Capitolo 19

Trasmissione del calore per irraggiamento

Obiettivi del capitolo

In questo capitolo verranno approfonditi gli argomenti introduttivi riguardanti l'irraggiamento e si presenta un metodo per la trattazione dello scambio termico per irraggiamento su superfici selettive e all'interno di cavità.
Gli obiettivi di questo capitolo sono:

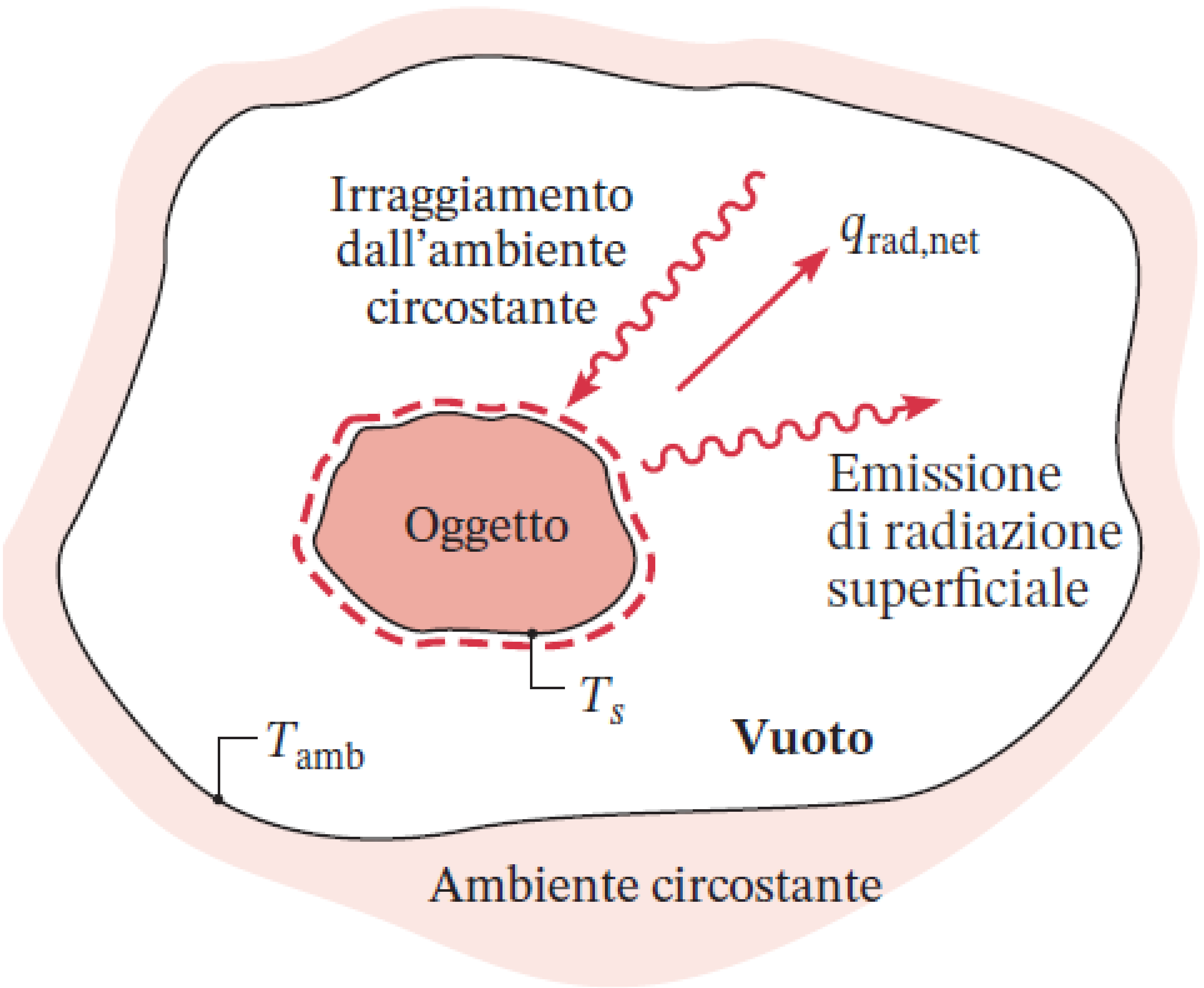
- Comprendere appieno i fondamenti della radiazione termica
- Sviluppare una metodologia per eseguire bilanci energetici su una superficie con proprietà selettive
- Sviluppare relazioni che consentano di calcolare lo scambio termico radiativo tra superfici (comprese cavità)

Sommario

- Concetti fondamentali
- Quantità e processi legati alla radiazione
- Radiazione di corpo nero
- Proprietà radiative delle superfici reali
- Fattore di vista
- Scambio per irraggiamento tra corpi neri
- Scambio per irraggiamento tra superfici grigie e diffuse in una cavità

Concetti fondamentali

- Si associa la radiazione termica con la potenza emessa da un corpo a causa della sua temperatura.
- Il meccanismo di emissione è legato all’energia presente nelle oscillazioni e nelle transizioni degli elettroni che compongono la materia

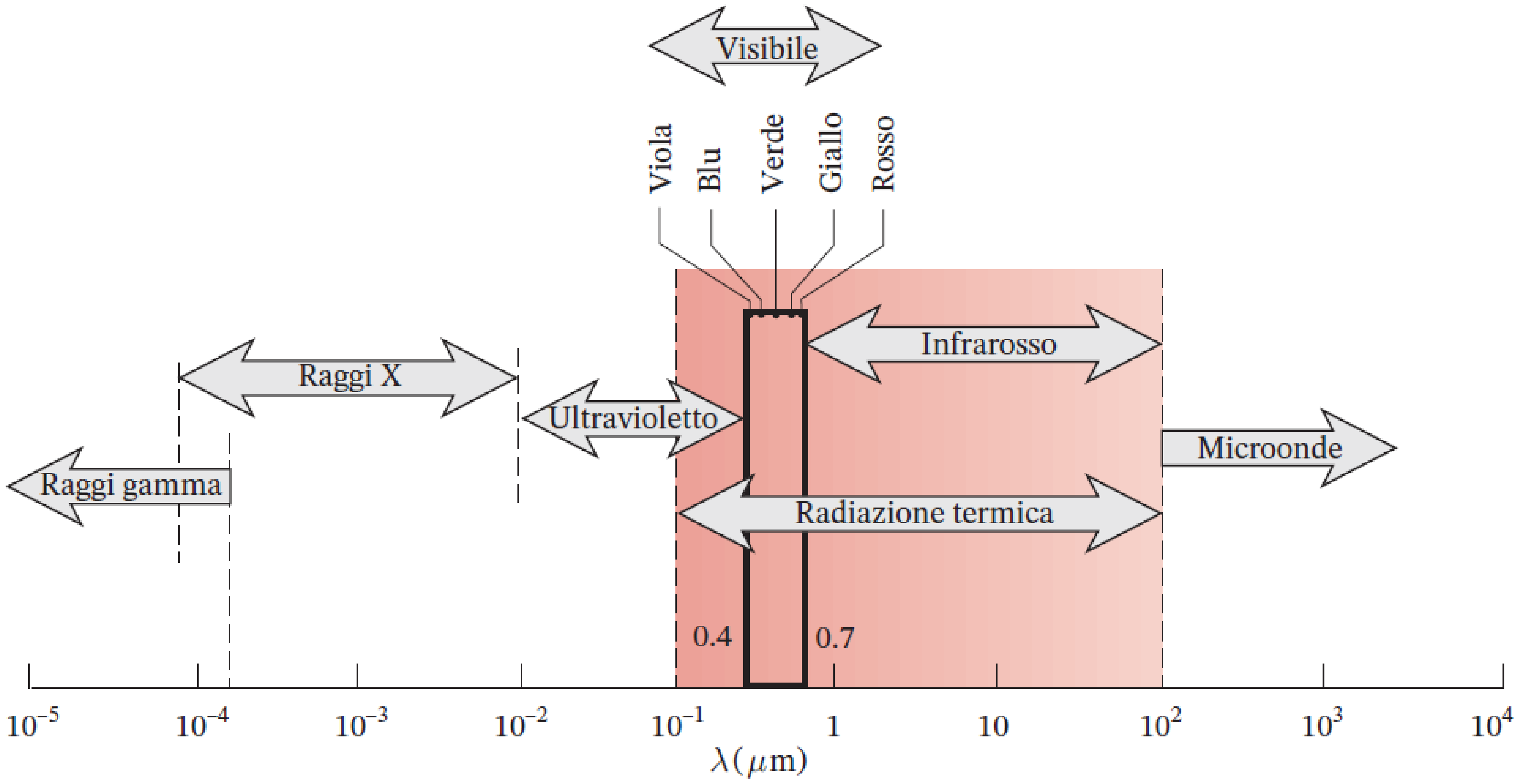


Concetti fondamentali

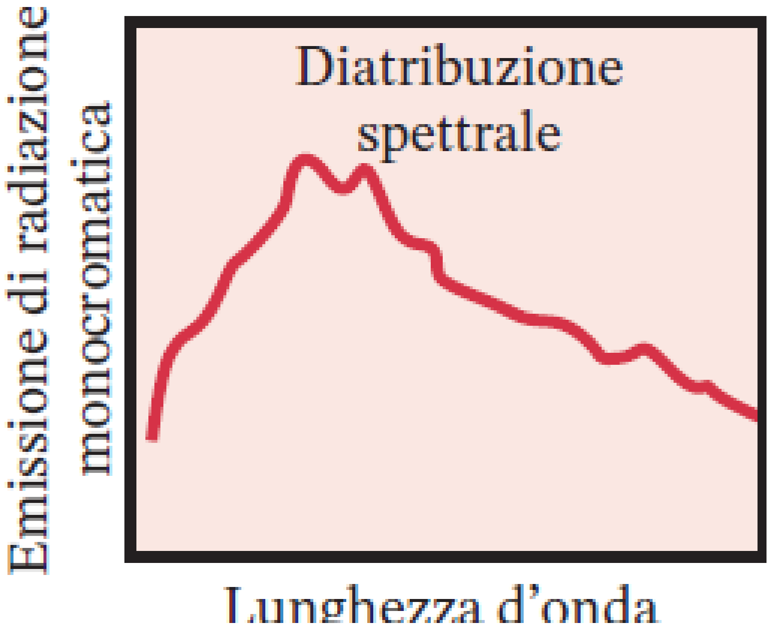
- Si attribuiscono alla radiazione termica le caratteristiche tipiche di un'onda, come la frequenza ν e la lunghezza d'onda λ.
- Per un'onda le due proprietà sono legate da $\lambda = c/\nu$, dove c è la velocità della luce nel mezzo (nel vuoto $c_0 = 2.998 \times 10^8$ m/s).
- L'unità di misura della lunghezza d'onda è solitamente il micrometro (μm)

Radiazione termica

- Radiazione della zona intermedia dello spettro elettromagnetico
- $0.1 < \lambda < 100\ \mu m$
- Include una parte dei raggi UV, tutta la radiazione visibile e gli infrarossi (IR).

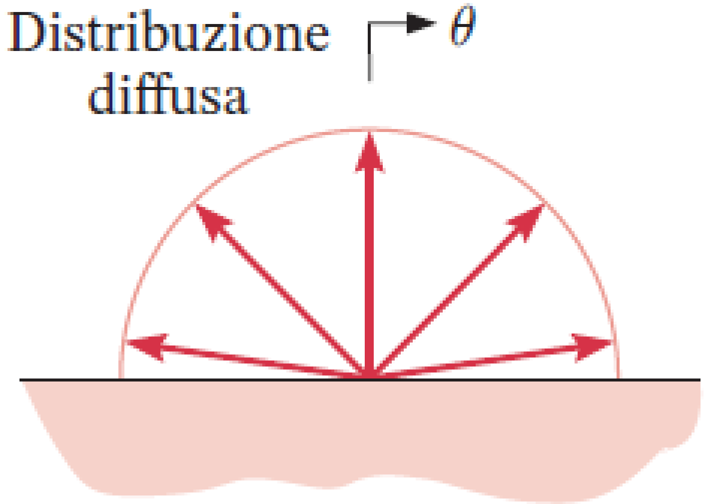


Concetti fondamentali



L’intensità della radiazione varia con la lunghezza d’onda e si usa il termine spettrale per riferirsi a questa dipendenza.

La distribuzione spettrale dell’intensità della radiazione dipende dalla natura e dalla temperatura della superficie emittente.



La superficie è detta emettitore diffuso quando si ha una distribuzione direzionale della radiazione emessa uniforme in tutte le direzioni

Quantità e processi legati alla radiazione

Generalità

- Tre quantità: potere emissivo, irradianza e radiosità.
- Si ipotizza che la radiazione sia diffusa (ipotesi ragionevole per la maggior parte delle applicazioni ingegneristiche)
- Distinzione fra quantità spettrali (o monocromatiche) e totali.

Quantità e processi legati alla radiazione

Potere emissivo

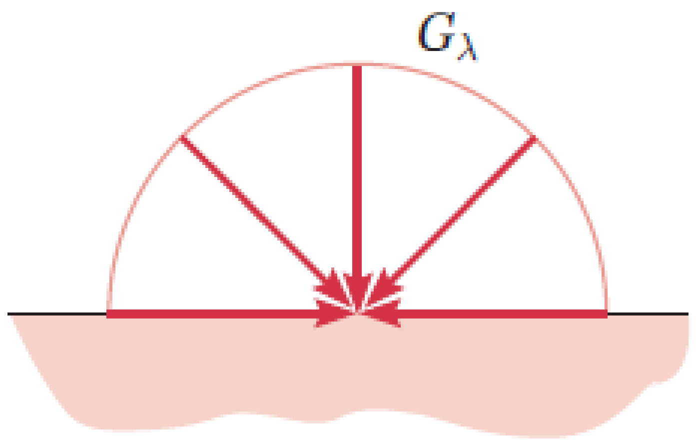
Potere emissivo: potenza emessa sotto forma di radiazione per unità di superficie:

- Potere emissivo spettrale E_λ ($W/(m^2 \cdot \mu m)$): potenza emessa alla lunghezza d'onda λ nello spazio in tutte le direzioni nella calotta emisferica, per unità di superficie e per unità di intervallo di lunghezza d'onda dλ attorno a λ
- Potere emissivo totale E (W/m^2): potenza alla quale viene emessa la radiazione per unità di superficie in tutte le direzioni e a tutte le lunghezze d'onda

$$E = \int_0^{\infty} E_\lambda(\lambda) d\lambda$$

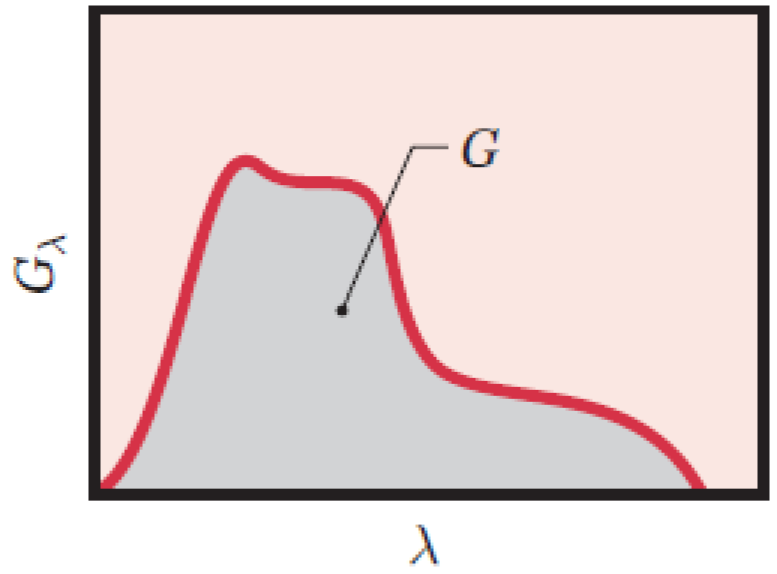
Quantità e processi legati alla radiazione

Irradianza



<u>Irradianza</u>: radiazione incidente proveniente da tutte le direzioni:

- Irradianza spettrale G_λ ($W/(m^2 \cdot \mu m)$): potenza della radiazione di lunghezza d'onda λ incidente da tutte le direzioni su una superficie, per unità di area della superficie e per unità di intervallo di lunghezza d'onda dλ attorno a λ.
- Irrradianza totale G (W/m^2): potenza della radiazione incidente da tutte le direzioni per unità di area e a tutte le lunghezze d'onda

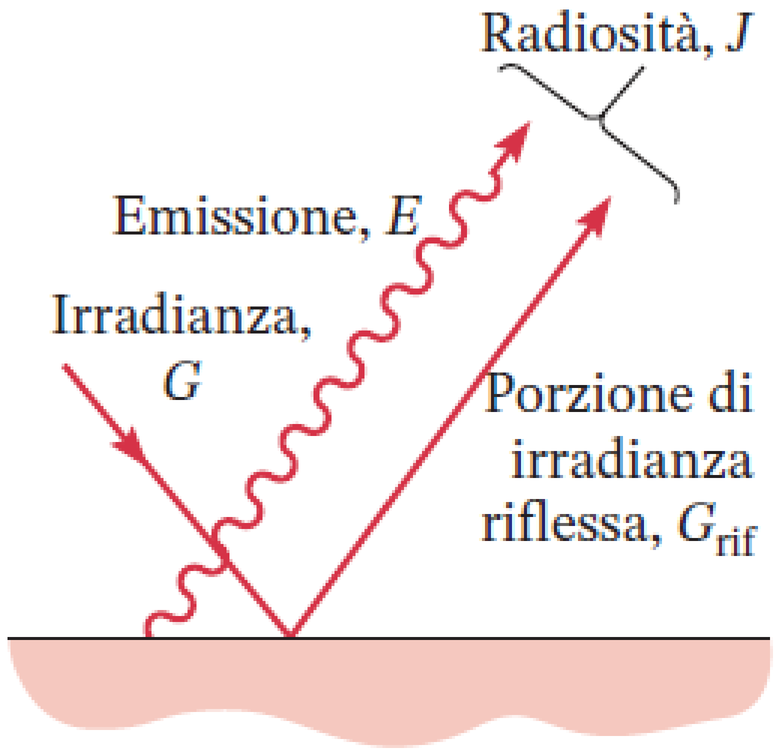


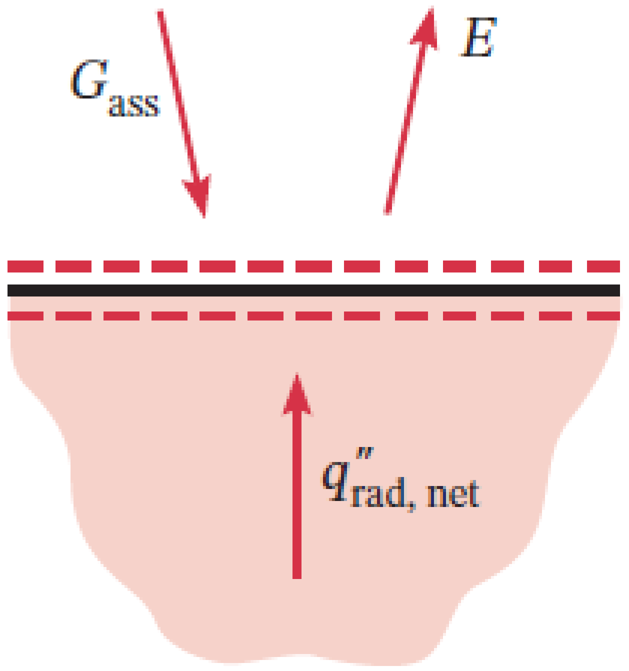
$$G = \int_0^\infty G_\lambda(\lambda)\, d\lambda$$

Quantità e processi legati alla radiazione

Radiosità

- Il terzo flusso radiante di interesse, detto radiosità, rappresenta l'energia radiante che lascia una superficie.
- Poiché questa radiazione include la parte riflessa dell'irradianza, come pure quella emessa direttamente, la radiosità è generalmente diversa dal potere emissivo.





Quantità e processi legati alla radiazione

Radiosità

Radiosità spettrale J_λ (W/(m^2·μm)): potenza della radiazione di lunghezza d'onda λ che lascia un'unità di area superficiale per unità di intervallo di lunghezza d'onda dλ attorno a λ:

$$J_\lambda = E_\lambda + G_{\lambda,\text{rif}}$$

Radiosità totale J (W/m^2) associata a tutto lo spettro:

$$J = \int_0^\infty J_\lambda d\lambda = \int_0^\infty \left(E_\lambda + G_{\lambda,\text{rif}}\right) d\lambda$$

$$J = E + G_{\text{rif}}$$

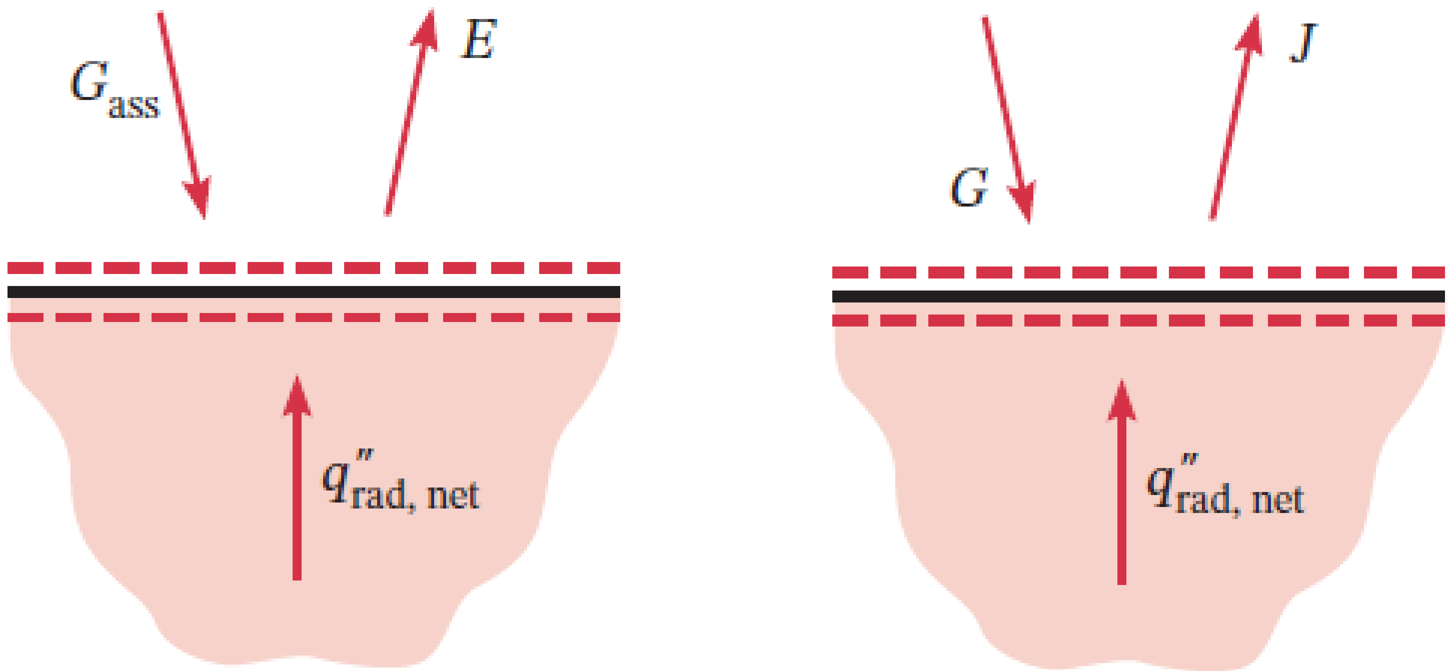
Quantità e processi legati alla radiazione

Bilancio energetico superficiale con processi di radiazione

Bilancio energetico superficiale $$q''_{rad,net} = E - G_{ass}$$

$q''_{rad,net}$ = flusso radiativo netto che lascia la superficie
E = potere emissivo totale della superficie
$G_{ass} = G - G_{rif}$ = parte assorbita dell'irradianza totale G
J = radiosità

$$q''_{rad,net} = E - G_{ass} = E + G_{rif} - G = J - G$$



Radiazione di corpo nero

Un corpo nero è una superficie ideale avente le seguenti proprietà:

1. Asorbe tutta la radiazione incidente, indipendentemente dalla sua lunghezza d’onda e dalla sua direzione
2. Per una determinata temperatura e lunghezza d’onda, nessuna superficie può emettere più energia di un corpo nero
3. Emettitore diffuso: radiazione emessa è indipendente dalla direzione

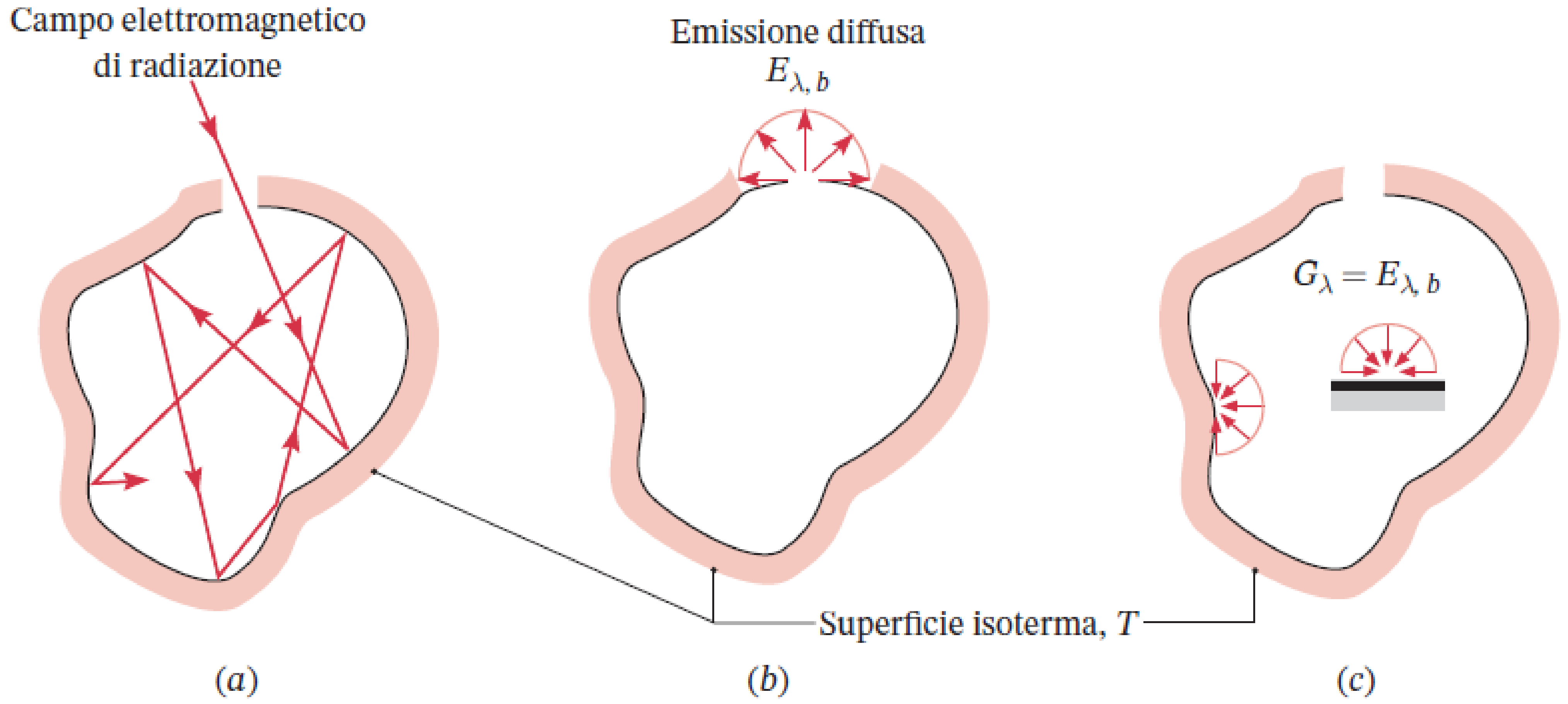
Essendo assorbitore perfetto ed emettitore diffuso, il corpo nero funge da riferimento rispetto al quale vengono confrontate le proprietà radiative delle superfici reali.

Radiazione di corpo nero

La più vicina approssimazione ad un corpo nero è una piccola apertura di una cavità, la cui superficie interna è ad una temperatura uniforme
L'apertura in questa cavità isoterma ha le seguenti caratteristiche:

- Assorbimento completo
- Emissione del corpo nero (diffusa e potere emissivo spettrale del corpo nero $E_{\lambda,n}$)
- Irraggiamento del corpo nero su superfici interne

$$G_\lambda(\lambda, T) = E_{\lambda,n}(\lambda, T)$$



Radiazione di corpo nero

Distribuzione di Planck

Distribuzione spettrale dell'emissione di un corpo nero è stata determinata da Planck

$$E_{\lambda,n}(\lambda,T) = \frac{C_1}{\lambda^5\left[\exp\left(\frac{C_2}{\lambda \cdot T}\right) - 1\right]}$$

ove

$C_1 = 2\pi h c_0^2 = 3.742 \times 10^8$ W μm^4/m^2

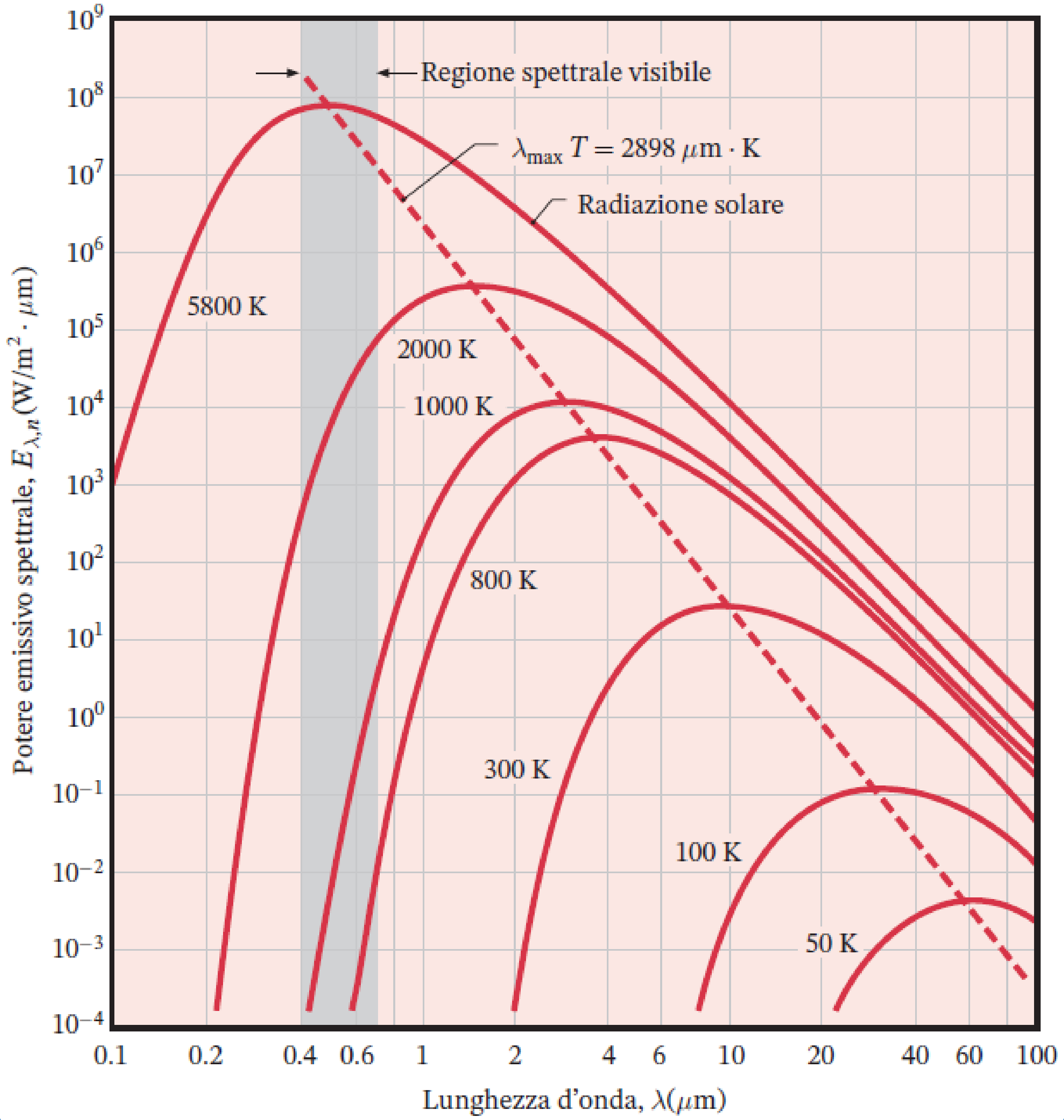
$C_2 = (hc_0/k) = 1.439 \times 10^4$ μm K

T temperatura assoluta

h costante di Planck

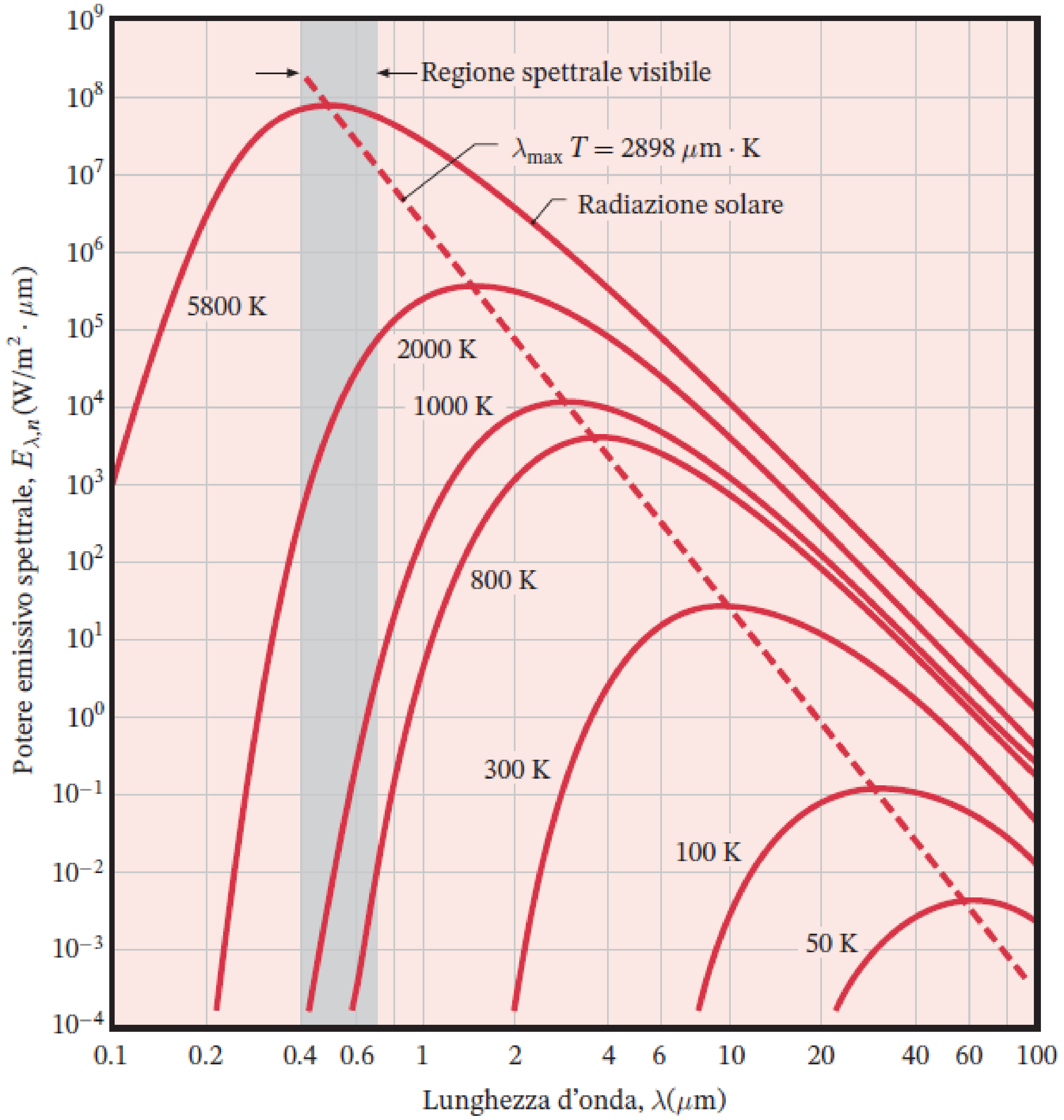
k costante di Boltzmann

c_0 velocità della luce nel vuoto



Radiazione di corpo nero

Distribuzione di Planck

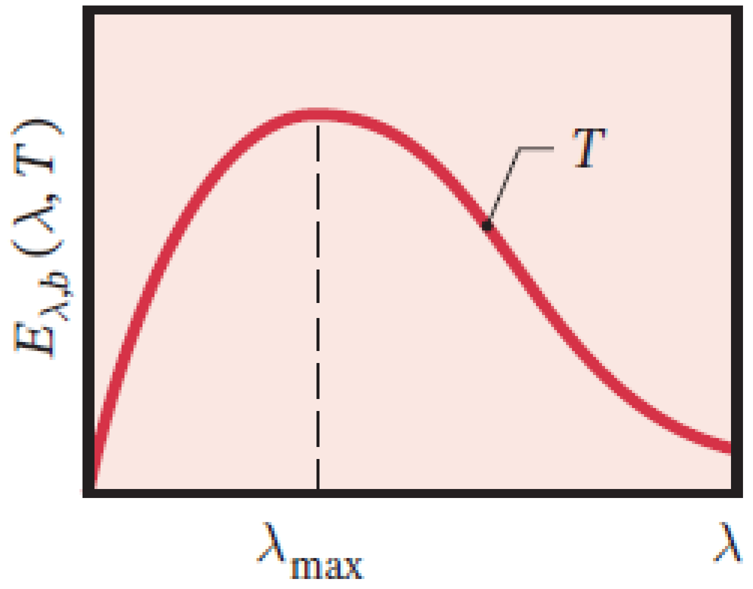


- La radiazione emessa varia con continuità con la lunghezza d'onda
- Per ogni lunghezza d'onda l'entità della radiazione emessa aumenta con la temperatura
- La regione spettrale in cui si concentra la radiazione dipende dalla temperatura
- Una frazione significativa della radiazione emessa dal sole, che può essere approssimata da quella di un corpo nero a 5800 K, si trova nella regione visibile dello spettro.
- Viceversa, per T ≤ 800K, l'emissione avviene in modo predominante nella regione dell'infrarosso dello spettro, e pertanto non è visibile ad occhio nudo.

Radiazione di corpo nero

Legge dello spostamento di Wien

La distribuzione spettrale di un corpo nero ha un massimo e che la corrispondente lunghezza d’onda λ_{max} dipende dalla temperatura



Legge dello spostamento di Wien $$\lambda_{\text{max}} T = C_3 = 2897.8\ \mu\text{m K}$$

Il massimo potere emissivo spettrale si sposta verso lunghezze d’onda inferiori con l’aumento della temperatura.
Per la radiazione solare, l’emissione massima è al centro dello spettro visibile (λ = 0.50 μm), dato che il sole emette approssimativamente come un corpo nero a 5800 K.

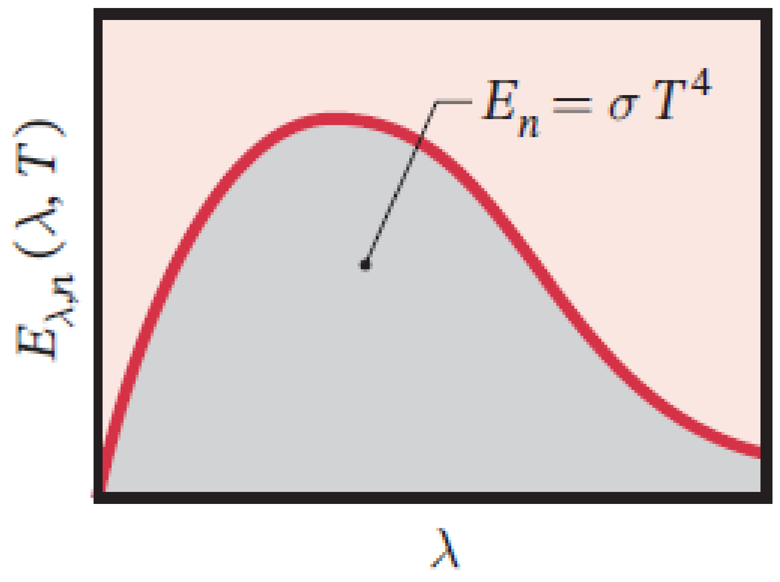
Radiazione di corpo nero

Legge di Stefan-Boltzmann

Il risultato ottenuto dall'operazione di integrazione della distribuzione di Planck si chiama legge di Stefan-Boltzmann

$$E_n(T) = \int_0^\infty E_{\lambda,n}\,(\lambda, T)d\lambda = \int_0^\infty \frac{C_1}{\lambda^5 \cdot \left[\exp\left(\frac{C_2}{\lambda \cdot T}\right) - 1\right]} d\lambda$$

$$E_n(T) = \sigma T^4$$



$$\sigma = 5.670 \times 10^{-8}\ \mathrm{W}/(\,m^2\ \mathrm{K}^4)\ \text{costante di Stefan–Boltzmann}$$

Questa legge consente di calcolare il potere emissivo totale di corpo nero conoscendone la temperatura

Radiazione di corpo nero

Ludwig Boltzmann

Ludwig Eduard Boltzmann (Vienna, 20 febbraio 1844 **– Duino, 5 settembre 1906**) è stato un fisico, matematico e filosofo austriaco.

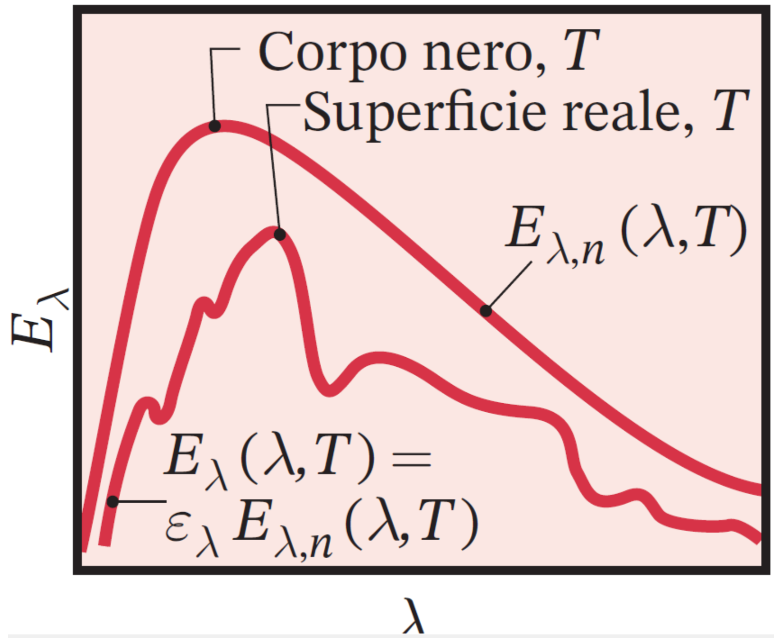
È stato uno dei più grandi fisici teorici di tutti i tempi. La sua fama è dovuta alle ricerche in termodinamica e meccanica statistica, ad esempio, l'equazione fondamentale della teoria cinetica dei gas e il secondo principio della termodinamica. Diede importanti contributi anche in meccanica, elettromagnetismo, matematica e filosofia.

Proprietà radiative delle superfici reali

Emissione superficiale: emissività

Emissività spettrale: rapporto tra il potere emissivo spettrale di una superficie e quello di un corpo nero alla stessa temperatura e alla stessa lunghezza d'onda

$$\varepsilon_\lambda(\lambda, T) = \frac{E_\lambda(\lambda, T)}{E_{\lambda,n}(\lambda, T)}$$



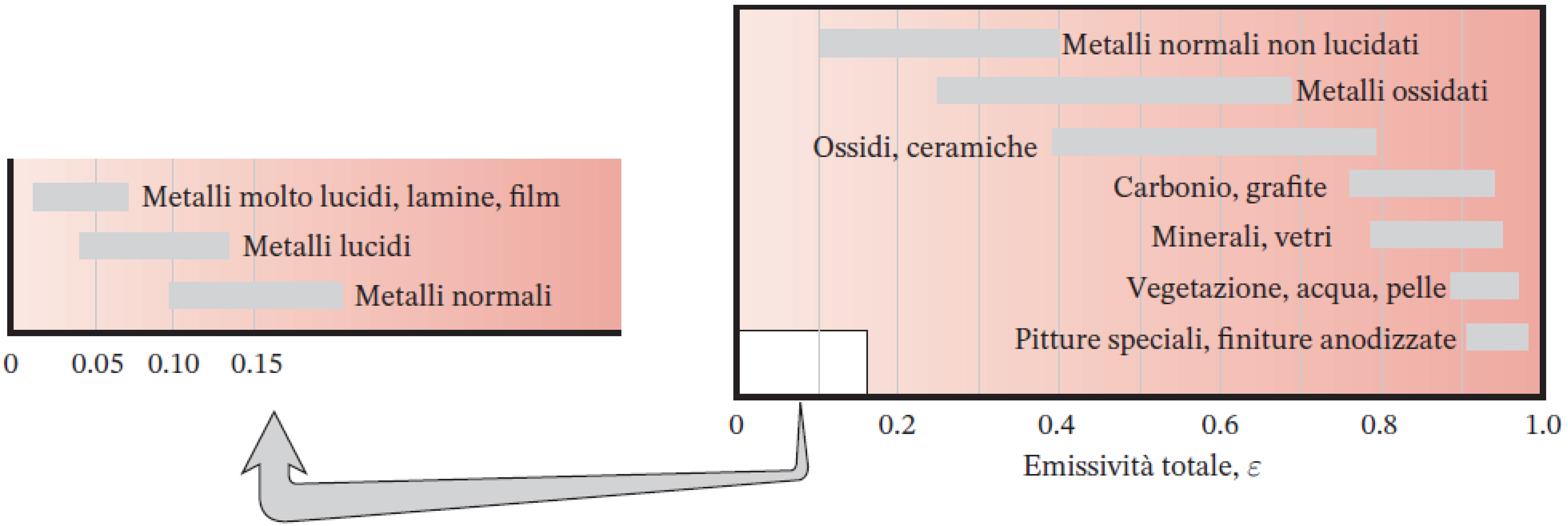
Emissività totale: rapporto tra il potere emissivo totale di una superficie e quello di un corpo nero alla stessa temperatura

$$\varepsilon(T) = \frac{E(T)}{E_n(T)} = \frac{\int_0^\infty E_\lambda(\lambda, T) d\lambda}{E_n(T)} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda(\lambda, T) E_{\lambda,n}(\lambda, T) d\lambda}{E_n(T)}$$

Proprietà radiative delle superfici reali

Emissione superficiale: emissività

Valori tipici dell'emissività totale per alcune classi di materiali

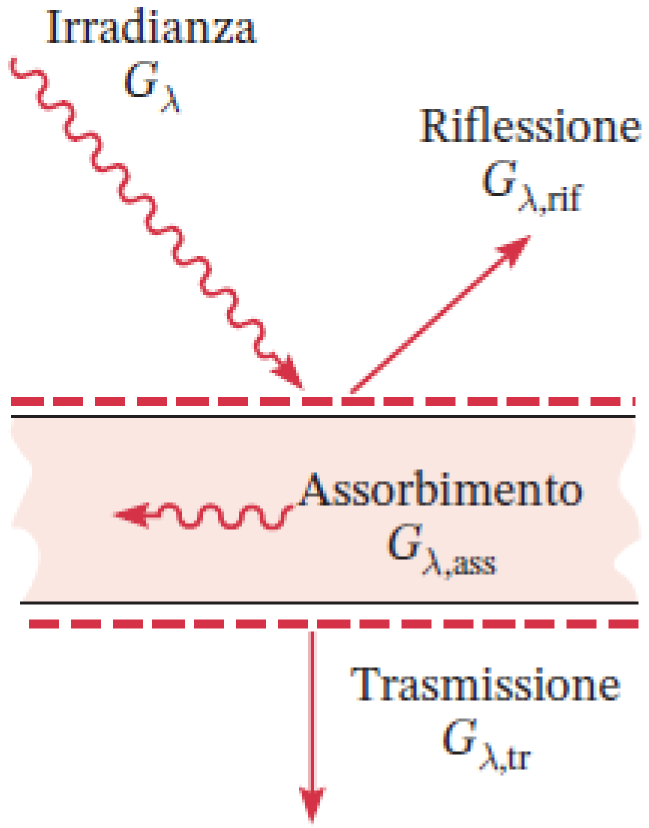


Proprietà radiative delle superfici reali

Irradiazione: coefficienti di assorbimento, riflessione e trasmissione

Si considera la ricezione della tale radiazione da parte di un mezzo semitrasparente. In questa situazione generale, porzioni della radiazione spettrale possono essere riflesse (rif) e/o assorbite (ass) e/o trasmesse (tr).

$$G_\lambda = G_{\lambda,rif} + G_{\lambda,ass} + G_{\lambda,tr}$$



Per un mezzo opaco, la radiazione spettrale è sia assorbita sia riflessa dalla superficie, da cui:

$$G_{\lambda,tr} = 0$$

Proprietà radiative delle superfici reali

Coefficiente di assorbimento

<u>Coefficiente di assorbimento</u>: frazione di irradianza incidente che viene assorbita.

- Coefficiente di assorbimento spettrale:

$$\alpha_\lambda(\lambda) = \frac{G_{\lambda,ass}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)}$$

- Coefficiente di assorbimento totale:

$$\alpha = \frac{G_{ass}}{G} = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda(\lambda) G_\lambda(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda) d\lambda}$$

Proprietà radiative delle superfici reali

Coefficiente di assorbimento

- α dipende dalla distribuzione della radiazione incidente (G_λ) e dalla natura della superficie (α_λ);
- In generale, α_λ dipende poco dalla temperatura superficiale del mezzo

  $\rightarrow$ α può essere considerato indipendente dalla temperatura della superficie;
- L'emissività totale ε è invece fortemente dipendente dalla temperatura superficiale.

Proprietà radiative delle superfici reali

Coefficiente di riflessione

<u>Coefficiente di riflessione</u>: frazione della radiazione incidente che viene riflessa.

- Coefficiente di riflessione spettrale:

$$\rho_\lambda(\lambda) \equiv \frac{G_{\lambda,\mathrm{rif}}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)}$$

- Coefficiente di riflessione totale:

$$\rho = \frac{G_{\mathrm{rif}}}{G} = \frac{\int_0^\infty \rho_\lambda(\lambda) G_\lambda(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda) d\lambda}$$

La riflessione da parte delle superfici può essere rappresentata come diffusa (superfici ruvide) o speculare (superfici lisce).
L'ipotesi di superfici diffuse è ragionevole per la maggior parte delle applicazioni ingegneristiche.

Proprietà radiative delle superfici reali

Coefficiente di trasmissione

Coefficiente di trasmissione: frazione della radiazione incidente che viene trasmessa attraverso un materiale semitrasparente.

- Coefficiente di trasmissione spettrale:

$$\tau_\lambda(\lambda) = \frac{G_{\lambda,\mathrm{tr}}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)}$$

- Coefficiente di riflessione totale:

$$\tau = \frac{G_{\mathrm{tr}}}{G} = \frac{\int_0^\infty \tau_\lambda(\lambda) G_\lambda(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda) d\lambda}$$

Proprietà radiative delle superfici reali

Relazioni tra le proprietà radiattive

Dal bilancio della radiazione:

$$G_{\lambda,rif} + G_{\lambda,ass} + G_{\lambda,tr} = G_\lambda$$

discende il bilancio spettrale:

$$\rho_\lambda + \alpha_\lambda + \tau_\lambda = 1$$

Sull'intero spettro:

$$\rho + \alpha + \tau = 1$$

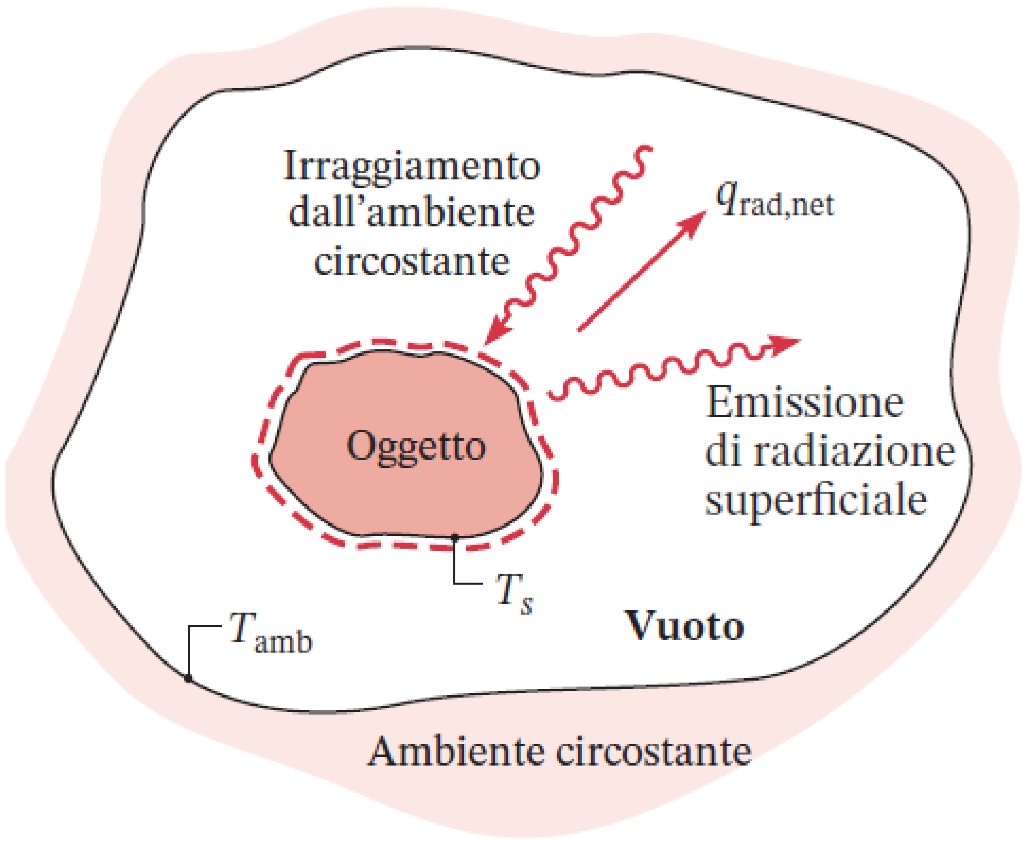
Proprietà totali sull'intero spettro per mezzo opaco ($\tau_\lambda = \tau = 0$):

$$\rho_\lambda + \alpha_\lambda = 1$$
$$\rho + \alpha = 1$$

Proprietà radiative delle superfici reali

Proprietà di emissione e assorbimento - Legge di Kichhoff

Si consideri un piccolo oggetto di area superficiale A, emissività totale ε, coefficiente di assorbimento totale α. Il corpo si trova all'interno in una grande cavità isoterma con cui esso è in condizione di equilibrio termico. Se l'oggetto è sufficiente piccolo, esso non interferisce con i fenomeni che permettono di approssimare la cavità come un corpo nero. Sotto queste condizioni l'irradianza incidente sulla superficie dell'oggetto è uguale al potere emissivo della cavità, che è a sua volta pari al potere emissivo di un corpo nero alla temperatura T



$$G = E_n(T) = \sigma T^4$$

Essendo l'oggetto in equilibrio termico con la cavità

$$E = G_{ass}$$
$$\varepsilon E_n(T) = \alpha G$$
$$\varepsilon \sigma T^4 = \alpha \sigma T^4 \quad \rightarrow \quad \varepsilon = \alpha$$

Proprietà radiative delle superfici reali

Proprietà di emissione e assorbimento - Legge di Kichhoff

L'emissività totale di una superficie alla temperatura T è uguale al coefficiente di assorbimento totale per una radiazione proveniente da un corpo nero alla stessa temperatura (legge di Kirchhoff). Tale legge ha validità fino a quando l'ambiente in cui è inserito l'oggetto è simile a una cavità e la sua differenza di temperatura con l'oggetto non supera i 100 K. Ripetendo la dimostrazione precedente considerando le proprietà monocromatiche delle superfici, si ottiene la forma monocromatica della legge di Kirchhoff:

$$\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$$

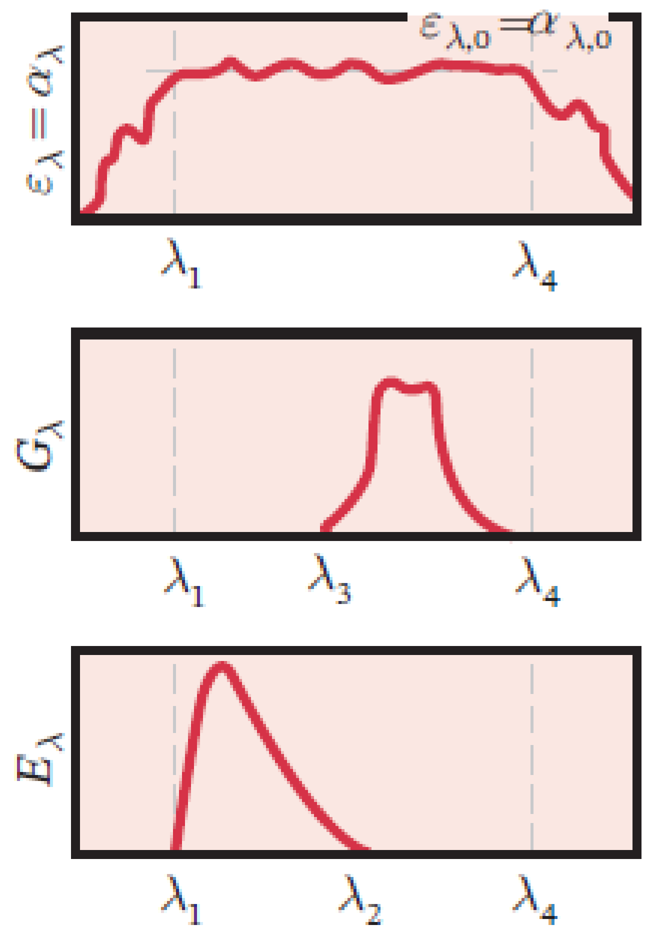
Tale legge è valida per <u>superfici diffuse</u> (irradianza diffusa), mentre per superfici in cui si ha un dipendenza direzionale delle proprietà radiative la legge deve essere ulteriormente generalizzata nella forma direzionale monocromatica.

Per una superficie opaca e diffusa $(\rho_\lambda + \alpha_\lambda = 1)$ è sufficiente conoscere una proprietà tra ε_λ, α_λ e ρ_λ per ricavare le altre due, se è valida la legge di Kirchoff.

Proprietà radiative delle superfici reali

Proprietà di emissione e assorbimento - Legge di Kichhoff

Nel caso di <u>superficie diffusa</u>, si considerano ora ulteriori condizioni che devono essere soddisfatte per garantire l'uguaglianza tra le proprietà totali. L'uguaglianza tra l'emissività totale e il coefficiente di assorbimento totale si applica se:



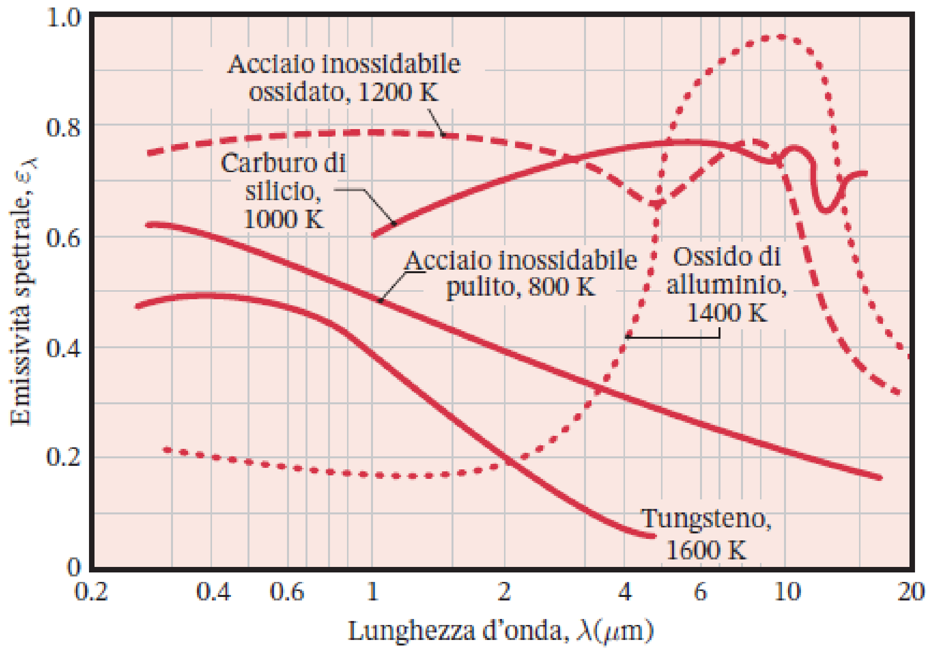
$$\varepsilon = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda E_{\lambda,n}(\lambda,T)d\lambda}{E_n(T)} \stackrel{?}{=} \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda G_\lambda(\lambda)d\lambda}{G} = \alpha$$

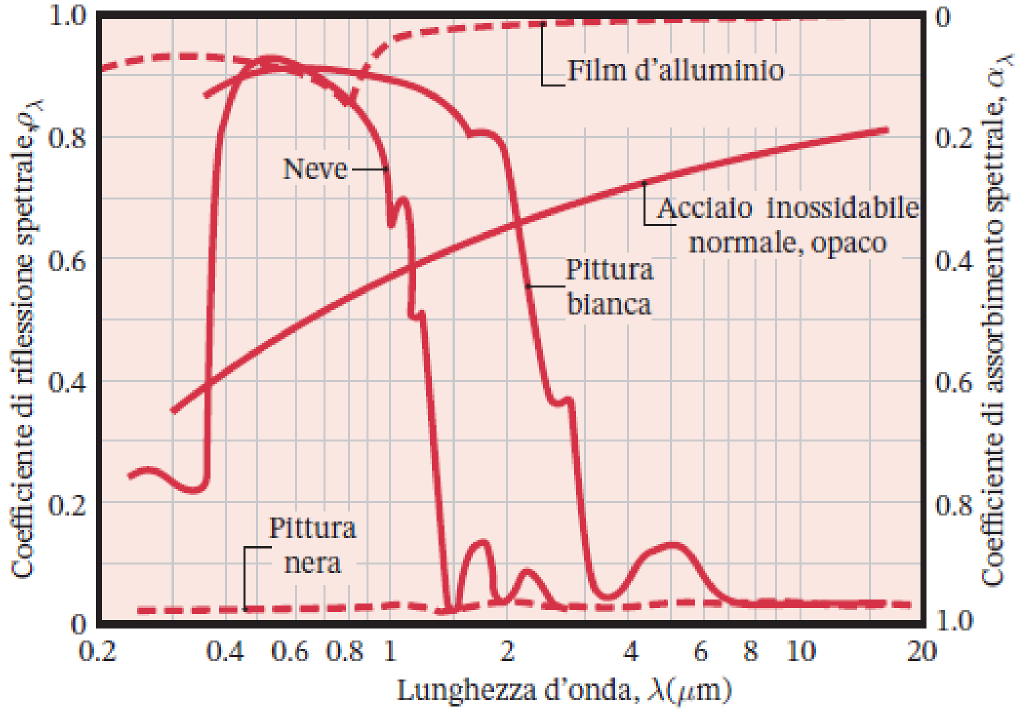
Con $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$ discende che $\varepsilon = \alpha$ se è soddisfatta una delle seguenti condizioni:

- L'irradianza incidente corrisponde all'emissione di un corpo nero alla temperatura superficiale T, ossia $G_\lambda(\lambda) = E_{\lambda,n}(\lambda, T)$ e $G = E_n(T)$ (es. equilibrio termico)
- La superficie è grigia, ovvero α_λ e ε_λ sono indipendenti da λ ($\varepsilon = \underbrace{\varepsilon_\lambda \cdot 1 = \alpha_\lambda \cdot 1}_{\text{const.}} = \alpha$)

Proprietà radiative delle superfici reali

Superfici (diffuse) grigie e selettive





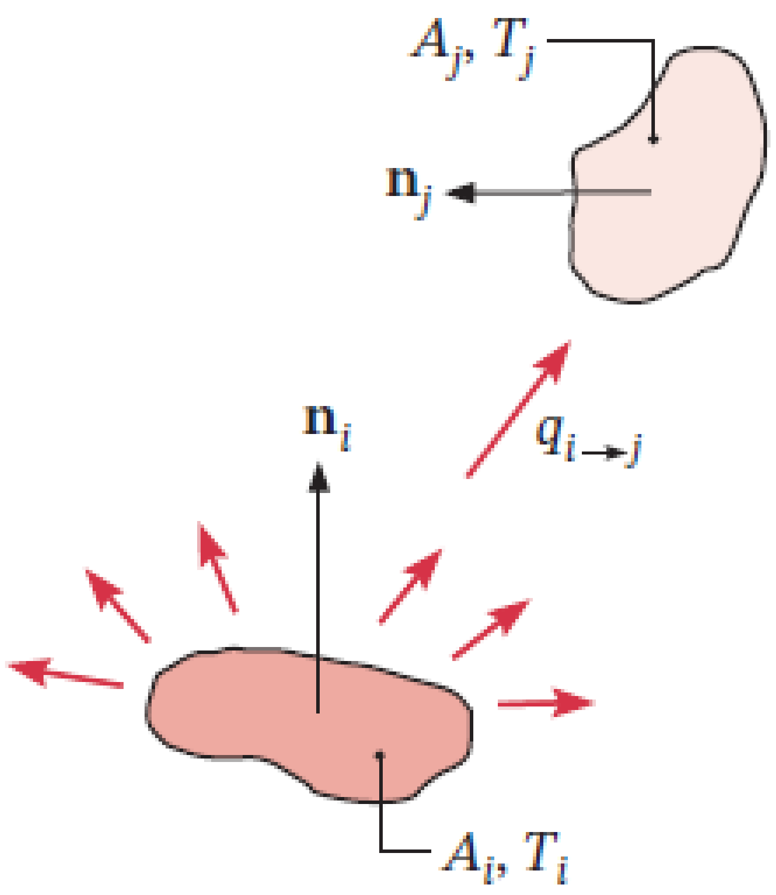
Nel caso generico (superfici e/o processi di radiazione diffusi):

$$\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$$

- $\varepsilon = \alpha$: vale quando una qualsiasi superficie è in equilibrio termico con l'ambiente circostante; oppure la superficie è grigia (ε_λ e α_λ indipendenti da λ)
- $\varepsilon \neq \alpha$: i valori di ε e di α vengono determinati separatamente dalle distribuzioni spettrali dell'emissione e dell'irradiazione. Questa superficie è detta selettiva (ε_λ e α_λ dipendenti da λ)

Fattore di vista

Il fattore di vista, o fattore di forma, F_{ij} tiene conto delle caratteristiche geometriche nello scambio termico per irraggiamento tra due superfici ed è definito come la frazione della radiazione che lascia la superficie *i* che viene intercettata dalla superficie *j*. Considerando un'orientazione arbitraria delle superfici A_i e A_j



$$F_{ij} = \frac{\dot{Q}_{i \to j}}{A_i J_i}$$

$\dot{Q}_{i \to j}$ flusso radiativo che, lasciando A_i, viene intercettato da A_j
J_i radiosità della superficie A_i (flusso radiativo che lascia A_i in tutte le direzioni)

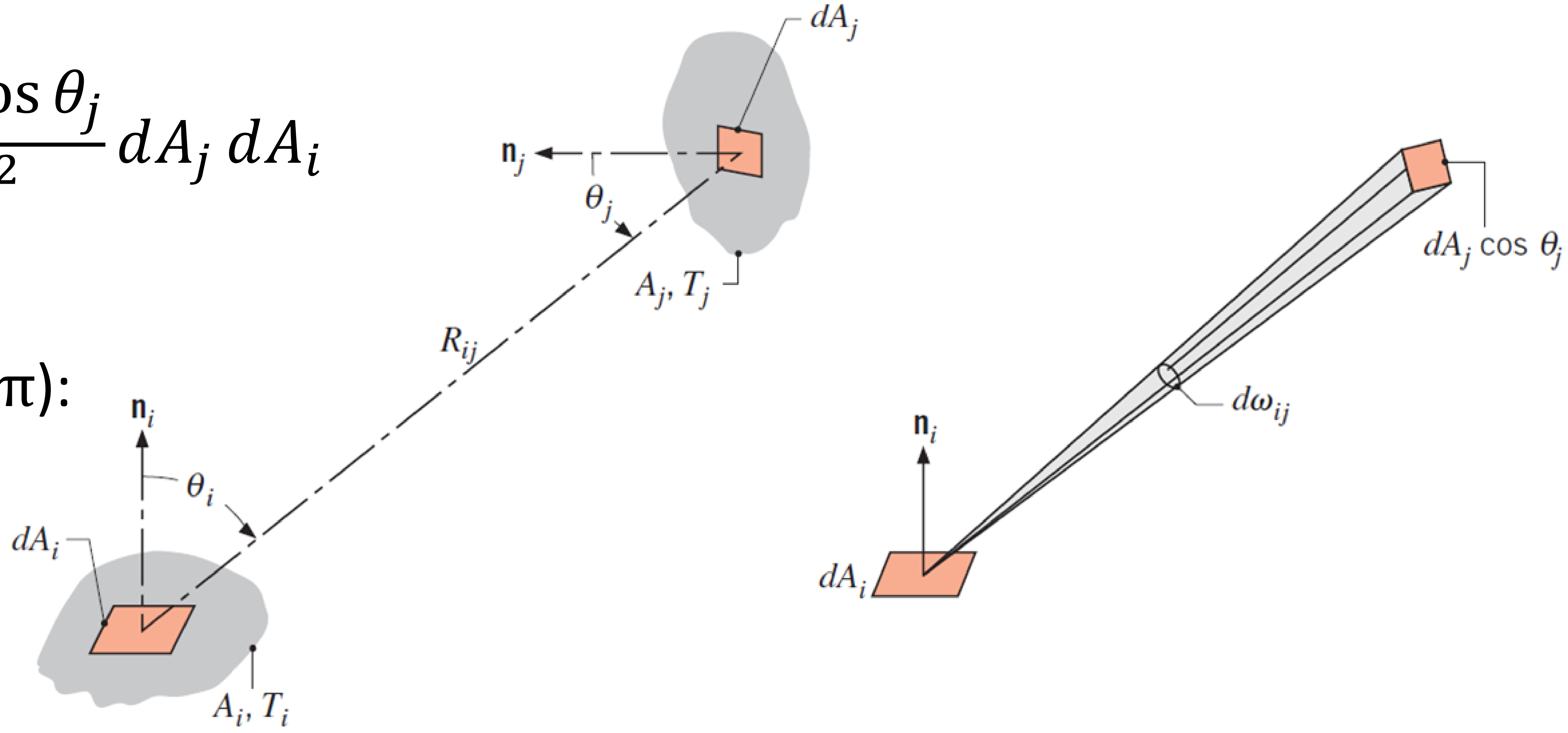
Fattore di vista

Espressione analitica del fattore di vista:

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi {R_{ij}}^2} dA_j \, dA_i$$

Angolo solido (emisfera=2π):

$$d\omega_{ij} = \frac{\cos\theta_j \, dA_j}{{R_{ij}}^2}$$



Fattore di vista

Si presume che le superfici siano isoterme, diffuse e che abbiano una radiosità uniforme. Si possono considerare due relazioni importanti che coinvolgono i fattori di vista.

Dalla definizione geometrica si ottiene:

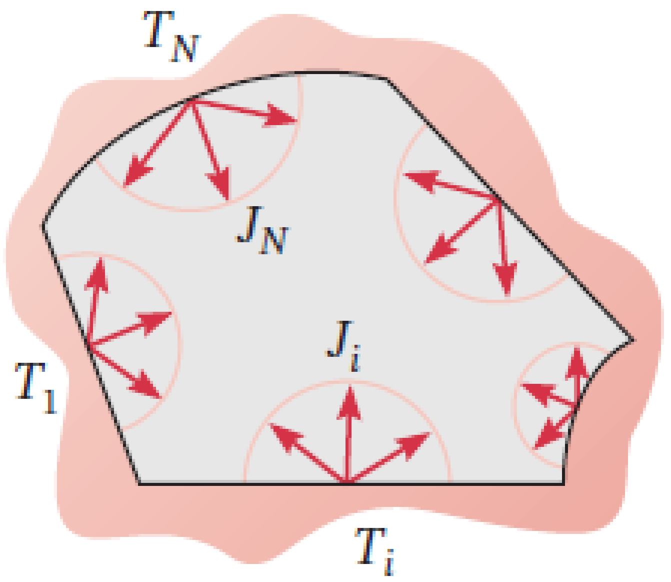
$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$$

Questa espressione, definita relazione di reciprocità, è utile per determinare un fattore di vista a partire dalla conoscenza degli altri.

Fattore di vista

Per le superfici che formano una cavità, si può applicare a ciascuna delle N superfici nella cavità la regola della somma

$$\sum_{j=1}^{N} F_{ij} = \sum_{j=1}^{N} \frac{\dot{Q}_{i\to j}}{A_i J_i} = \frac{1}{A_i J_i} \sum_{j=1}^{N} \dot{Q}_{i\to j} = \frac{A_i J_i}{A_i J_i} = 1$$



Se la superficie è concava, vede parzialmente se stessa e F_{ii} è diverso da zero. Tuttavia, per un piano o una superficie convessa, $F_{ii} = 0$.

Fattore di vista

Per calcolare lo scambio termico radiativo in una cavità formata da *N* superfici, è quindi richiesta la conoscenza di N^2 fattori di vista.
Tale richiesta è più evidente arrangiando i fattori di vista in forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & \dots & F_{1N} \\ F_{21} & F_{22} & \dots & F_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ F_{N1} & F_{N2} & \dots & F_{NN} \end{bmatrix}$$

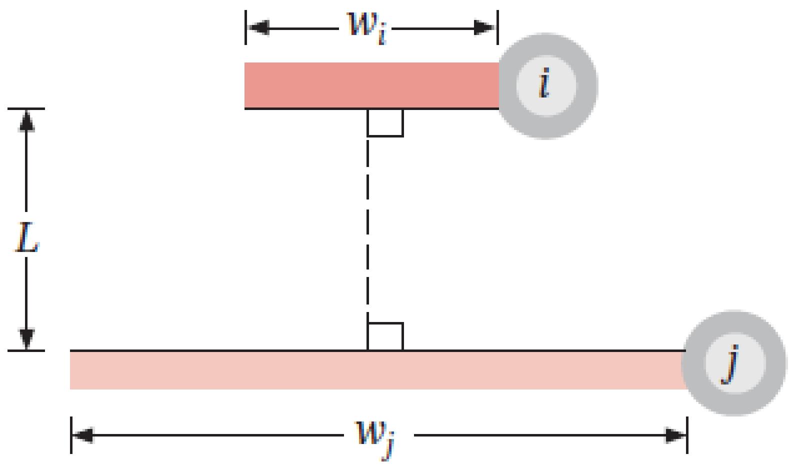
Tuttavia, non è necessario calcolare tutti i fattori di vista direttamente:

- *N* fattori di vista possono ottenersi dalla regola della somma
- Dei restanti *N(N-1)* fattori di vista, l'applicazione della relazione di reciprocità consente di determinarne la metà: *N(N-1)/2*
- Pertanto è necessario determinare direttamente *N(N-1)-N(N-1)/2 = N(N-1)/2* fattori di vista.
- Per esempio, per una cavità formata da *3* superfici, dei *9* fattori di vista sono da calcolarsi solo *3*

Fattore di vista

Ci sono diversi approcci per valutare i fattori di vista. In alcune situazioni, è possibile determinarli per via intuitiva, a volte è possibile conoscere la frazione di radiazione che lascia A_i e che viene intercettata da A_j. Esistono anche soluzioni analitiche per F_{ij} che sono state ottenute per molte configurazioni di superfici comuni e sono disponibili sotto forma di equazioni, grafici e tabelle.

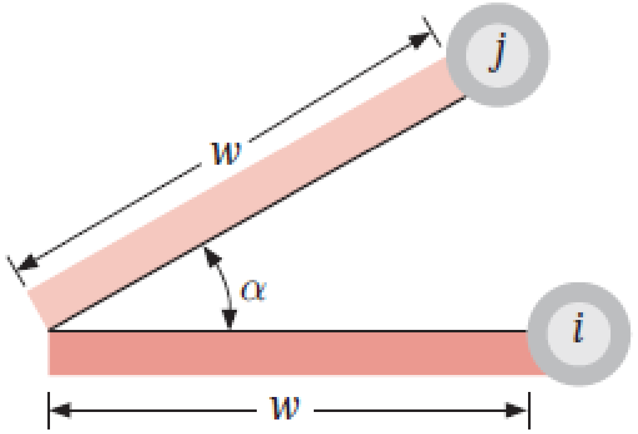
Piastre parallele con mezzeria connessa perpendicolarmente



$$F_{ij} = \frac{\left[(W_i + W_j)^2 + 4\right]^{1/2} - \left[(W_j + W_i)^2 + 4\right]^{1/2}}{2W_i}$$

$W_i = w_i/L,\ W_j = w_j/L$ (19.39)

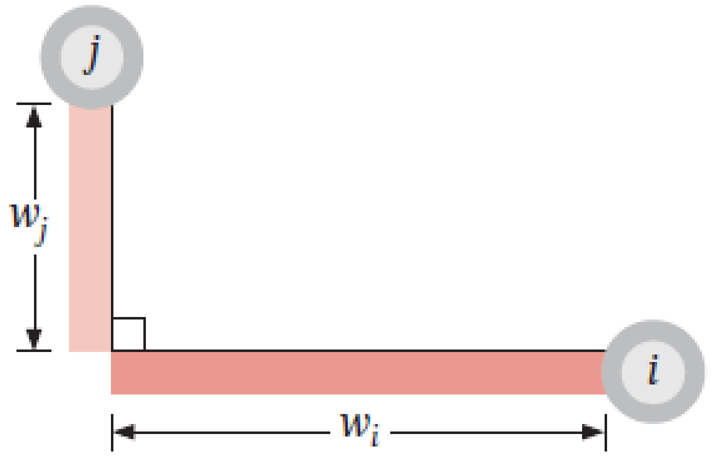
Piastre inclinate parallele di uguale larghezza con un angolo in comune



$$F_{ij} = 1 - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

(19.40)

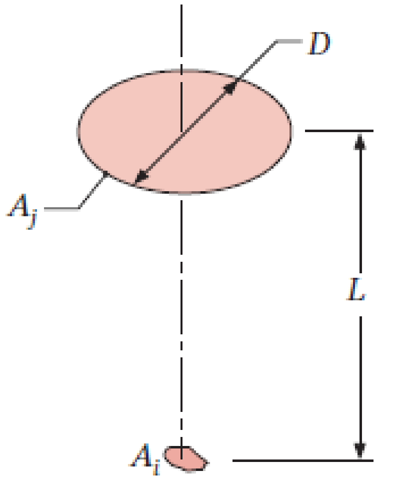
Piastre perpendicolari con un angolo in comune



$$F_{ij} = \frac{1 + (w_j/w_i) - \left[1 + (w_j/w_i)^2\right]^{1/2}}{2}$$

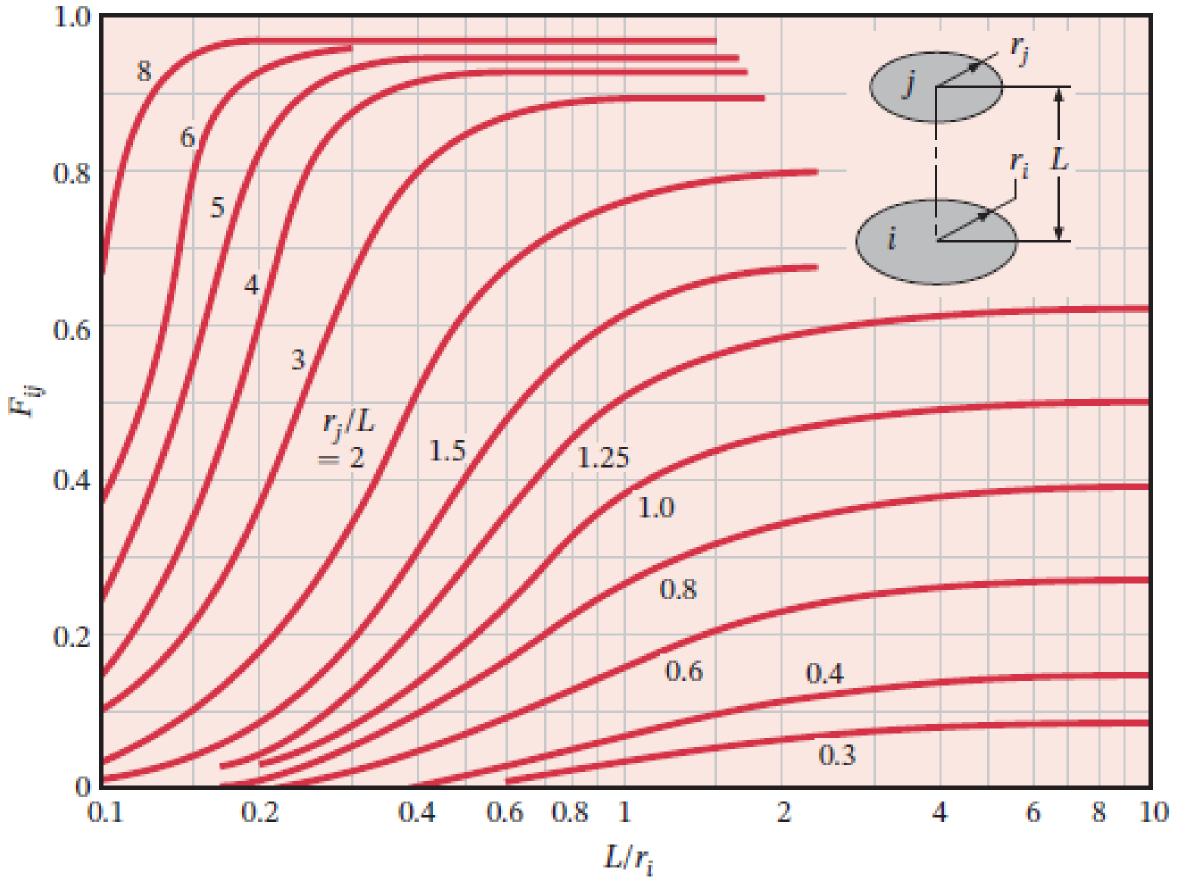
(19.41)

Fattore di vista



$$F_{ij} = \frac{D^2}{D^2 + 4L^2} \qquad (A_i \ll A_j)$$

(a)



(b)

$$F_{ij} = \frac{1}{2}\{S - [S^2 - 4(r_j/r_i)^2]^{1/2}\}$$

$$S = 1 + \frac{1 + R_j^2}{R_i^2}$$

$$R_i = r_i/L,\ R_j = r_j/L$$

Fattori di vista per geometrie tridimensionali:

(a) piccola superficie parallela a un disco e coassiale a esso

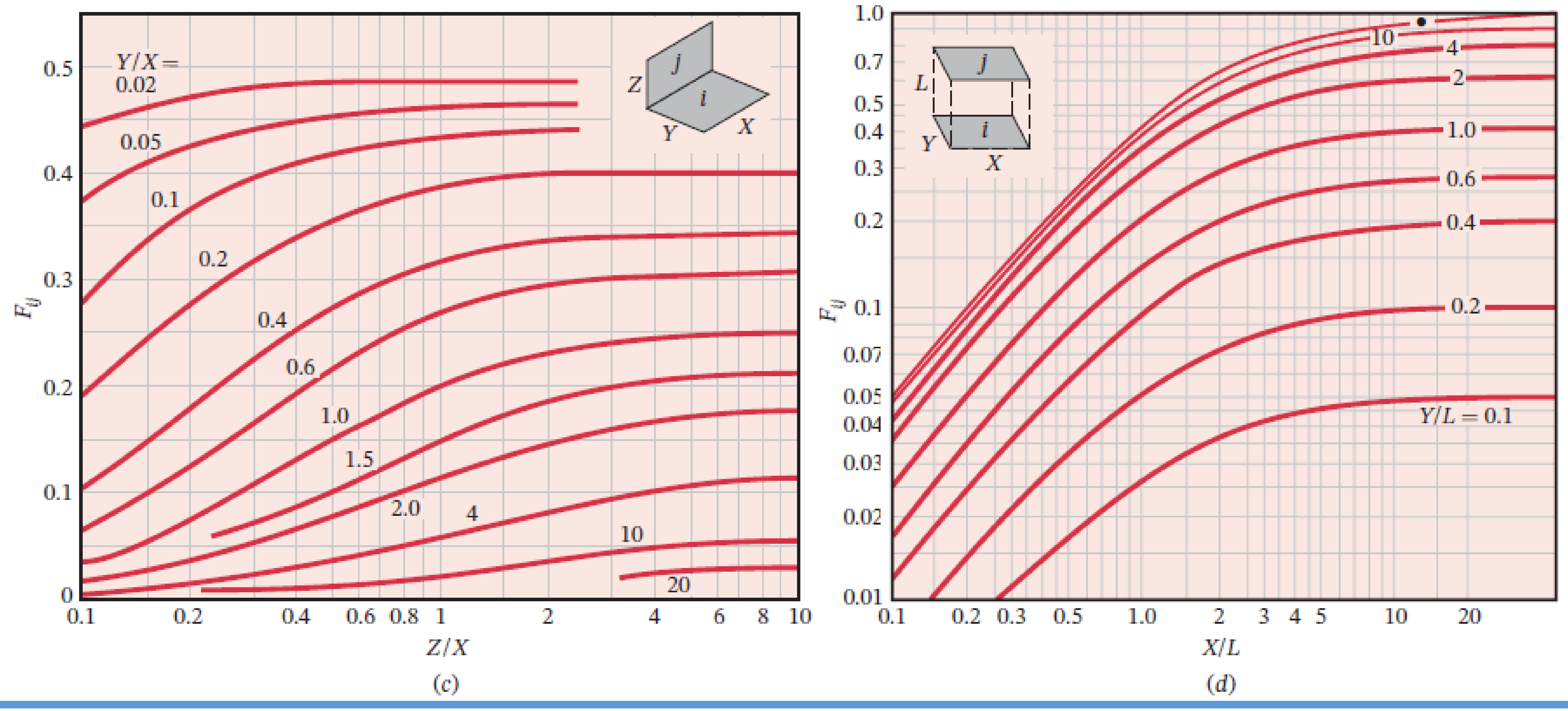
(b) dischi coassiali paralleli

Fattore di vista

Fattori di vista per geometrie tridimensionali:

(c) rettangoli perpendicolari con un angolo in comune

(d) rettangoli allineati paralleli



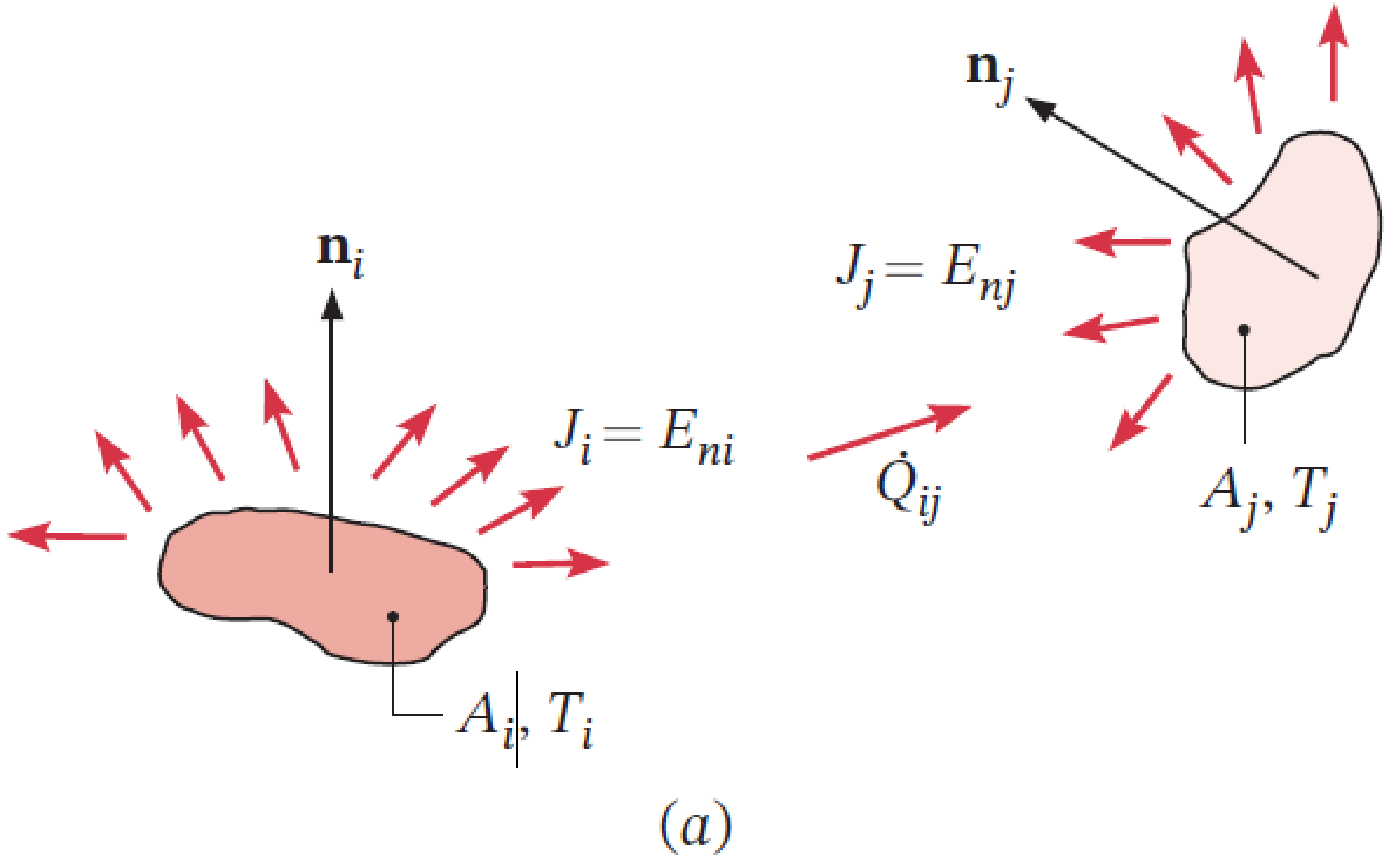
Scambio per irraggiamento tra corpi neri - 1

Scambio netto tra due superfici nere

$$\dot{Q}_{i\to j} = (A_i \cdot J_i) \cdot F_{ij}$$

$$J_i = E_{ni} \quad \Rightarrow \quad \dot{Q}_{i\to j} = A_i \cdot F_{ij} \cdot E_{ni}$$

$$J_j = E_{nj} \quad \Rightarrow \quad \dot{Q}_{j\to i} = A_j \cdot F_{ji} \cdot E_{nj}$$



$$\dot{Q}_{ij} = \dot{Q}_{i\to j} - \dot{Q}_{j\to i} = A_i \cdot F_{ij} \cdot E_{ni} - A_j \cdot F_{ji} \cdot E_{nj}$$

$$\Rightarrow \quad \dot{Q}_{ij} = \frac{E_{ni} - E_{nj}}{\left(A_i \cdot F_{ij}\right)^{-1}} = A_i \cdot F_{ij} \cdot \sigma \cdot \left(T_i^4 - T_j^4\right)$$

In generale, per una qualsiasi superficie di una cavità costituita da *N* <u>superfici nere</u>:

$$\dot{Q}_i = \sum_{j=1}^{N} A_i \cdot F_{ij} \cdot \sigma \cdot \left(T_i^4 - T_j^4\right)$$

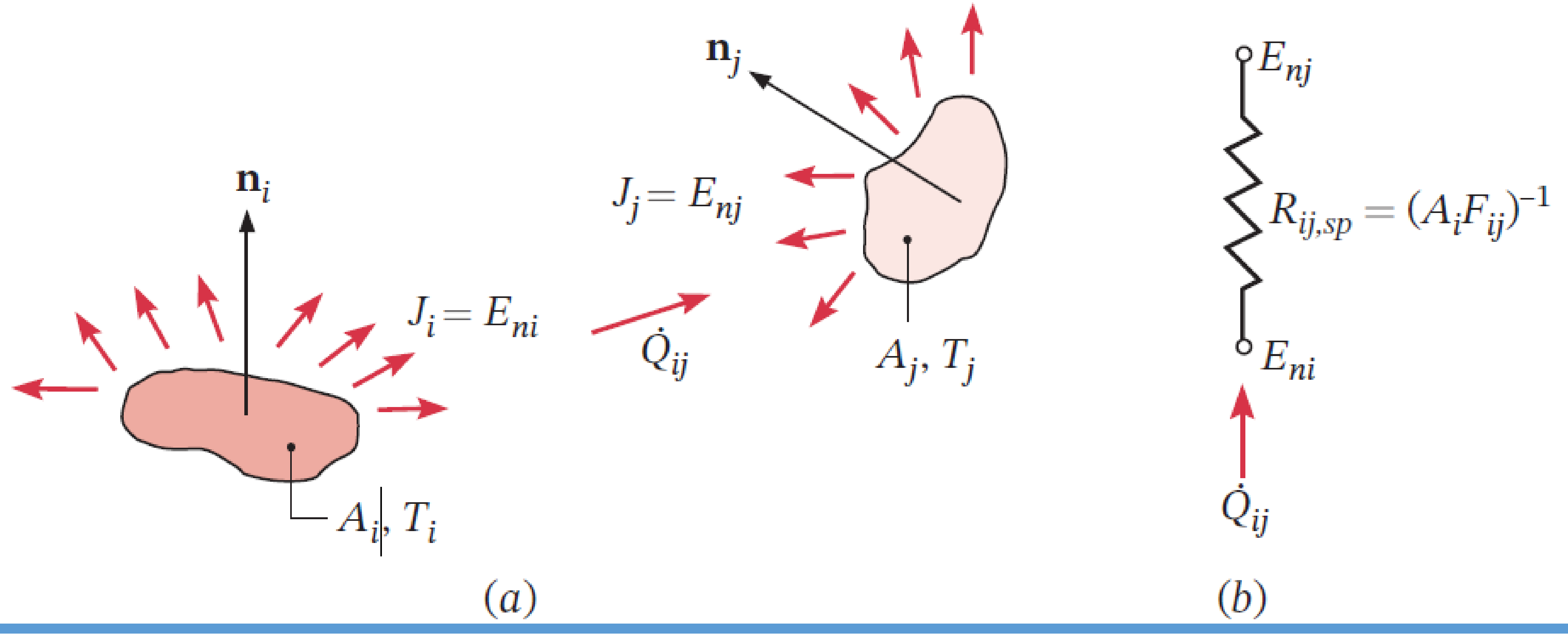
Scambio per irraggiamento tra corpi neri - 2

Scambio netto tra due superfici

Rete elettrica equivalente

$$\left(E_{ni} - E_{nj}\right) = \sigma \cdot \left(T_i^4 - T_j^4\right) = \text{potenziale}$$

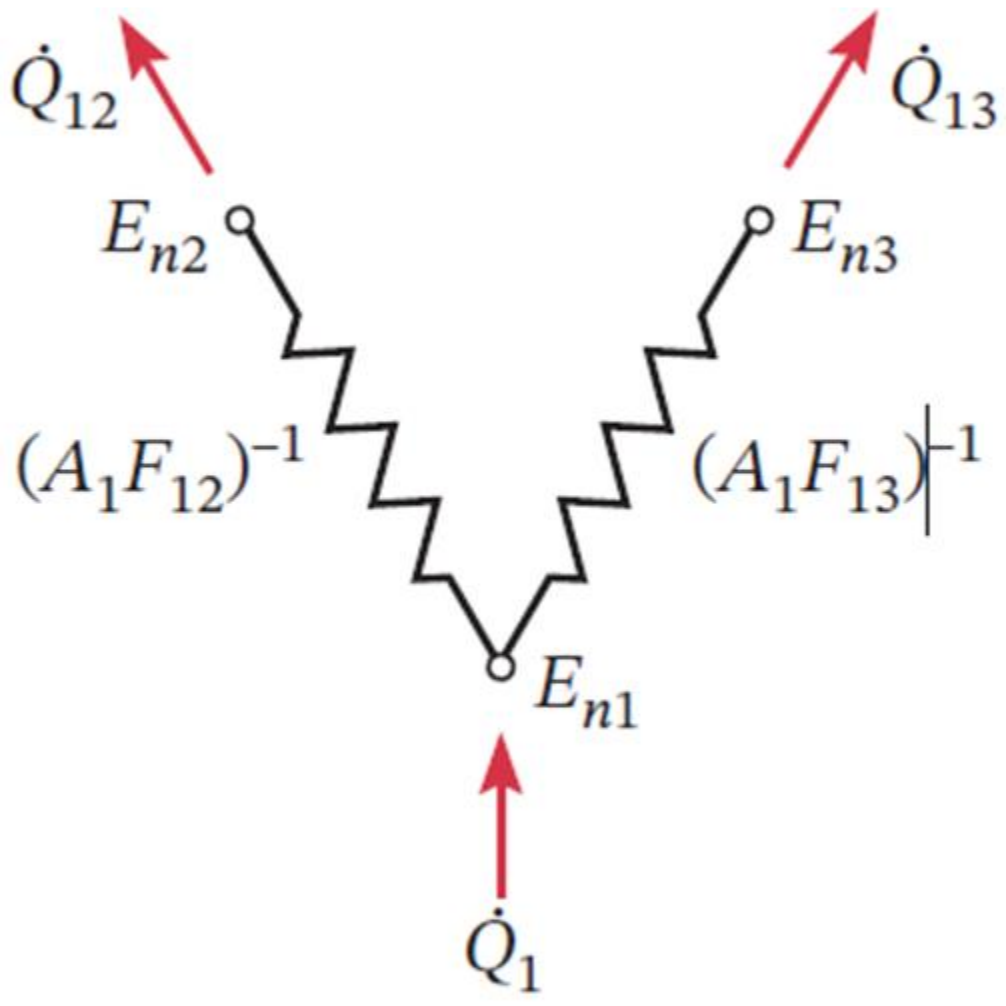
$$R_{ij,sp} = \left(A_i \cdot F_{ij}\right)^{-1} = \text{resistenza spaziale o geometrica alla radiazione}$$



Scambio per irraggiamento tra corpi neri - 3

Scambio netto tra 3 superfici nere di una cavità

Superfici nere a temperature diverse



$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_{12} + \dot{Q}_{13}$$

$$\dot{Q}_1 = \frac{E_{n1} - E_{n2}}{(A_1 \cdot F_{12})^{-1}} + \frac{E_{n1} - E_{n3}}{(A_1 \cdot F_{13})^{-1}}$$

In generale, per una qualsiasi superficie di una cavità costituita da *N* superfici nere:

$$\dot{Q}_i = \sum_{j=1}^{N} A_i \cdot F_{ij} \cdot \sigma \cdot \left(T_i^4 - T_j^4\right)$$

Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 1

Relazioni dello scambio radiativo: rappresentazione mediante una rete

Superfici a temperature diverse

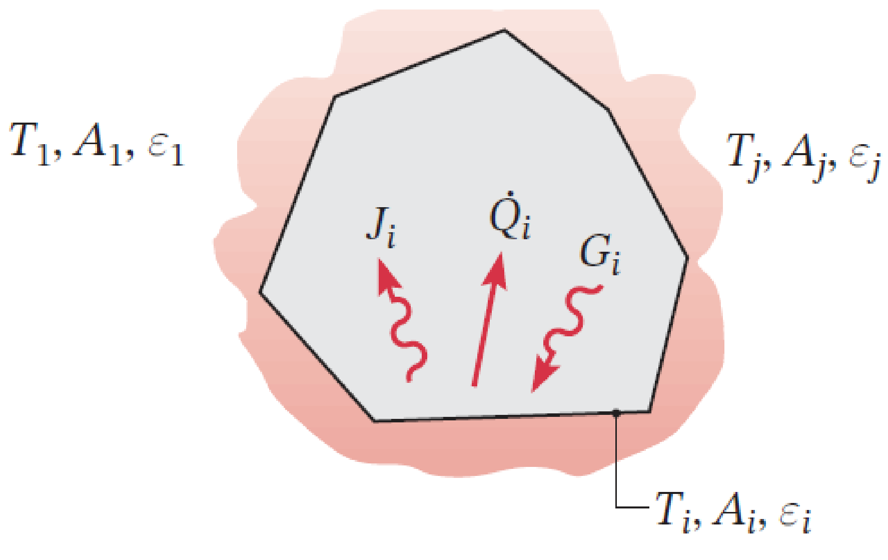
$$J_i = E_i + G_{rif,i} = \varepsilon_i \cdot E_{ni} + \rho_i \cdot G_i$$

$$\Rightarrow \quad G_i = \frac{J_i - \varepsilon_i \cdot E_{ni}}{\rho_i} = \frac{J_i - \varepsilon_i \cdot E_{ni}}{1 - \varepsilon_i}$$

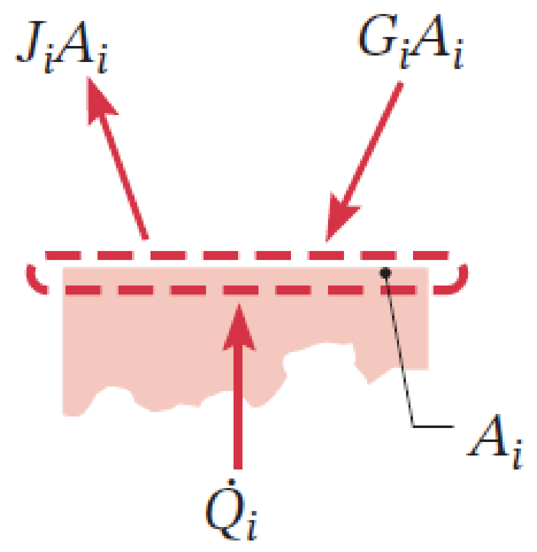
$$\dot{Q}_i = A_i \cdot (J_i - G_i)$$

$$\Rightarrow \quad \dot{Q}_i = A_i \left(J_i - \frac{J_i - \varepsilon_i \cdot E_{ni}}{1 - \varepsilon_i} \right) = \frac{E_{ni} - J_i}{\frac{(1 - \varepsilon_i)}{\varepsilon_i \cdot A_i}}$$

$\dot{Q}_i$ = Potenza termica netta che lascia A_i



(a)



(b)

Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 2

Relazioni dello scambio radiativo: rappresentazione mediante una rete

Resistenza radiativa superficiale (c)

$E_{ni} - J_i =$ potenziale

$\frac{(1-\varepsilon_i)}{\varepsilon_i \cdot A_i} =$ resistenza radiativa superficiale

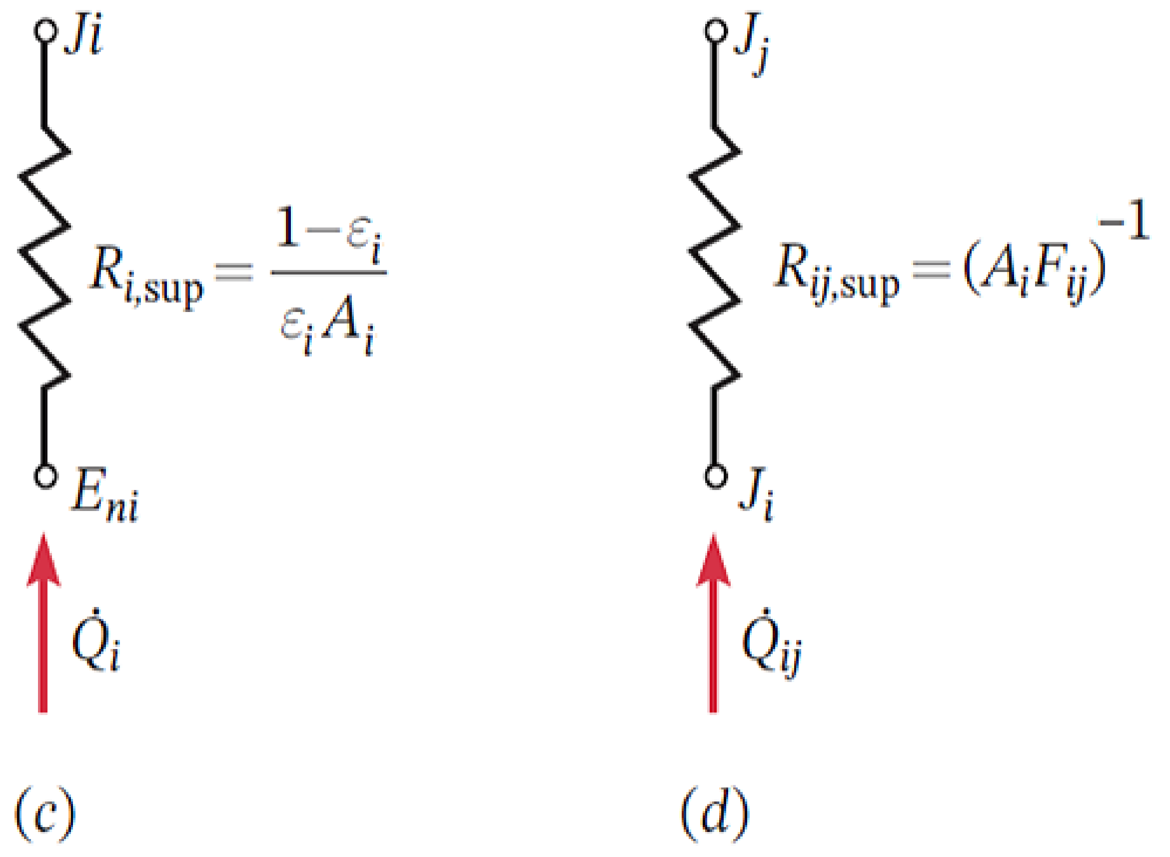
Resistenza spaziale radiativa (d)

$$\dot{Q}_{ij} = \dot{Q}_{i\to j} - \dot{Q}_{j\to i} = (A_i \cdot J_i) \cdot F_{ij} - (A_j \cdot J_j) \cdot F_{ji}$$

$$\Rightarrow \quad \dot{Q}_{ij} = \frac{J_i - J_j}{(A_i \cdot F_{ij})^{-1}} = \frac{J_i - J_j}{R_{i,sup}}$$

$J_i - J_j =$ potenziale

$(A_i \cdot F_{ij})^{-1} =$ resistenza radiativa spaziale o geometrica

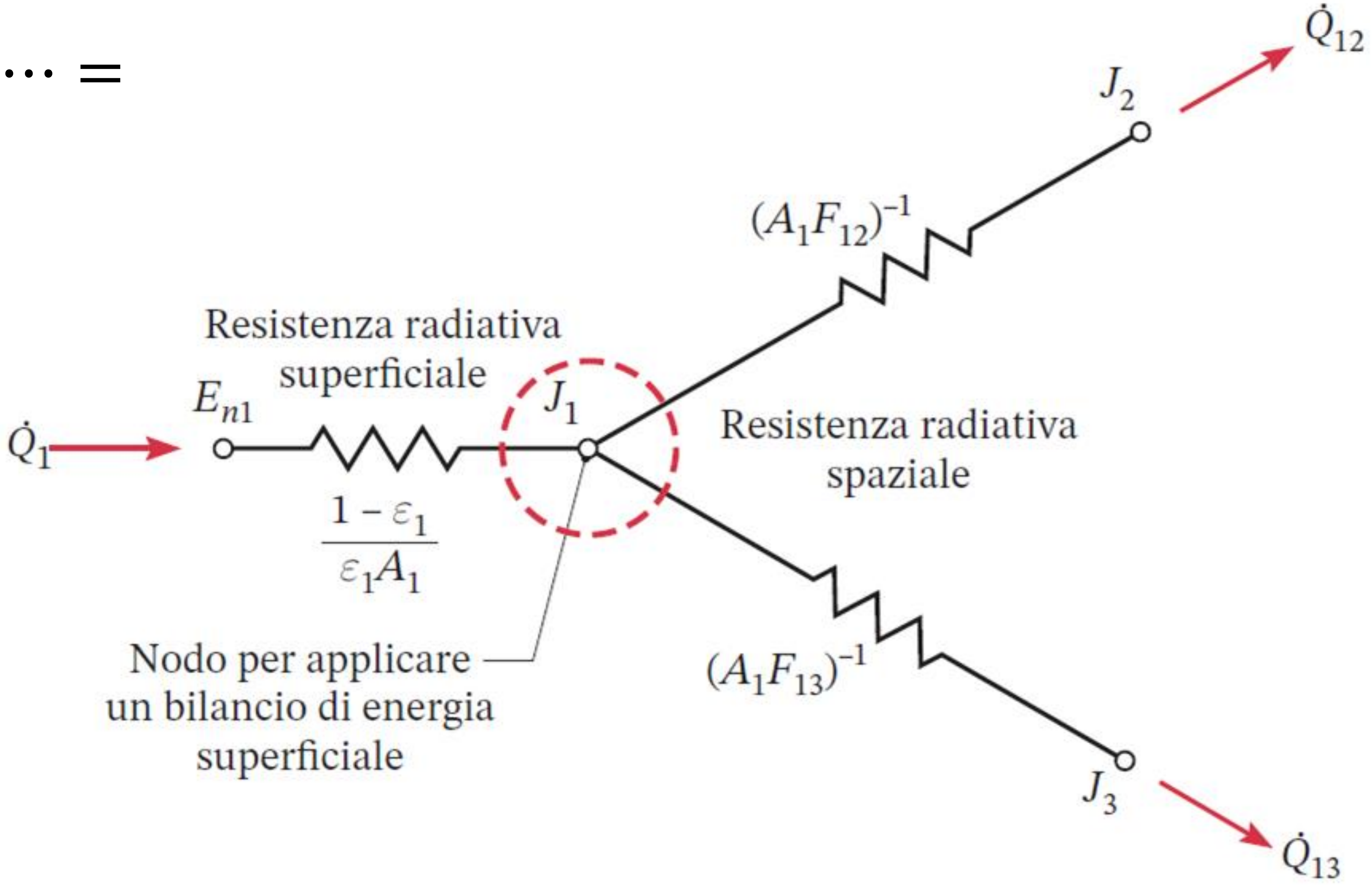


Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 3

Bilancio energetico al nodo J_i

$$\dot{Q}_1 = \frac{E_{n1} - J_1}{(1-\varepsilon_1)/\varepsilon_1 A_1} = \dot{Q}_{12} + \dot{Q}_{13} + \cdots =$$

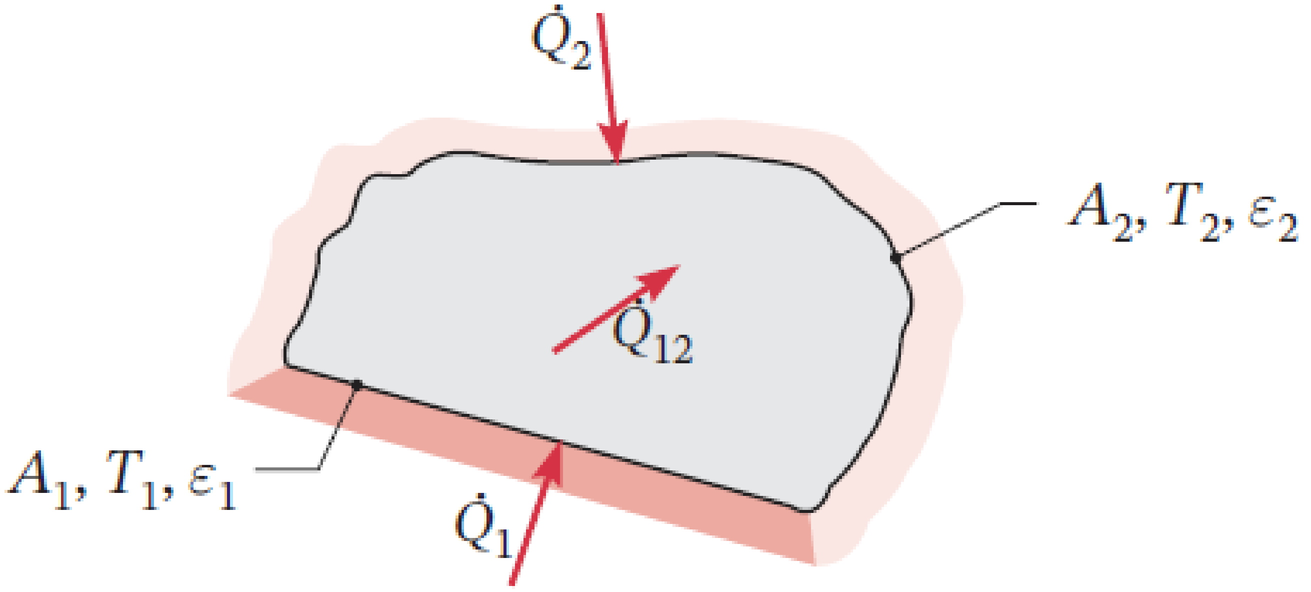
$$= \frac{J_1 - J_2}{(A_1 \cdot F_{12})^{-1}} + \frac{J_1 - J_3}{(A_1 \cdot F_{13})^{-1}} + \cdots$$



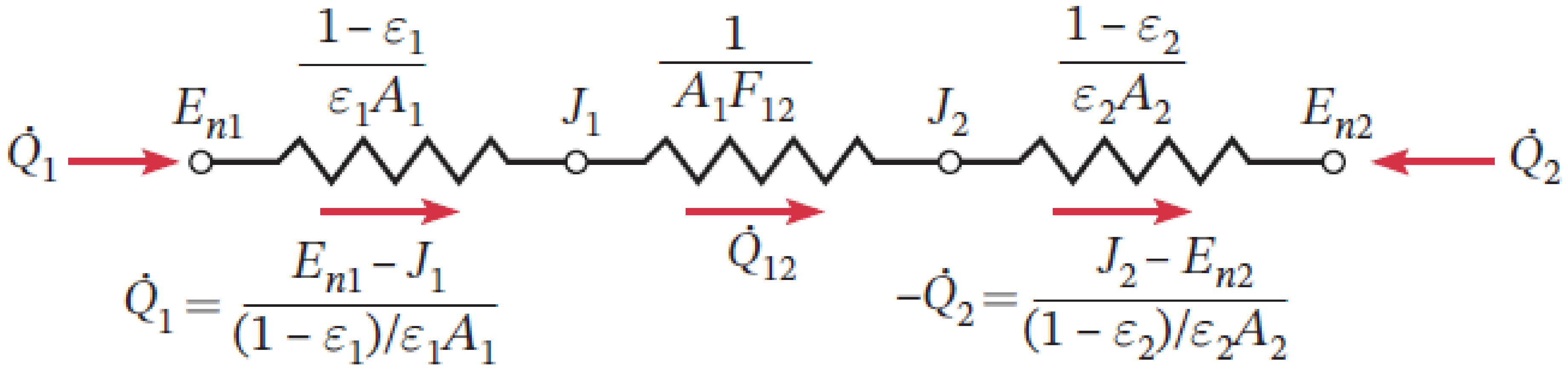
Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 5

Cavità di due superfici

$$\dot{Q}_1 = -\dot{Q}_2 = \dot{Q}_{12} \qquad E_n = \sigma \cdot T^4 \qquad \rightarrow \dot{Q}_1 = \frac{\sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 \cdot A_1} + \dfrac{1}{A_1 \cdot F_{12}} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 \cdot A_2}}$$



(a)

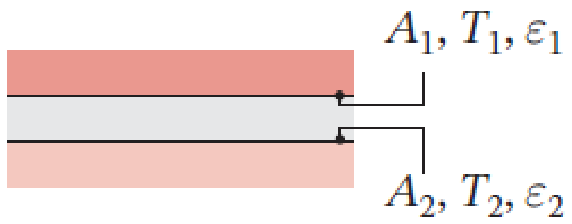


(b)

Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 6

Cavità di due superfici

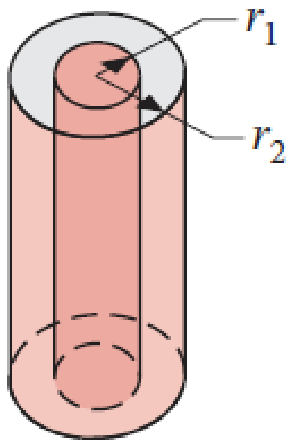
Piastre piane parallele molto larghe (infinite)



$$A_1 = A_2 = A \qquad F_{12} = 1$$

$$\dot{Q}_{12} = \frac{A\sigma\left(T_1^{\,4} - T_2^{\,4}\right)}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

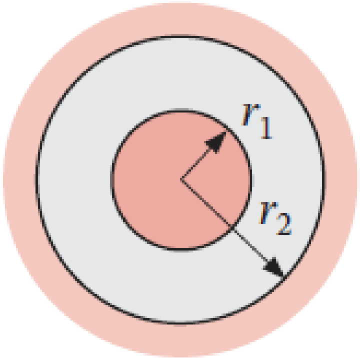
Cilindri concentrici molto lunghi (infiniti)



$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1}{r_2} \qquad F_{12} = 1$$

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\sigma A_1\left(T_1^{\,4} - T_2^{\,4}\right)}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\left(\dfrac{r_1}{r_2}\right)}$$

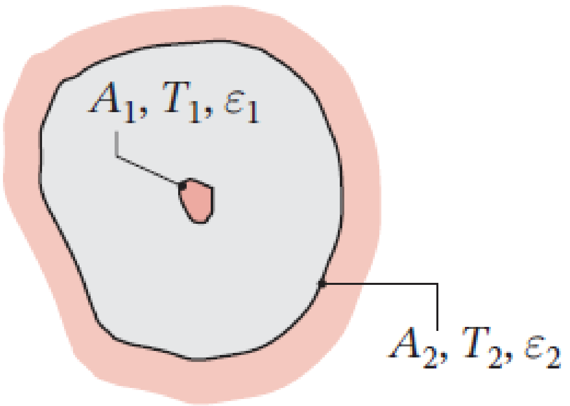
Sfere concentriche



$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \qquad F_{12} = 1$$

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\sigma A_1\left(T_1^{\,4} - T_2^{\,4}\right)}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\left(\dfrac{r_1}{r_2}\right)^2}$$

Piccolo oggetto convesso in grande ambiente isotermo



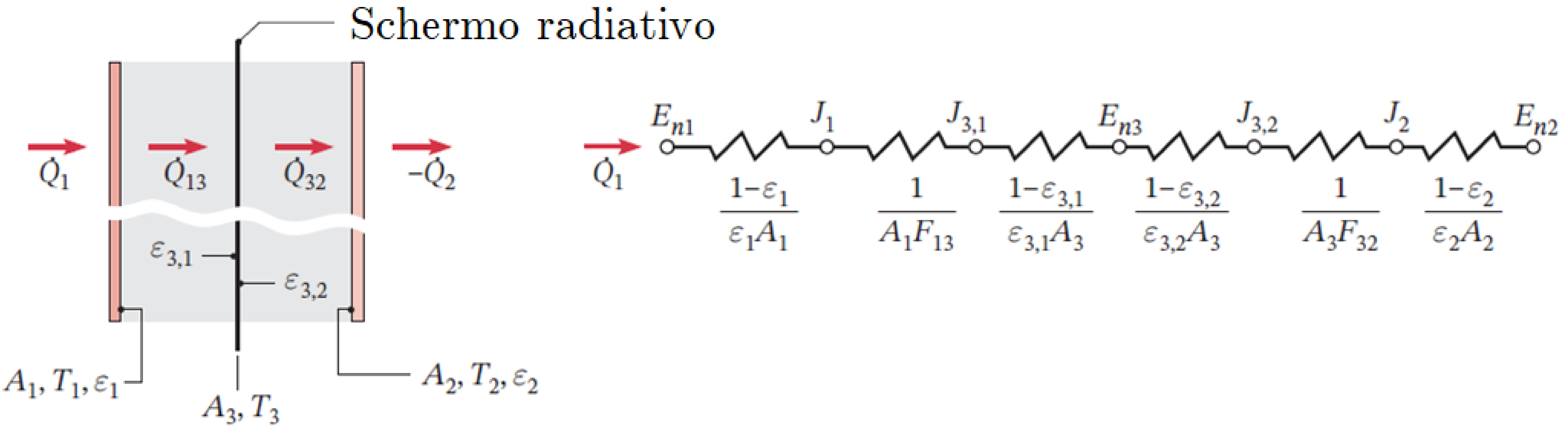
$$\frac{A_1}{A_2} \approx 0 \qquad F_{12} = 1$$

$$\dot{Q}_{12} = \sigma A_1 \varepsilon_1\left(T_1^4 - T_2^{\,4}\right)$$

Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 7

Schermi radiativi

$$F_{13} = F_{32} = 1 \qquad A_1 = A_2 = A_3 \quad \rightarrow \quad \dot{Q}_{12} = \frac{A_1 \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1-\varepsilon_{3,1}}{\varepsilon_{3,1}} + \dfrac{1-\varepsilon_{3,2}}{\varepsilon_{3,2}} + \dfrac{1}{\varepsilon_2}}$$

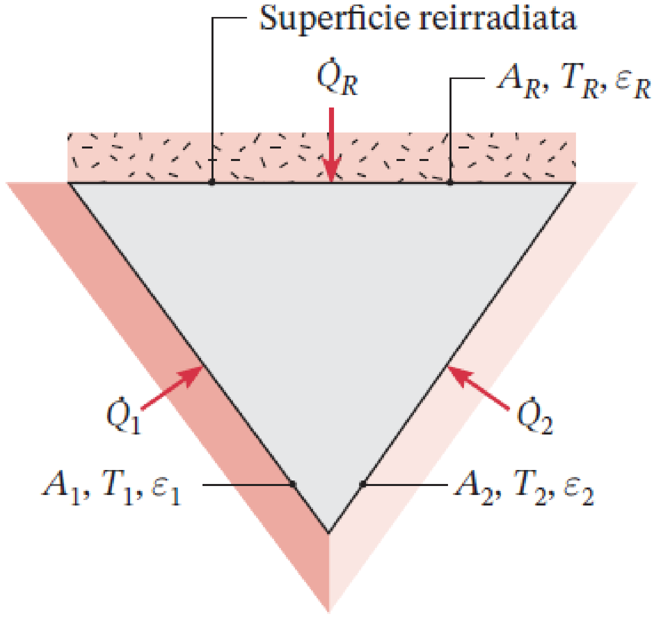


Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 8

Cavità di tre superfici con una superficie reirradiante

$$\dot{Q}_R = 0 \quad \Rightarrow \quad E_{nR} = J_R$$

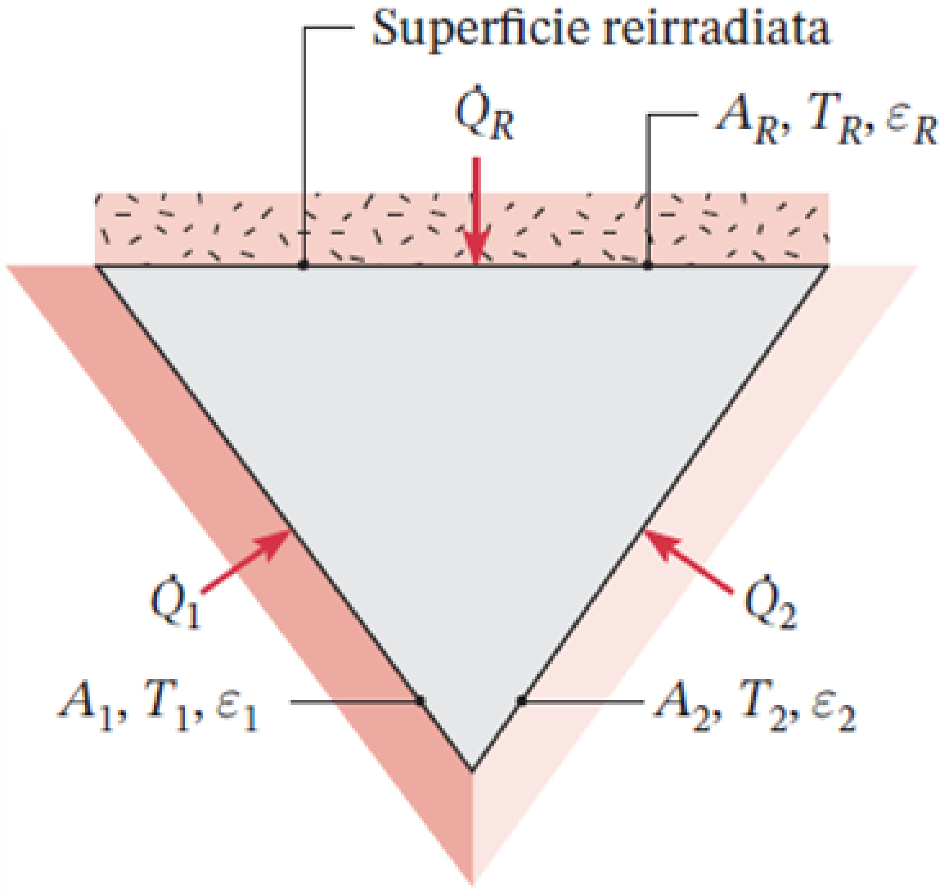
$$\dot{Q}_1 = \frac{E_{n1} - E_{n2}}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 \cdot A_1} + \dfrac{1}{A_1 \cdot F_{12} + \left[\left(\dfrac{1}{A_1 \cdot F_{1R}}\right) + \left(\dfrac{1}{A_2 \cdot F_{2R}}\right)\right]^{-1}} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 \cdot A_2}}$$

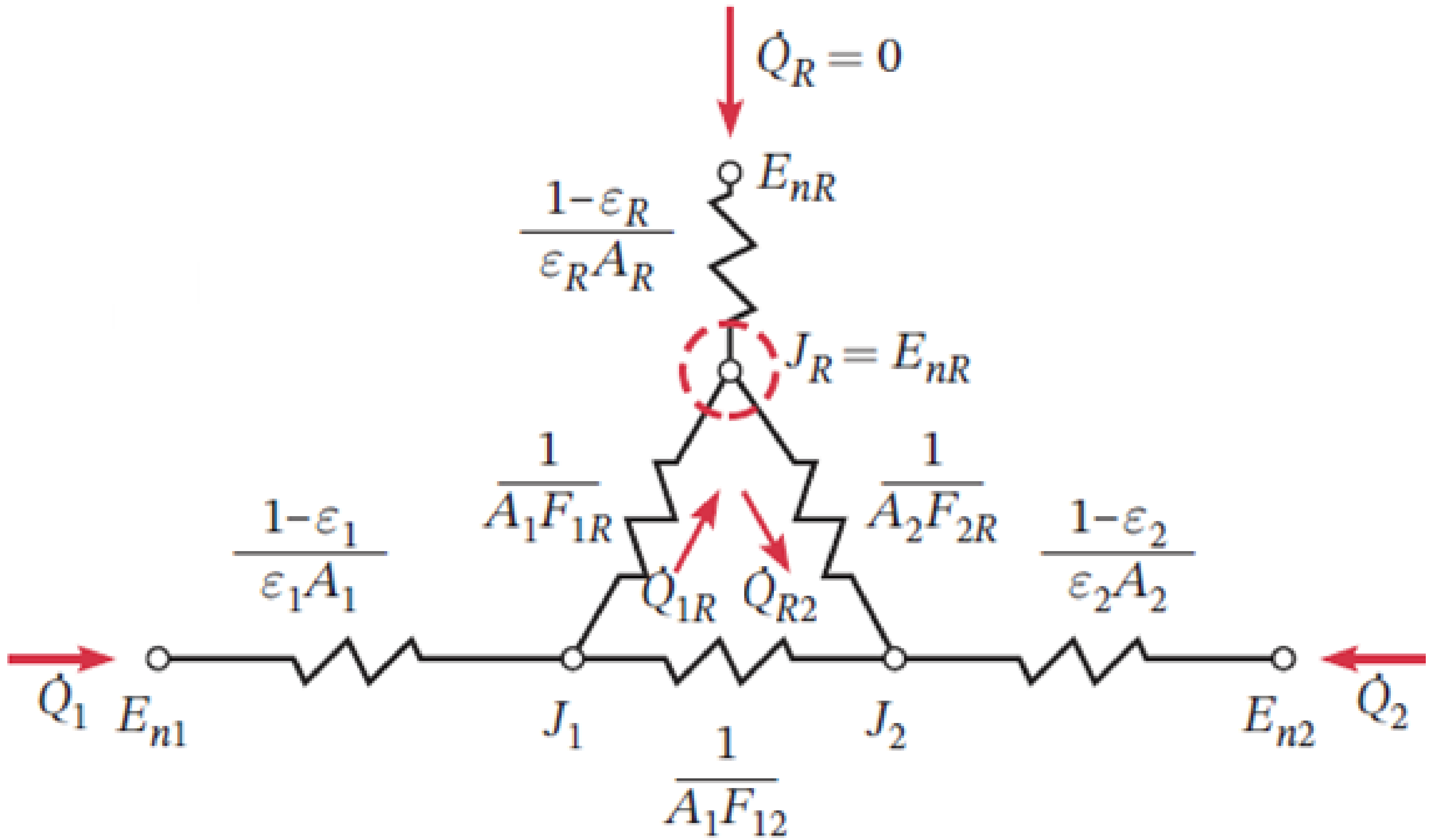


(a)

Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 9

Cavità di tre superfici con una superficie reirradiante





$$\dot{Q}_1 = \frac{E_{n1} - E_{n2}}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 \cdot A_1} + \frac{1}{A_1 \cdot F_{12} + \left[\left(\frac{1}{A_1 \cdot F_{1R}}\right) + \left(\frac{1}{A_2 \cdot F_{2R}}\right)\right]^{-1}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 \cdot A_2}}$$

Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 10

Cavità di tre superfici con una superficie reirradiante

Calcolo della temperatura T_R della superficie reirradiante

$$\dot{Q}_1 = -\dot{Q}_2 = \frac{E_{n1} - J_1}{(1-\varepsilon_1)/\varepsilon_1 A_1} = \frac{J_2 - E_{n2}}{(1-\varepsilon_2)/\varepsilon_2 A_2} \Rightarrow \text{ noto } \dot{Q}_1 \text{ si ottengono } J_1 \text{ e } J_2$$

$$\dot{Q}_{1R} = \dot{Q}_{R2} \Rightarrow \frac{J_1 - J_R}{(1/A_1 F_{1R})} = \frac{J_R - J_2}{(1/A_2 F_{2R})} \Rightarrow \text{ noti } J_1, J_2 \text{ si ottiene } J_R$$

$$\Rightarrow T_R = \left(\frac{J_R}{\sigma}\right)^{\frac{1}{4}}$$