribuzione asintotica.

   b. Lo stimatore di massima verosimiglianza di λ ha varianza minima tra tutti gli stimatori corretti di λ?

   c. Si ottenga lo stimatore di massima verosimiglianza di $\delta = P(Y > 0)$ e si determini la sua distribuzione asintotica.

2. Sia dato un campione casuale semplice $(y_1, \dots, y_n)$ da una popolazione in cui Y è distribuita secondo una normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, con μ e σ^2 ignoti.

   a. Si ottenga la funzione di log-verosimiglianza per (μ, σ^2);

   b. Si ottengano gli stimatori di massima verosimiglianza per μ e σ^2.

   c. Si ottengano le quantità di informazione.

3. Sia $(y_1, \dots, y_n)$ un campione proveniente da una variabile Y descritta dalla densità $f(y; \theta) = 3y^2/\theta^3$, $0 \leq y \leq \theta$.

   a. Si determini lo stimatore di θ con il metodo dei momenti $(\hat{\theta}_{MM})$.

   b. Si determini lo stimatore di massima verosimiglianza di θ $(\hat{\theta}_{MV})$.

   c. Si verifichi se $\hat{\theta}_{MM}$ è non distorto e consistente in media quadratica.

   d. Usando il calcolo delle probabilità si ottiene che $\mathbb{E}(\hat{\theta}_{MV}) = 3n\theta/(3n+1)$ e $\mathbb{V}(\hat{\theta}_{MV}) = 3n\theta^2/[(3n+1)^2(3n+2)]$. Per $n = 5$ si dica quale tra $\hat{\theta}_{MV}$ e $\hat{\theta}_{MM}$ sia preferibile.