Yunus A. Çengel
John M. Cimbala

per l'edizione italiana
Giuseppe Cozzo
Cinzia Santoro

Meccanica dei fluidi

Seconda edizione

Soluzione dei problemi
Capitolo 8

McGraw-Hill

Indice

CORRENTI IN PRESSIONE 8

SOMMARIO

Il moto di un fluido può avvenire con modalità differenti, chiamate regimi di moto. Il regime di *moto laminare* è caratterizzato da traiettorie parallele e regolari, mentre il regime di *moto turbolento* è caratterizzato da fluttuazioni della velocità e movimento molto irregolare. Il *numero di Reynolds* Re è definito come

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\nu} \tag{8.7}$$

Il moto in una tubazione è laminare per $\mathrm{Re} < 2300$, turbolento per $\mathrm{Re} > 4000$.

La zona del campo di moto che risente degli effetti degli sforzi tangenziali viscosi è chiamata *strato limite di velocità*. La regione compresa tra la sezione di imbocco di una tubazione e quella in cui lo strato limite arriva a occupare l'intera sezione si chiama *regione d'ingresso*. La lunghezza di tale regione, chiamata *lunghezza d'ingresso*, in moto turbolento ha uno sviluppo pari a circa 10 volte il diametro. Nella restante regione, detta di moto completamente sviluppato, l'indice di resistenza si mantiene costante.

Nel moto laminare completamente sviluppato in una tubazione circolare, la velocità *massima* $v_{\max}$ e la velocità *media* V valgono

$$v_{\max} = 2V \tag{8.18}$$

e

$$V = \frac{1}{32}\frac{\rho g}{\mu} J D^2 \qquad 8.31)$$

essendo J la *cadente piezometrica* (o *cadente*), cioè la differenza di quota piezometrica (o la perdita di carico) per unià di percorso. La *portata* vale

$$Q = VA = \frac{\pi}{128}\frac{\rho g}{\mu} J D^4 \tag{8.30}$$

In generale, qualunque sia il regime di moto, la *cadente* si può esprimere con la *formula di Darcy-Weisbach*

$$J = \lambda \frac{V^2}{2gD} \tag{8.32}$$

come proporzionale al rapporto tra l'altezza cinetica e il diametro attraverso il coefficiente λ, detto *indice di resistenza*. Per il moto laminare in una tubazione circolare, risulta

$$\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}} \tag{8.34}$$

Per tubazioni non circolari, nelle precedenti relazioni al posto del diametro va introdotto il diametro idraulico definito come $D_i = 4R_i$, essendo il raggio idraulico $R_i = A/C_b$, dove A è l'area della sezione occupata dal liquido e C_b il suo perimetro.

In regime turbolento l'indice di resistenza è funzione del numero di Reynolds e della scabrezza relativa ε/D ed è espresso dalla *formula di Colebrook*

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}} + \frac{1}{3{,}71}\frac{\varepsilon}{D}\right) \tag{8.64}$$

Il grafico di questa formula è noto come *abaco di Moody*. Trattandosi di una formula implicita, il calcolo di λ richiede l'uso di un metodo iterativo. In alternativa, conviene usare formule esplicite approssimate della formula di Colebrook, come, per esempio, la formula

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} \cong -2\log\left(\frac{5{,}8}{\mathrm{Re}^{0{,}9}} + \frac{1}{3{,}71}\frac{\varepsilon}{D}\right) \tag{8.65}$$

Le perdite dovute alla presenza lungo una tubazione di singolarità quali valvole, curve, gomiti, raccordi a T, imbocchi, sbocchi, convergenti e divergenti sono chiamate *perdite localizzate*. Esse sono normalmente espresse in funzione dell'altezza cinetica tramite un *coefficiente di perdita* K. Per ciascun elemento, la perdita di carico si calcola come

$$\Delta H = K\frac{V^2}{2g} \tag{8.85}$$

Tra due sezioni alle estremità di una tubazione costituita da n tratti di diametro D_i e lunghezza L_i nella quale siano inserite m singolarità, la perdita di carico complessiva vale

$$\Delta H = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \frac{L_i}{D_i} \frac{V_i^2}{2g} + \sum_{j=1}^{m} K_j \frac{V_j^2}{2g}$$

Se il sistema ha diametro costante, la perdita di carico totale diventa

$$\Delta H = \left(\lambda \frac{L}{D} + \sum_{j=1}^{m} K_j \right) \frac{V^2}{2g}$$

Una *rete di distribuzione* è costituita da un gran numero di tubazioni collegate fra loro. Si chiama *nodo* della rete un punto in cui si ha una variazione delle caratteristiche geometriche o idrauliche della rete. Si chiama *lato* la tubazione che congiunge due nodi e *maglia* una successione di lati che partendo da un generico nodo individua un percorso che torna a chudersi sul nodo di partenza.

Lo studio di una rete si basa su due semplici principi: (1) la conservazione della massa deve essere soddisfatta in ogni nodo e (2) la perdita di carico tra due nodi deve essere la stessa per tutti i possibili percorsi tra i due nodi.

La verifica di una rete richiede la risoluzione di un sistema di equazioni di cui una parte non lineari. I problemi di progetto, che le sole equazioni idrauliche non bastano a rendere determinati, vengono risolti introducendo delle condizioni dette *di minima passività* con le quali, tra tutte le soluzioni tecnicamente possibili, si individua quella economicamente più conveniente.

Quando più tubazioni sono collegate *in serie*, a ciascuna tubazione compete la stessa portata. Quando una tubazione si dirama in due (o più) tubazioni *in parallelo* che poi si ricongiungono in un nodo a valle, la portata totale è la somma delle portate nelle singole tubazioni in parallelo ma la perdita di carico è la stessa in ciascuna di tali tubazioni.

Per un sistema in cui sia inserita una pompa o una turbina, l'equazione dell'energia tra due sezioni 1 e 2 è

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + \Delta H_P = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \Delta H_T + \Delta H_d \qquad (5.108)$$

essendo ΔH_P la prevalenza della pompa, ΔH_T il salto utile della turbina e ΔH_d la perdita di carico complessiva tra le due sezioni.

La potenza meccanica P_P che la pompa fornisce al fluido e la potenza elettrica P_E assorbita dal motore della pompa si calcolano come

$$P_P = \frac{\rho g Q \Delta H_P}{\eta_P}$$

e

$$P_E = \frac{\rho g Q \Delta H_P}{\eta_{PM}} \qquad (8.109)$$

dove η_{PM} è il rendimento del gruppo pompa-motore, prodotto del rendimento della pompa e del rendimento del motore.

La curva che riporta la prevalenza in funzione della portata viene chiamata *curva dell'impianto*. La curva che dà il carico fornito dalla pompa in funzione della portata è chiamata *curva caratteristica* della pompa. Il *punto di funzionamento* di un impianto di sollevamento è il punto di intersezione della curva dell'impianto con la curva caratteristica.

Si chiamano *lunghe condotte* le tubazioni che hanno una lunghezza pari almeno a 1 000 $K_T D$ in cui K_T è la somma dei coefficienti delle perdite di carico localizzate presenti nella tubazione di diametro D. I calcoli idraulici relativi alle lunghe condotte vengono effettuati trascurando:

- le perdite localizzate rispetto a quelle continue
- le altezze cinetiche rispetto alle altezze piezometriche
- la differenza fra la lunghezza effettiva della tubazione e quella della sua proiezione orizzontale.

Strumenti e tecniche di misura della portata e della velocità possono essere divisi in tre categorie principali: (1) tecniche e strumenti di misura della portata, come i misuratori *a strozzamento*, *a turbina*, *volumetrici*, *a sezione variabile* e *a ultrasuoni*; (2) tecniche di misura della velocità puntuale, come il *tubo di Pitot*, gli *anemometri termici* e la *velocimetria laser*; (3) tecniche di misura della velocità a campo intero, come la *velocimetria a immagini di particelle*.

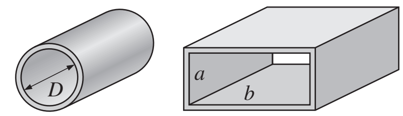
PROBLEMI

Moto laminare e moto turbolento

8.1 Perché i liquidi vengono convogliati, generalmente, in tubazioni circolari?

Analisi La maggior parte dei liquidi viene convogliata all'interno di tubazioni circolari perché la sezione trasversale di forma circolare è in grado di resistere a notevoli differenze di pressione tra l'interno e l'esterno senza subire deformazioni significative.

8.2 Qual è il significato fisico del numero di Reynolds? Come viene definito per il moto in una tubazione circolare di diametro interno D? E per il moto in un condotto rettangolare con sezione trasversale $a \times b$?



Analisi Il numero di Reynolds Re è un parametro adimensionale, proporzionale al rapporto tra forze di inerzia e forze viscose, dal cui valore dipende il regime di moto. Per Re molto grandi, il numeratore è molto più grande del denominatore e, pertanto, le forze di inerzia sono nettamente prevalenti rispetto alle forze viscose; queste non sono perciò in grado di smorzare le fluttuazioni casuali e rapide della velocità per cui il moto risulta *turbolento*. Viceversa, per valori bassi del numero di Reynolds, le forze viscose sono grandi abbastanza da sopprimere tali fluttuazioni; pertanto, il moto si mantiene per filetti rettilinei, cioè *laminare*. Le forze di inerzia sono proporzionali alla densità del fluido e al quadrato della velocità ed inversamente proporzionali ad una lunghezza caratteristica della geometria del campo di moto. Le forze viscose sono, invece, proporzionali alla viscosità ed alla prima potenza della velocità ed inversamente proporzionali al quadrato della lunghezza caratteristica. Pertanto, essendo V la velocità media della corrente, μ la viscosità del fluido, ρ la sua densità e $\nu = \mu/\rho$ la viscosità cinematica, per il moto in pressione in una tubazione circolare di diametro interno D, assumendo quest'ultimo come lunghezza caratteristica, il numero di Reynolds è

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\nu}$$

Per una tubazione circolare piena il raggio idraulico R_i, pari al rapporto tra area e perimetro (o contorno bagnato), vale

$$R_i = \frac{A}{C_b} = \frac{\pi D^2/4}{\pi D} = \frac{D}{4}$$

per cui la lunghezza caratteristica $D = 4R_i$. Generalizzando tale risultato, per le sezioni diverse dalla circolare si assume come lunghezza caratteristica il diametro idraulico $D_i = 4R_i$. Per un condotto rettangolare di sezione trasversale $a \times b$, si ha

$$D_i = 4R_i = \frac{4ab}{2(a+b)} = \frac{2ab}{a+b}$$

per cui

$$\mathrm{Re} = \frac{V D_i}{\nu} = \frac{V}{\nu}\frac{2ab}{a+b}$$

8.3 Un oggetto si muove in aria e poi in acqua con la stessa velocità. Quale dei due moti ha il numero di Reynolds più grande?

Analisi Essendo il numero di Reynolds inversamente proporzionale alla viscosità cinematica ed essendo quest'ultima molto più piccola per l'acqua (a 25 °C,

$\nu = 0{,}89 \times 10^{-6}$ m^2/s) che per l'aria (a 25 °C, $\nu = 15{,}6 \times 10^{-6}$ m^2/s), a parità di dimensioni e velocità, il numero di Reynolds risulta più grande in acqua che in aria.

8.4 Qual è il valore del numero di Reynolds al di sopra del quale il moto in una tubazione diventa turbolento?

Analisi Il valore generalmente accettato del numero di Reynolds al di sopra del quale il moto laminare in pressione in una tubazione circolare non è più stabile è $\mathrm{Re}_{cr} = 2\,300$. Per valori del numero di Reynolds maggiori di Re_{cr} il moto può continuare a essere laminare o divenire turbolento in maniera casuale. Tuttavia, per la maggior parte delle situazioni pratiche, si può ritenere che in una tubazione a sezione circolare il moto sia laminare per $\mathrm{Re} < 2\,300$, turbolento per $\mathrm{Re} > 4\,000$ e instabile per valori intermedi.

8.5 Si consideri il moto di aria e acqua in tubazioni dello stesso diametro, alla stessa temperatura e con la stessa velocità media. Quale dei due moti è più probabile che sia turbolento? Perché?

Analisi Poiché, a parità di temperatura, velocità e dimensioni, il numero di Reynolds risulta più grande in acqua che in aria (vedi problema 8.3), è più probabile che sia turbolento il moto dell'acqua.

8.6 Cos'è il diametro idraulico? Com'è definito? A cosa è uguale, per una tubazione circolare di diametro D?

Analisi Il diametro idraulico è una lunghezza caratteristica del moto dei fluidi, pari al quadruplo del raggio idraulico, cioè del rapporto tra l'area A della sezione e il suo contorno bagnato C_b. Pertanto,

$$D_i = 4R_i = 4\,\frac{A}{C_b}$$

Per una tubazione circolare in pressione, esso coincide con il diametro D della tubazione. Infatti, si ha

$$D_i = 4\,\frac{A}{C_b} = 4\,\frac{\pi D^2}{4}\,\frac{1}{\pi D} = D$$

8.7 Com'è definita la lunghezza d'ingresso in una tubazione? Tale lunghezza è maggiore in moto laminare o in moto turbolento?

Analisi La regione di ingresso è la zona compresa tra la sezione iniziale della tubazione e quella in cui lo strato limite raggiunge l'asse; la sua dimensione nella direzione del moto è chiamata lunghezza di ingresso. In regime di moto laminare tale lunghezza risulta notevolmente maggiore (tranne che per Re molto bassi) di quella che si ha in regime di moto turbolento.

8.8 Nel moto laminare in una tubazione circolare, lo sforzo tangenziale alla parete τ_0 è maggiore in prossimità dell'imbocco della tubazione o più a valle? Perché? E se il regime fosse turbolento?

Analisi Sia in regime laminare che in regime turbolento, lo sforzo tangenziale alla parete τ_0 è massimo in prossimità dell'imbocco della tubazione, dove lo spessore dello strato limite è minimo e quindi il gradiente di velocità, a cui τ_0 è proporzionale, è massimo. Esso diminuisce poi gradualmente fino al valore che assume nella regione di moto completamente sviluppato.

8.9 In regime turbolento, la scabrezza della parete quale effetto ha sulla perdita di carico? E in regime laminare?

Analisi In regime turbolento, l'indice di resistenza (e, quindi, la perdita di carico) dipende sia dal numero di Reynolds che dalla scabrezza relativa. In particolare, la perdita aumenta all'aumentare della scabrezza. In regime laminare, invece, la scabrezza della parete non ha alcuna influenza sulla resistenza al moto, che dipende solo dal numero di Reynolds.

Moto completamente sviluppato

8.10 Nella regione di moto completamente sviluppato, lo sforzo tangenziale alla parete τ_0 varia lungo la direzione del moto?

Analisi No. Nella regione di moto completamente sviluppato lo sforzo tangenziale alla parete τ_0 si mantiene costante nella direzione del moto, indipendentemente dal regime di moto.

8.11 Quale proprietà del fluido è responsabile dello sviluppo dello strato limite di velocità?

Analisi Lo sviluppo dello strato limite di velocità è causato dalla *viscosità* del fluido.

8.12 Nella regione di moto completamente sviluppato, il profilo di velocità varia lungo la direzione del moto?

Analisi No. Nella regione di moto completamente sviluppato il profilo di velocità si mantiene inalterato nella direzione del moto, indipendentemente dal regime di moto.

8.13 Nel moto in una tubazione, che legame c'è tra l'indice di resistenza e la cadente piezometrica? Per una portata assegnata, che legame c'è tra la perdita di carico tra due sezioni e la potenza di una pompa necessaria per garantire il moto?

Analisi La cadente piezometrica J è proporzionale al rapporto tra l'altezza cinetica e il diametro, con coefficiente di proporzionalità pari all'indice di resistenza λ. Pertanto,

$$J = \lambda \frac{V^2}{2gD}$$

Per una portata Q assegnata, la potenza P_F che una pompa deve cedere a un fluido di densità ρ per garantire il moto tra due sezioni poste a distanza L è pari al prodotto della portata in peso $\rho g Q$ per la perdita di carico JL tra le due sezioni, per cui

$$P_F = \rho g Q L J = \rho g Q L \lambda \frac{V^2}{2gD} = \rho Q L \lambda \frac{V^2}{2D}$$

8.14 Perché lo sforzo tangenziale in corrispondenza dell'asse di una tubazione è nullo?

Analisi Lo sforzo tangenziale è proporzionale al gradiente di velocità. Poiché in corrispondenza dell'asse della tubazione il profilo di velocità ha un massimo, il gradiente e, quindi, lo sforzo tangenziale sono entrambi nulli.

8.15 Perché lo sforzo tangenziale in corrispondenza della parete di una tubazione è massimo?

Analisi Lo sforzo tangenziale è proporzionale al gradiente di velocità, che è massimo in corrispondenza della parete. Pertanto, anche lo sforzo tangenziale è massimo in corrispondenza della parete.

8.16 Se la lunghezza di una tubazione raddoppia, la perdita di carico tra le sezioni di estremità diventa il doppio, più del doppio, meno del doppio, la metà o rimane invariata?

Analisi La perdita di carico tra le sezioni di estremità di una tubazione è proporzionale alla lunghezza della tubazione, per cui se tale lunghezza raddoppia anche la perdita di carico diventa il doppio.

8.17 In una tubazione circolare, la portata, in regime di moto laminare, è pari alla metà del prodotto della velocità in corrispondenza dell'asse per l'area della sezione trasversale. Perché?

Analisi In regime laminare, la velocità massima v_{max} in corrispondenza dell'asse è pari al doppio della velocità media V nella sezione. Pertanto, essendo A l'area della sezione trasversale, si ha

$$Q = VA = \frac{v_{max}}{2} A$$

8.18 In una tubazione circolare, in regime di moto laminare, a quale distanza dall'asse la velocità è uguale alla velocità media?

Analisi In una tubazione circolare, in regime di moto laminare, il profilo di velocità è esprimibile con una funzione parabolica del tipo

$$v = 2V\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

Ponendo $v = V$, si ha

$$1 - \frac{r^2}{R^2} = \frac{1}{2}$$

da cui

$$r = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

8.19 In una tubazione circolare, in regime di moto laminare, se il diametro della tubazione diventa la metà, rimanendo la portata e la lunghezza della tubazione immutate, la perdita di carico diventa il doppio, il triplo, il quadruplo o aumenta di un fattore 8 o 16?

Analisi In una tubazione circolare di diametro D, in regime di moto laminare, l'indice di resistenza è

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}} = 64\,\frac{\mu}{\rho V D}$$

per cui la cadente risulta

$$J = \lambda\,\frac{V^2}{2gD} = 64\,\frac{\mu}{\rho V D}\,\frac{V^2}{2gD} = 32\,\frac{\mu}{\rho g}\,\frac{V}{D^2}$$

Introducendo la portata $Q = VA$, si ha

$$J = 32\,\frac{\mu}{\rho g}\,\frac{V}{D^2} = 32\,\frac{\mu}{\rho g}\,\frac{4Q}{\pi D^2}\,\frac{1}{D^2} = 128\,\frac{\mu}{\rho g}\,\frac{Q}{\pi D^4}$$

La perdita di carico è, quindi, proporzionale all'inverso della quarta potenza del diametro. Pertanto, se il diametro diventa la metà, a parità di tutto il resto, la perdita di carico aumenta di un fattore 16.

8.20 Cos'è la viscosità turbolenta? Da cosa è causata?

Analisi La *viscosità turbolenta* μ_t è causata dai vortici turbolenti e tiene conto del trasporto di quantità di moto di tali vortici. Per analogia con la legge di Newton, essa è il coefficiente di proporzionalità tra lo sforzo tangenziale turbolento e il gradiente del valore medio temporale $\bar{v}$ della componente della velocità locale nella direzione del moto, per cui

$$\tau_{\text{turb}} = \mu_t\,\frac{d\bar{v}}{dy}$$

essendo y la direzione ortogonale a quella del moto.

8.21 Elaborando i risultati sperimentali relativi a una particolare tubazione, risulta che la perdita di carico è data dalla relazione $\Delta H = 0{,}0826\,\lambda L Q^2/D^5$, in cui λ è l'indice di resistenza, L è la lunghezza della tubazione, Q è la portata e D il diametro. La costante 0,0826 è dimensionale o adimensionale?

Analisi Confrontando le dimensioni di ambo i membri della relazione assegnata, si ha

$$[\mathrm{L}] = [0{,}0826] \cdot [\mathrm{L}] \cdot [\mathrm{L}^3\mathrm{T}^{-1}]^2 \cdot [\mathrm{L}^{-5}]$$

per cui la costante ha dimensioni

$$[0{,}0826] = [\mathrm{L}^{-1}\mathrm{T}^2]$$

pari all'inverso di un'accelerazione. Infatti, in generale, si ha

$$\Delta H = JL = \lambda \frac{V^2}{2gD} L = \lambda \frac{Q^2}{(\pi D^2/4)^2} \frac{L}{2gD} = \frac{8}{g\pi^2} \lambda L \frac{Q^2}{D^5}$$

8.22 In una tubazione circolare, in regime di moto laminare, se la viscosità del fluido si dimezza (per esempio riscaldando il fluido), rimanendo la portata costante, come varia la perdita di carico?

Analisi In una tubazione circolare di diametro D, in regime di moto laminare, la perdita di carico per unità di percorso è (vedi problema 8.19)

$$J = 128 \frac{\mu}{\rho g} \frac{Q}{\pi D^4}$$

e risulta, quindi, direttamente proporzionale alla viscosità del fluido. Pertanto, se la viscosità diventa la metà, la perdita di carico, a parità di tutto il resto, si dimezza anch'essa.

8.23 Nel moto di un fluido in una tubazione orizzontale a diametro costante, che relazione c'è tra la perdita di carico e la perdita di pressione tra due sezioni? Come si passa dall'una all'altra?

Analisi In una tubazione orizzontale a diametro costante, essendo costante sia la quota che l'altezza cinetica, la perdita di carico tra due sezioni 1 e 2 è pari al rapporto tra la perdita di pressione fra le due sezioni e il peso specifico del fluido. Infatti, si ha

$$\Delta H = \left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}\right) = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{\Delta p}{\rho g}$$

8.24 In una tubazione circolare con pareti lisce in cui defluisce aria in regime di moto laminare, l'indice di resistenza è diverso da zero? Perché?

Analisi L'indice di resistenza è diverso da zero perché in un fluido in moto a contatto con una parete, liscia o meno, si sviluppa, per la condizione di aderenza, un gradiente di velocità e, quindi, degli sforzi tangenziali. Quando la parete è liscia lo sforzo risulta inferiore ai valori che esso assume in presenza di pareti scabre.

8.25 Perché, per alti valori del numero di Reynolds, l'indice di resistenza è indipendente da Re?

Analisi In moto laminare l'indice di resistenza è inversamente proporzionale al numero di Reynolds. In moto turbolento, al crescere del numero di Reynolds aumenta il contributo degli sforzi turbolenti rispetto a quelli viscosi e, conseguentemente, l'indice di resistenza diminuisce molto più gradualmente che in moto laminare. Se il tubo è scabro, a partire da un certo valore di Re, tanto più piccolo quanto maggiore è la scabrezza, l'indice di resistenza non diminuisce più e rimane costante, divenendo, quindi, indipendente da Re. In tal caso, si dice che il regime di moto è *puramente turbolento*. Questo comportamento è dovuto al fatto che lo spessore δ del substrato laminare aderente alla parete, per la 8.51, è inversamente proporzionale a Re. Per cui, al crescere di Re, dal substrato laminare emerge via via un numero sempre maggiore di protuberanze, cosa che favorisce lo sviluppo ulteriore della turbolenza fino a rendere del tutto trascurabile il contributo degli sforzi viscosi. Quando ciò accade, l'indice di resistenza non dipende più dalla viscosità e, quindi, neanche dal numero di Reynolds.

8.26 In una tubazione del diametro di 15 mm, lunga 40 m, in cui defluisce olio di densità ρ = 910 kg/m^3 e viscosità μ= 0,042 Pa·s, la differenza di pressione tra le sezioni di estremità è di 730 kPa. Calcolare la portata nel caso in cui l'asse della tubazione è (*a*) orizzontale, (*b*) inclinato di 20° verso l'alto, (*c*) inclinato di 20° verso il basso.

Analisi Essendo la tubazione di piccolo diametro ed il fluido piuttosto viscoso, è ragionevole ipotizzare che il regime di moto possa essere laminare. In tal caso, per la 8.25, essendo θ l'angolo che l'asse della tubazione forma con l'orizzontale, si ha

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\pi}{128}\,\frac{(\Delta p - \rho g L \operatorname{sen}\theta)}{\mu L}\,D^4 = \\ &= \frac{\pi \times 0{,}015^4}{128 \times 0{,}042 \times 40} \times (730\,000 - 910 \times 9{,}81 \times 40 \times \operatorname{sen}\theta) = \\ &= (0{,}5397 - 0{,}2640 \times \operatorname{sen}\theta) \times 10^{-3}\ \mathrm{m^3/s} \end{aligned}$$

(a) tubazione orizzontale: $\theta = 0°$

$$Q = (0{,}5397 - 0{,}2640 \times \operatorname{sen} 0°) \times 10^{-3} = 0{,}540 \times 10^{-3}\ \mathrm{m^3/s}$$

(b) tubazione inclinata verso l'alto: $\theta = 20°$

$$Q = (0{,}5397 - 0{,}2640 \times \operatorname{sen} 20°) \times 10^{-3} = 0{,}449 \times 10^{-3}\ \mathrm{m^3/s}$$

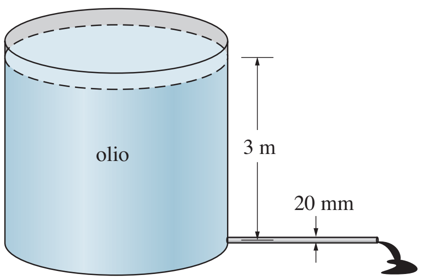
(c) tubazione inclinata verso il basso: $\theta = -20°$

$$Q = \left[0{,}5397 - 0{,}2640 \times \operatorname{sen}(-20°)\right] \times 10^{-3} = 0{,}630 \times 10^{-3}\ \mathrm{m^3/s}$$

L'ipotesi di moto laminare è verificata in tutti e tre i casi perché il numero di Reynolds massimo, che è quello relativo al caso in cui la portata è la massima, è

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{4\rho Q}{\mu\pi D} = \frac{4 \times 910 \times 0{,}630 \times 10^{-3}}{0{,}042 \times \pi \times 0{,}015} = 1\,160 < 2\,300$$

Discussione Il moto è mantenuto dalla differenza di quota piezometrica. La gravità non ha, ovviamente, alcuna influenza sul moto in una tubazione orizzontale, mentre, a parità di Δp, favorisce o ostacola il moto, rispettivamente, quando la tubazione è inclinata verso il basso o verso l'alto.



8.27 Da un serbatoio a superficie libera, pieno di olio di densità $\rho = 850$ kg/m^3 e viscosità cinematica $\nu = 0{,}00062$ m^2/s, è derivata una tubazione del diametro di 20 mm e lunghezza di 40 m, la cui sezione terminale è 3 m al di sotto della superficie libera del serbatoio. Calcolare la portata, nell'ipotesi di perdite localizzate trascurabili.

Analisi Il moto è mantenuto dalla differenza di carico totale ΔH tra il serbatoio e la sezione di sbocco. Per la 5.108, non essendo presenti pompe o turbine, tra un punto del liquido all'interno del serbatoio, il cui carico è pari alla quota z_s della superficie libera rispetto ad un generico piano di riferimento, e la sezione u di sbocco, dove la pressione relativa è nulla perché l'efflusso è in atmosfera, essendo ΔH_d le perdite di carico lungo il percorso, si ha

$$\Delta H = z_s - \left(z_u + \frac{V_u^2}{2g} \right) = \Delta H_d$$

Trascurando l'altezza cinetica della corrente nella sezione di sbocco della tubazione ed esprimendo la perdita nella tubazione in funzione della cadente J, si ha

$$\Delta H = z_s - z_u = \Delta H_d = JL$$

da cui

$$J = \frac{z_s - z_u}{L} = \frac{3}{40} = 0{,}075$$

Essendo la tubazione di piccolo diametro ed il fluido piuttosto viscoso, è ragionevole ipotizzare che il regime di moto possa essere laminare. In tal caso, nota la cadente, per la 8.30 (*formula di Poiseuille*), si ha

$$Q = \frac{\pi}{128} \frac{gJ}{\nu} D^4 = \frac{\pi \times 9{,}81 \times 0{,}075 \times 0{,}020^4}{128 \times 0{,}00062} = 4{,}66 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$$

L'ipotesi di moto laminare è verificata perché

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = \frac{4Q}{\nu \pi D} = \frac{4 \times 4{,}66 \times 10^{-6}}{0{,}00062 \times \pi \times 0{,}020} = 0{,}479 \ < 2\,300$$

8.28 In una tubazione del diametro di 4 mm, lunga 15 m, defluisce acqua alla temperatura di 10 °C ($\rho = 999{,}7$ kg/m^3 e $\mu = 1{,}307 \times 10^{-3}$ Pa · s) con una velocità media di 0,6 m/s. Calcolare la perdita di carico tra le sezioni di estremità e la potenza necessaria per vincere tale perdita.

Analisi Essendo

$$\text{Re} = \frac{\rho VD}{\mu} = \frac{999{,}7 \times 0{,}6 \times 0{,}004}{1{,}307 \times 10^{-3}} = 1\,836 < 2\,300$$

il moto è laminare. In tal caso, l'indice di resistenza è espresso dalla 8.34

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}}$$

per cui, esprimendo la cadente J con la 8.32 (*formula di Darcy-Weisbach*), si ha

$$J = \lambda \frac{V^2}{2gD} = \frac{64}{1\,836} \times \frac{0{,}6^2}{2 \times 9{,}81 \times 0{,}004} = 0{,}160$$

Pertanto, la perdita di carico tra le sezioni di estremità della tubazione è

$$\Delta H = JL = 0{,}160 \times 15 = 2{,}40 \text{ m}$$

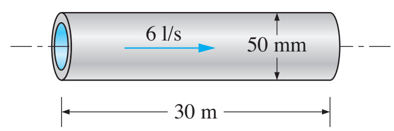
Essendo la portata

$$Q = VA = V\frac{\pi D^2}{4} = 0{,}6 \times \frac{\pi \times 0{,}004^2}{4} = 7{,}54 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$$

la potenza necessaria per vincere tale perdita è

$$P_F = \rho g Q \Delta H = 999{,}7 \times 9{,}81 \times 7{,}54 \times 10^{-6} \times 2{,}40 = 0{,}177 \text{ W}$$

8.29 In una tubazione di acciaio ($\varepsilon = 0{,}02$ mm), del diametro di 50 mm, lunga 30 m, defluisce acqua a 15 °C ($\rho = 999{,}1$ kg/m^3 e $\mu = 1{,}138 \times 10^{-3}$ Pa · s), con una portata di 6 l/s. Calcolare la perdita di carico tra le sezioni di estremità e la potenza necessaria per vincere tale perdita.



Analisi Essendo il numero di Reynolds

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{4\rho Q}{\mu \pi D} = \frac{4 \times 999{,}1 \times 0{,}006}{1{,}138 \times 10^{-3} \times \pi \times 0{,}050} = 134\,000 > 2\,300$$

il moto è turbolento. In tal caso, l'indice di resistenza è espresso dalla 8.64 (*formula di Colebrook*)

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{2{,}51}{\text{Re}\sqrt{\lambda}} + \frac{1}{3{,}71}\frac{\varepsilon}{D}\right)$$

che, essendo noti i valori di Re e di ε/D, può essere risolta utilizzando la formula ricorsiva 8.67

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{i+1}}} = -2\log\left(\frac{2{,}51}{\text{Re}\sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71}\frac{\varepsilon}{D}\right) = $$
$$= -2\log\left(\frac{2{,}51}{134\,000 \times \sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71} \times \frac{0{,}02}{50}\right)$$

che, assumendo come valore iniziale quello che si ottiene annullando il primo addendo dell'argomento del logaritmo, cioè ipotizzando che il moto sia puramente turbolento, fornisce, nell'ordine, i valori: 0,0159 – 0,0194 – 0,0191 – 0,0191. In alternativa, la formula approssimata 8.65 fornisce direttamente il valore 0,0192 che differisce dal precedente solo dello 0,5%. Per la 8.32 (*formula di Darcy-Weisbach*), la cadente J risulta

$$J = \lambda\frac{V^2}{2gD} = \frac{\lambda}{2gD}\frac{Q^2}{(\pi D^2/4)^2} = \frac{8\lambda Q^2}{g\pi^2 D^5} = \frac{8 \times 0{,}0191 \times 0{,}006^2}{9{,}81 \times \pi^2 \times 0{,}050^5} = 0{,}182$$

Pertanto, la perdita di carico tra le sezioni di estremità della tubazione è

$$\Delta H = JL = 0{,}182 \times 30 = 5{,}46 \text{ m}$$

La potenza necessaria per vincere tale perdita è

$$P_F = \rho g Q \Delta H = 999{,}1 \times 9{,}81 \times 0{,}006 \times 5{,}46 = 321 \text{ W}$$

8.30 In una tubazione di plastica ($\varepsilon = 0$), lunga 100 m, deve essere convogliata aria alla temperatura di 38 °C e alla pressione di 1 bar ($\rho = 1{,}135$ kg/m^3 e $\mu = 1{,}907 \times 10^{-5}$ Pa · s) con una portata di 300 l/s. Calcolare il minimo valore da assegnare al diametro della tubazione affinché la perdita di carico sia inferiore a 15 m.

Analisi Essendo $L = 100$ m la lunghezza della tubazione, alla perdita di carico di 15 m corrisponde la cadente

$$J = \frac{\Delta H}{L} = \frac{15}{100} = 0{,}150$$

Per la 8.32 (*formula di Darcy-Weisbach*), il diametro D, oltre che dalla cadente J e dalla portata Q, dipende dall'indice di resistenza λ. Infatti, si ha

$$D = \left(\frac{8\lambda Q^2}{g\pi^2 J}\right)^{1/5} = \left(\frac{\lambda}{K}\right)^{1/5} \tag{1}$$

con

$$K = \frac{g\pi^2 J}{8Q^2} = \frac{9{,}81 \times \pi^2 \times 0{,}150}{8 \times 0{,}300^2} = 20{,}17 \text{ m}^{-5}$$

e, per la 8.64 (*formula di Colebrook*),

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log\left(\frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}} + \frac{1}{3{,}71}\frac{\varepsilon}{D}\right) \tag{2}$$

Il sistema formato dalle equazioni 1 e 2 nelle due incognite λ e D, può essere risolto per successive approssimazioni, come nell'esempio 8.4, o utilizzando per il calcolo di λ la formula approssimata 8.73

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log\left(\frac{8}{\mathrm{Re}\,\lambda^{1/5}} + \frac{1}{1{,}8}\frac{\varepsilon}{D}\lambda^{1/5}\right)$$

scritta in funzione di parametri che non contengono il diametro. Per la 8.71, si ha

$$\mathrm{Re}\,\lambda^{1/5} = \frac{4\rho Q}{\mu\pi}K^{1/5} = \frac{4 \times 1{,}135 \times 0{,}300}{1{,}907 \times 10^{-5} \times \pi} \times 20{,}17^{1/5} = 41\,460$$

Essendo $\varepsilon = 0$, la 8.73 diviene

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \frac{8}{\mathrm{Re}\,\lambda^{1/5}} = -2 \log \frac{8}{41\,460}$$

da cui $\lambda = 0{,}01812$. Sostituendo nell'espressione di D, si ottiene

$$D = \left(\frac{\lambda}{K}\right)^{1/5} = \left(\frac{0{,}01812}{20{,}17}\right)^{1/5} = 0{,}246 \text{ m}$$

Conseguentemente, la tubazione deve avere il diametro commerciale subito superiore a quello calcolato. Avendo effettuato il calcolo con una formula approssimata, è opportuno comunque verificare che col diametro calcolato la perdita risulti effettivamente inferiore a quella assegnata. Si ha

$$\text{Re} = \frac{4\rho Q}{\mu\pi D} = \frac{4 \times 1{,}135 \times 0{,}300}{1{,}907 \times 10^{-5} \times \pi \times 0{,}246} = 92\,400$$

La formula ricorsiva 8.67

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{i+1}}} = -2\log\left(\frac{2{,}51}{\text{Re}\sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71}\frac{\varepsilon}{D}\right) = -2\log\frac{2{,}51}{92\,400 \times \sqrt{\lambda_i}}$$

assumendo come valore iniziale il valore $\lambda = 0{,}01812$ prima ottenuto, fornisce, nell'ordine, i valori: $0{,}01831 - 0{,}01829 - 0{,}01829$. Sostituendo nella formula di Darcy-Weisbach, si ottiene

$$J = \frac{8\lambda Q^2}{g\pi^2 D^5} = \frac{8 \times 0{,}01829 \times 0{,}3^2}{9{,}81 \times \pi^2 \times 0{,}246^5} = 0{,}151$$

e

$$\Delta H = JL = 0{,}151 \times 100 = 15{,}1 \text{ m}$$

valore praticamente uguale a quello assegnato. Pertanto, la tubazione deve avere un diametro di almeno 246 mm.

8.31 In una tubazione circolare, in regime di moto laminare, a $R/2$ dalla parete la velocità vale 1,5 m/s. Quanto vale la velocità in corrispondenza dell'asse della tubazione?

Analisi In regime laminare, il profilo di velocità è esprimibile con una funzione parabolica del tipo

$$v = v_{\max}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

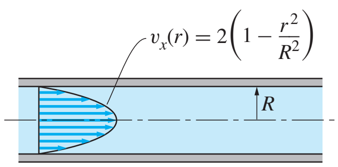
essendo $v_{\max}$ la velocità massima, che si ha in corrispondenza dell'asse. Sostituendo il valore dato, si ha

$$v_{R/2} = v_{\max}\left(1 - \frac{(R/2)^2}{R^2}\right) = v_{\max}\left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}\,v_{\max}$$

da cui

$$v_{\max} = \frac{4}{3}\,v_{R/2} = \frac{4}{3} \times 1{,}5 = 2 \text{ m/s}$$

8.32 In una tubazione del diametro di 40 mm, in regime di moto laminare, il profilo di velocità è dato dalla relazione $v_x(r) = 2(1 - r^2/R^2)$ m/s. Calcolare la velocità media, la velocità massima e la portata.



Analisi In regime laminare, il profilo di velocità è esprimibile con una funzione parabolica del tipo

$$v = v_{\max}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

Confrontando con l'espressione assegnata

$$v_x(r) = 2\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

si ha

$$v_{\max} = 2 \text{ m/s}$$

Per la 8.18 la velocità media è

$$V = \frac{v_{\max}}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ m/s}$$

per cui la portata risulta

$$Q = VA = V\frac{\pi D^2}{4} = 1 \times \frac{\pi \times 0{,}040^2}{4} = 0{,}00126 \text{ m}^3/\text{s}$$

8.33 Risolvere il problema precedente per una tubazione del diametro di 100 mm.

Analisi I valori di velocità massima e velocità media risultano uguali a quelli del problema precedente. Il diametro è invece pari a $100/40 = 2{,}5$ volte il diametro del problema precedente. Poiché la portata, a parità di velocità media, è funzione del quadrato del diametro, la nuova portata è pari a $2{,}5^2 = 6{,}25$ volte quella precedente. Infatti, si ha

$$Q = VA = V\frac{\pi D^2}{4} = 1 \times \frac{\pi \times 0{,}100^2}{4} = 0{,}00785 \text{ m}^3/\text{s}$$

8.34 In una tubazione del diametro di 400 mm defluisce olio, di densità $\rho = 894$ kg/m^3 e viscosità $\mu = 2{,}33$ Pa · s, con una velocità media di 0,5 m/s. Calcolare la potenza richiesta per mantenere il moto in un tratto di tubazione lungo 300 m.

Analisi La potenza richiesta è uguale a quella dissipata tra le due sezioni di estremità della tubazione ed è, quindi, pari al prodotto della portata in peso per la perdita di carico ΔH tra le due sezioni. Essendo

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{894 \times 0{,}5 \times 0{,}400}{2{,}33} = 76{,}7 < 2\,300$$

il moto è laminare. In tal caso, l'indice di resistenza è espresso dalla 8.34

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}}$$

per cui, esprimendo la cadente J con la 8.32 (*formula di Darcy-Weisbach*), si ha

$$J = \lambda \frac{V^2}{2gD} = \frac{64}{\text{Re}} \frac{V^2}{2gD} = \frac{64}{76{,}7} \times \frac{0{,}5^2}{2 \times 9,81 \times 0{,}400} = 0{,}0266$$

Pertanto, la perdita di carico tra le sezioni di estremità della tubazione è

$$\Delta H = JL = 0{,}0266 \times 300 = 7{,}98 \text{ m}$$

Essendo la portata

$$Q = VA = V\frac{\pi D^2}{4} = 0{,}5 \times \frac{\pi \times 0{,}400^2}{4} = 0{,}0628 \text{ m}^3/\text{s}$$

la potenza necessaria per mantenere il moto è

$$P_F = \rho g Q \Delta H = 894 \times 9{,}81 \times 0{,}0628 \times 7{,}98 = 4\,400 \text{ W}$$

8.35 In una condotta a sezione quadrata, in regime di moto laminare, di quanto varia la cadente se la velocità media del fluido nella condotta raddoppia?

Analisi In regime laminare, l'indice di resistenza in una condotta a sezione diversa dalla circolare è dato dalla 8.38

$$\lambda = \frac{c_f}{\text{Re}}$$

in cui $c_f = 56{,}9$ è il coefficiente di forma per una sezione quadrata (vedi Tabella 8.1). Introducendo tale espressione nella formula 8.32 di Darcy-Weisbach, la cadente

$$J = \frac{c_f}{\text{Re}} \frac{V^2}{2gD_i} = c_f \frac{\nu}{VD_i} \frac{V^2}{2gD_i} = c_f \frac{\nu V}{2gD_i^2}$$

risulta direttamente proporzionale alla velocità media della corrente. Per una sezione quadrata di lato l, per la quale il diametro idraulico è

$$D_i = 4\frac{A}{C_b} = 4\frac{l^2}{4l} = l$$

risulta

$$J = c_f \frac{\nu V}{2gD_i^2} = c_f \frac{\nu V}{2gl^2}$$

Quindi, se, a parità di tutto il resto, raddoppia la velocità media, raddoppia anche la cadente.

Discussione Il risultato è valido per il moto laminare in generale, indipendentemente dalla forma della sezione trasversale della condotta.

8.36 In un tubo liscio, in regime di moto turbolento, di quanto varia la cadente se la velocità media raddoppia? E in un tubo scabro, in moto puramente turbolento?

Analisi In regime di moto turbolento in tubo liscio, per Re $< 10^5$ l'indice di resistenza può essere espresso con la 8.83 (*formula di Blasius*)

$$\lambda = 0{,}316\,\text{Re}^{-0{,}25}$$

per cui la cadente risulta

$$J = \lambda\,\frac{V^2}{2gD} = 0{,}316\left(\frac{\rho V D}{\mu}\right)^{-0{,}25}\frac{V^2}{2gD} = 0{,}316\,\frac{\nu^{0{,}25}}{2g}\,\frac{V^{1{,}75}}{D^{1{,}25}}$$

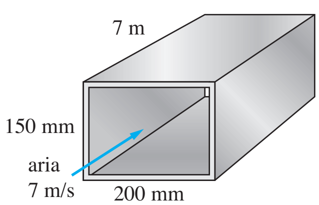
proporzionale alla potenza 1,75 della velocità. Pertanto, se la velocità raddoppia, la cadente aumenta di un fattore $2^{1{,}75} = 3{,}36$. In generale, in regime di moto turbolento in tubo liscio, l'indice di resistenza è espresso dalla 8.56 (*formula di Prandtl-von Kármán*)

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\frac{2{,}51}{\text{Re}\sqrt{\lambda}}$$

In tal caso, non è possibile esprimere in forma esplicita la legge di variazione della cadente con la velocità. Poiché, però, all'aumentare della velocità e quindi del numero di Reynolds l'indice di resistenza diminuisce con una potenza di Re avente esponente compreso tra $-0{,}25$ (formula di Blasius) e 0 (λ indipendente da Re - moto puramente turbolento), si può affermare che, al crescere della velocità, nel moto turbolento in tubo liscio, la cadente è proporzionale ad una potenza della velocità avente esponente compreso tra 1,75 (Re $< 10^5$) e 2 (per Re molto grande). In realtà, se il tubo è liscio, la condizione di moto puramente turbolento non viene raggiunta neanche per Re molto grandi.
In moto puramente turbolento, l'indice di resistenza non dipende dal numero di Reynolds ma solo dalla scabrezza relativa, essendo

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{1}{3{,}71}\,\frac{\varepsilon}{D}\right)$$

Pertanto, la cadente è proporzionale al quadrato della velocità. Per cui, se questa raddoppia, la cadente aumenta di un fattore $2^2 = 4$.



8.37 In una condotta in acciaio ($\varepsilon = 0{,}045$ mm), lunga 7 m, a sezione rettangolare di 150 mm $\times$ 200 mm, defluisce aria alla pressione di 1 bar ed alla temperatura di 35 °C ($\rho = 1{,}145$ kg/m^3 e $\mu = 1{,}895 \times 10^{-5}$ Pa $\cdot$ s), con una velocità media di 7 m/s. Calcolare la potenza che deve avere una ventola per vincere le perdite.

Analisi La potenza richiesta è uguale a quella dissipata tra le due sezioni di estremità della condotta ed è, quindi, pari al prodotto della portata in peso per la perdita di carico ΔH tra le due sezioni. Essendo

$$D_i = 4\,\frac{A}{C_b} = 4 \times \frac{0{,}200 \times 0{,}150}{2 \times (0{,}200 + 0{,}150)} = 0{,}171 \text{ m}$$

risulta

$$\text{Re} = \frac{\rho V D_i}{\mu} = \frac{1{,}145 \times 7 \times 0{,}171}{1{,}895 \times 10^{-5}} = 72\,300 > 2\,300$$

per cui il moto è turbolento. In tal caso, l'indice di resistenza è espresso dalla 8.64 (*formula di Colebrook*)

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{2{,}51}{\text{Re}\sqrt{\lambda}} + \frac{1}{3{,}71}\,\frac{\varepsilon}{D}\right)$$

che, essendo noti i valori di Re e di ε/D, può essere risolta utilizzando la formula ricorsiva 8.67

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{i+1}}} = -2\log\left(\frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71}\,\frac{\varepsilon}{D}\right) = $$
$$= -2\log\left(\frac{2{,}51}{72\,300 \times \sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71} \times \frac{0{,}045}{171}\right)$$

che, assumendo come valore iniziale quello che si ottiene annullando il primo addendo dell'argomento del logaritmo, fornisce, nell'ordine, i valori: 0,0145 - 0,0211 - 0,0203 - 0,0204 - 0,0204. In alternativa, la formula interpolare 8.65 fornisce direttamente il valore 0,0204. Per la 8.32 (*formula di Darcy-Weisbach*), la cadente J risulta

$$J = \lambda\,\frac{V^2}{2gD} = 0{,}0204 \times \frac{7^2}{2 \times 9{,}81 \times 0{,}171} = 0{,}298$$

Pertanto, la perdita di carico tra le sezioni di estremità della tubazione è

$$\Delta H = JL = 0{,}298 \times 7 = 2{,}08 \text{ m}$$

Essendo la portata

$$Q = VA = 7 \times 0{,}200 \times 0{,}150 = 0{,}210 \text{ m}^3/\text{s}$$

la potenza necessaria per mantenere il moto è

$$P_F = \rho g Q \Delta H = 1{,}145 \times 9{,}81 \times 0{,}210 \times 2{,}08 = 4{,}91 \text{ W}$$

8.38 In una tubazione di rame ($\varepsilon = 0{,}0015$ mm), del diametro di 20 mm, lunga 100 m, defluisce acqua a 15 °C ($\rho = 999{,}1$ kg/m^3 e $\mu = 1{,}138 \times 10^{-3}$ Pa · s), con una portata di 0,5 l/s. Calcolare la potenza necessaria per mantenere il moto.

Analisi La potenza necessaria per mantenere il moto è uguale a quella dissipata tra le due sezioni di estremità della condotta ed è, quindi, pari al prodotto della portata in peso per la perdita di carico ΔH tra le due sezioni. Essendo

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho VD}{\mu} = \frac{4\rho Q}{\mu\pi D} = \frac{4 \times 999{,}1 \times 0{,}0005}{1{,}138 \times 10^{-3} \times \pi \times 0{,}020} = 28\,000 > 2\,300$$

il moto è turbolento. In tal caso, l'indice di resistenza è espresso dalla 8.64 (*formula di Colebrook*)

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}} + \frac{1}{3{,}71}\,\frac{\varepsilon}{D}\right)$$

che, essendo noti i valori di Re e di ε/D, può essere risolta utilizzando la formula ricorsiva 8.67

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{i+1}}} = -2\log\left(\frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71}\,\frac{\varepsilon}{D}\right) = $$
$$= -2\log\left(\frac{2{,}51}{28\,000 \times \sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71} \times \frac{0{,}0015}{20}\right)$$

che, assumendo come valore iniziale quello che si ottiene annullando il primo addendo dell'argomento del logaritmo, fornisce, nell'ordine, i valori: 0,0113 - 0,0266 - 0,0238 - 0,0241 - 0,0241. In alternativa, la formula approssimata 8.65 fornisce direttamente il valore 0,0241. Per la 8.32 (*formula di Darcy-Weisbach*), la cadente J risulta

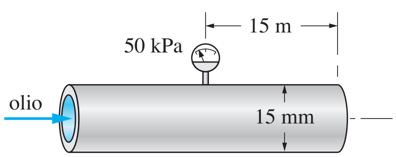
$$J = \lambda \frac{V^2}{2gD} = \frac{8\lambda Q^2}{g\pi^2 D^5} = \frac{8 \times 0{,}0241 \times 0{,}0005^2}{9{,}81 \times \pi^2 \times 0{,}020^5} = 0{,}156$$

Pertanto, la perdita di carico tra le sezioni di estremità della tubazione è

$$\Delta H = JL = 0{,}156 \times 100 = 15{,}6 \text{ m}$$

La potenza necessaria per vincere tale perdita è

$$P_F = \rho g Q \Delta H = 999{,}1 \times 9{,}81 \times 0{,}0005 \times 15{,}6 = 76{,}4 \text{ W}$$



8.39 Da una tubazione, del diametro di 15 mm, defluisce in atmosfera olio di densità ρ = 876 kg/m^3 e viscosità μ = 0,24 Pa · s. In una sezione a 15 m dallo sbocco, la pressione relativa vale 50 kPa. Calcolare la portata nella tubazione quando il suo asse è (*a*) orizzontale, (*b*) inclinato di 8° verso l'alto e (*c*) inclinato di 8° verso il basso.

Analisi Essendo la tubazione di piccolo diametro ed il fluido piuttosto viscoso, è ragionevole ipotizzare che il regime di moto possa essere laminare. In tal caso, per la 8.25, essendo θ l'angolo che l'asse della tubazione forma con l'orizzontale, si ha

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\pi}{128} \frac{(\Delta p - \rho g L \operatorname{sen}\theta)}{\mu L} D^4 = \\ &= \frac{\pi \times 0{,}015^4}{128 \times 0{,}24 \times 15} \times (50\,000 - 876 \times 9{,}81 \times 15 \times \operatorname{sen}\theta) = \\ &= (0{,}01726 - 0{,}04449 \times \operatorname{sen}\theta) \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} \end{aligned}$$

(a) tubazione orizzontale: $\theta = 0°$

$$Q = (0{,}01726 - 0{,}04449 \times \operatorname{sen} 0°) \times 10^{-3} = 0{,}0173 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

(b) tubazione inclinata verso l'alto: $\theta = 8°$

$$Q = (0{,}01726 - 0{,}04449 \times \operatorname{sen} 8°) \times 10^{-3} = 0{,}0111 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

(c) tubazione inclinata verso il basso: $\theta = -8°$

$$Q = \left[(0{,}01726 - 0{,}04449 \times \operatorname{sen}(-8°)\right] \times 10^{-3} = 0{,}0234 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

L'ipotesi di moto laminare è verificata in tutti e tre i casi perché il numero di Reynolds massimo, che è quello relativo al caso in cui la portata è la massima, è

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{4\rho Q}{\mu \pi D} = \frac{4 \times 876 \times 0{,}0234 \times 10^{-3}}{0{,}24 \times \pi \times 0{,}015} = 7{,}25 < 2\,300$$

Discussione Il moto è mantenuto dalla differenza di quota piezometrica. La gravità non ha, ovviamente, alcuna influenza sul moto in una tubazione orizzontale, mentre, a parità di Δp, favorisce o ostacola il moto, rispettivamente, quando la tubazione è inclinata verso il basso o verso l'alto.

8.40 In una tubazione orizzontale del diametro di 20 mm defluisce in atmosfera glicerina di densità ρ= 1 252 kg/m^3 e viscosità $\mu = 0{,}27$ Pa $\cdot$ s, con una portata di 0,035 l/s. Calcolare (a) la pressione relativa a una distanza di 25 m dallo sbocco e (b) l'inclinazione verso il basso che deve avere la tubazione, affinché con la stessa portata la pressione al suo interno sia ovunque pari alla pressione atmosferica.

Analisi (a) Essendo

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{4\rho Q}{\mu\pi D} = \frac{4 \times 1\,252 \times 0{,}035 \times 10^{-3}}{0{,}27 \times \pi \times 0{,}020} = 10{,}3 < 2\,300$$

il moto è laminare. In tal caso, essendo θ l'angolo che l'asse della tubazione forma con l'orizzontale e Δp la differenza di pressione tra due sezioni a distanza L, vale la 8.25

$$Q = \frac{\pi}{128}\,\frac{(\Delta p - \rho g L \operatorname{sen}\theta)}{\mu L}\,D^4$$

da cui, essendo $\theta = 0$,

$$\Delta p = 128\,\frac{Q\mu L}{\pi D^4} = 128 \times \frac{0{,}035 \times 10^{-3} \times 0{,}27 \times 25}{\pi \times 0{,}020^4} = 60\,200 \text{ Pa}$$

Poiché lo sbocco è in atmosfera la pressione relativa p_s nella sezione di sbocco è nulla, per cui la pressione relativa p nella sezione a distanza L dallo sbocco vale

$$p = p_s + \Delta p = 0 + \Delta p = 60\,200 \text{ Pa}$$

(b) Se la tubazione è inclinata, dalla 8.25 si ha

$$\Delta p = 128\,\frac{Q\mu L}{\pi D^4} + \rho g L \operatorname{sen}\theta$$

per cui l'inclinazione per la quale la pressione relativa è ovunque nulla (cioè $\Delta p = 0$), risulta

$$\operatorname{sen}\theta = -128\frac{Q\mu}{\rho g\pi D^4} = -128 \times \frac{0{,}035 \times 10^{-3} \times 0{,}27}{1\,252 \times 9{,}81 \times \pi \times 0{,}020^4} = -0{,}196$$

da cui

$$\theta = \operatorname{arcsen}(-0{,}196) = -11{,}3°$$

8.41 In un impianto di condizionamento, in una condotta di acciaio ($\varepsilon =$ 0,045 mm) rettangolare di 200 mm $\times$ 300 mm viene convogliata aria calda alla temperatura di 40 °C ad una pressione di 105 kPa ($\rho = 1{,}169$ kg/m^3 e $\mu = 1{,}918 \times 10^{-5}$ Pa $\cdot$ s), con una portata di 0,5 m^3/s. Calcolare la caduta di pressione e la perdita di carico in un tratto lungo 40 m.

Analisi Essendo

$$D_i = 4\,\frac{A}{C_b} = 4 \times \frac{0{,}200 \times 0{,}300}{2 \times (0{,}200 + 0{,}300)} = 0{,}240 \text{ m}$$

e

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0{,}5}{0{,}200 \times 0{,}300} = 8{,}33\,\text{m/s}$$

risulta

$$\text{Re} = \frac{\rho V D_i}{\mu} = \frac{1{,}169 \times 8{,}33 \times 0{,}240}{1{,}918 \times 10^{-5}} = 122\,000 > 2\,300$$

per cui il moto è turbolento. In tal caso, l'indice di resistenza è espresso dalla 8.64 (*formula di Colebrook*)

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{2{,}51}{\text{Re}\sqrt{\lambda}} + \frac{1}{3{,}71}\,\frac{\varepsilon}{D}\right)$$

che, essendo noti i valori di Re e di ε/D, può essere risolta utilizzando la formula ricorsiva 8.67

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{\lambda_{i+1}}} &= -2\log\left(\frac{2{,}51}{\text{Re}\sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71}\,\frac{\varepsilon}{D}\right) = \\ &= -2\log\left(\frac{2{,}51}{122\,000 \times \sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71} \times \frac{0{,}045}{240}\right)\end{aligned}$$

che, assumendo come valore iniziale quello che si ottiene annullando il primo addendo dell'argomento del logaritmo, fornisce, nell'ordine, i valori: 0,0135 - 0,0188 - 0,0183 - 0,0183. In alternativa, la formula approssimata 8.65 fornisce direttamente il valore 0,0183. Per la 8.32 (*formula di Darcy-Weisbach*), la cadente J risulta

$$J = \lambda\,\frac{V^2}{2gD_i} = 0{,}0183 \times \frac{8{,}33^2}{2 \times 9{,}81 \times 0{,}240} = 0{,}270$$

Pertanto, la perdita di carico in un tratto di lunghezza $L = 40$ m è

$$\Delta H = JL = 0{,}270 \times 40 = 10{,}8 \text{ m}$$

Tale perdita è pari alla differenza tra i carichi totali nelle sezioni 1 e 2 alle estremità del tratto

$$\Delta H = H_1 - H_2 = \left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}\right)$$

Poiché, trattandosi di fluido di piccolo peso specifico, l'effetto della differenza tra le quote geodetiche è trascurabile e le altezze cinetiche sono uguali, si ha

$$\Delta H = H_1 - H_2 \cong \frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} = \frac{\Delta p}{\rho g}$$

da cui

$$\Delta p \cong \rho g \Delta H = 1{,}169 \times 9{,}81 \times 10{,}8 = 124\,\text{Pa}$$

8.42 In una tubazione orizzontale, del diametro di 50 mm, defluisce glicerina di densità $\rho = 1\,252$ kg/m^3 e viscosità $\mu = 0{,}27$ Pa · s, con una velocità media di 3,5 m/s. Calcolare la caduta di pressione in un tratto lungo 10 m.

Analisi Essendo

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{1\,252 \times 3{,}5 \times 0{,}050}{0{,}27} = 811 < 2\,300$$

il moto è laminare. In tal caso, l'indice di resistenza è espresso dalla 8.34

$$\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}}$$

per cui, esprimendo la cadente J con la 8.32 (*formula di Darcy-Weisbach*), si ha

$$J = \lambda \frac{V^2}{2gD} = \frac{64}{\mathrm{Re}} \frac{V^2}{2gD} = \frac{64}{811} \times \frac{3{,}5^2}{2 \times 9{,}81 \times 0{,}050} = 0{,}985$$

Pertanto, la perdita di carico in un tratto di tubazione di lunghezza $L = 10$ m è

$$\Delta H = JL = 0{,}985 \times 10 = 9{,}85 \text{ m}$$

Essendo la tubazione orizzontale e a sezione costante per cui $V =$ costante, la caduta di pressione è

$$\Delta p = \rho g \Delta H = 1\,252 \times 9{,}81 \times 9{,}85 = 121\,000 \text{ Pa}$$

8.43 In una tubazione di rame (ε = 0,0015 mm), del diametro di 5 mm, lunga 30 m, defluisce ammoniaca liquida alla temperatura di −20 °C ($\rho = 665{,}1$ kg/m^3 e $\mu = 2{,}361 \times 10^{-4}$ Pa · s), con una portata di 0,05 kg/s. Calcolare la perdita di carico e la potenza necessaria per vincere le perdite nella tubazione.

Analisi La potenza necessaria è pari al prodotto della portata in peso gQ_m per la perdita di carico ΔH tra le due sezioni. Essendo

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{4 Q_m}{\mu \pi D} = \frac{4 \times 0{,}05}{2{,}361 \times 10^{-4} \times \pi \times 0{,}005} = 54\,000 > 2\,300$$

il moto è turbolento. In tal caso, l'indice di resistenza, espresso dalla 8.64 (*formula di Colebrook*), essendo noti i valori di Re e di ε/D, può essere calcolato utilizzando la formula ricorsiva 8.67

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{i+1}}} = -2 \log \left(\frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71} \frac{\varepsilon}{D} \right) =$$
$$= -2 \log \left(\frac{2{,}51}{54\,000 \times \sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71} \times \frac{0{,}0015}{5} \right)$$

che, assumendo come valore iniziale quello che si ottiene annullando il primo addendo dell'argomento del logaritmo, fornisce, nell'ordine, i valori: 0,0149 - 0,0225 - 0,0215 - 0,0216 - 0,0216. In alternativa, la formula approssimata 8.65 fornisce direttamente il valore 0,0217. Per la 8.32, la cadente J risulta

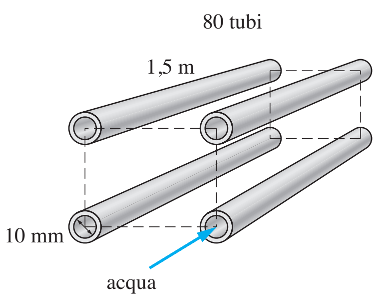
$$J = \lambda \frac{V^2}{2gD} = \frac{8 \lambda Q_m^2}{\rho^2 g \pi^2 D^5} = \frac{8 \times 0{,}0216 \times 0{,}05^2}{665{,}1^2 \times 9{,}81 \times \pi^2 \times 0{,}005^5} = 3{,}23$$

Pertanto, la perdita di carico tra le sezioni di estremità della tubazione è

$$\Delta H = JL = 3{,}23 \times 30 = 96{,}9 \text{ m}$$

e la potenza necessaria per vincere tale perdita è

$$P_F = gQ_m\Delta H = 9{,}81 \times 0{,}05 \times 96{,}9 = 47{,}5 \text{ W}$$



8.44 Uno scambiatore di calore a fascio tubiero, costituito da 80 tubicini di ottone ($\varepsilon = 0{,}0015$ mm), del diametro di 10 mm e lunghezza di 1,5 m, trasferisce calore all'acqua che scorre nei tubicini a 60 °C ($\rho = 983{,}3$ kg/m^3 e $\mu = 0{,}467 \times 10^{-3}$ Pa·s), con una portata di 15 l/s. Calcolare la perdita di carico in ciascun tubicino e la potenza richiesta per mantenere il moto all'interno del fascio tubiero. Calcolare, inoltre, qual è la riduzione, in percentuale, della portata d'acqua nei tubicini, mantenendo costante la potenza, se, dopo un lungo periodo di funzionamento, si formano sulle superfici interne delle incrostazioni a cui corrisponde una scabrezza equivalente di 0,4 mm.

Analisi Trattandosi di tubi in parallelo, la portata totale Q è la somma delle portate nei singoli tubi mentre la perdita di carico è la stessa in ciascuna tubazione. Poiché i tubi hanno tutti le stesse caratteristiche (scabrezza, diametro e lunghezza), la portata q in ciascun tubicino risulta

$$q = \frac{Q}{n} = \frac{15}{80} = 0{,}1875 \text{ l/s}$$

Essendo

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{4\rho q}{\mu\pi D} = \frac{4 \times 983{,}3 \times 0{,}1875 \times 10^{-3}}{0{,}467 \times 10^{-3} \times \pi \times 0{,}010} = 50\,300 > 2\,300$$

il moto è turbolento. In tal caso, l'indice di resistenza, espresso dalla 8.64 (*formula di Colebrook*), essendo noti i valori di Re e di ε/D, può essere calcolato utilizzando la formula ricorsiva 8.67

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{i+1}}} = -2\log\left(\frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71}\frac{\varepsilon}{D}\right) =$$
$$= -2\log\left(\frac{2{,}51}{50\,300 \times \sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71} \times \frac{0{,}0015}{10}\right)$$

che, assumendo come valore iniziale quello che si ottiene annullando il primo addendo dell'argomento del logaritmo, fornisce, nell'ordine, i valori: 0,0130 - 0,0227 - 0,0213 - 0,0214 - 0,0214. In alternativa, la formula approssimata 8.65 fornisce direttamente il valore 0,0214. Per la 8.32 (*formula di Darcy-Weisbach*), la cadente J risulta

$$J = \lambda\frac{V^2}{2gD} = \frac{8\lambda q^2}{g\pi^2 D^5} = \frac{8 \times 0{,}0214 \times 0{,}1875^2 \times 10^{-6}}{9{,}81 \times \pi^2 \times 0{,}010^5} = 0{,}622$$

La perdita di carico tra le sezioni di estremità risulta pertanto

$$\Delta H = JL = 0{,}622 \times 1{,}5 = 0{,}933 \text{ m}$$

La potenza richiesta per mantenere il moto all'interno del fascio tubiero è la somma della potenza dissipata nei singoli tubi, per cui

$$P_F = n\rho g q \Delta H = \rho g Q \Delta H = 983{,}3 \times 9{,}81 \times 0{,}015 \times 0{,}933 = 135 \text{ W}$$

Al variare della scabrezza dei tubicini, rimanendo costante la potenza, rimane costante anche il prodotto

$$Q\Delta H = \frac{P_F}{\rho g}$$

Indicando col pedice 1 i valori che le varie grandezze assumono a seguito dell'aumento della scabrezza, si ha

$$Q\Delta H = Q_1 \Delta H_1 = Q_1 J_1 L = Q_1 \frac{8\lambda_1 q_1^2}{g\pi^2 D^5} L = \frac{8L}{n^2 g\pi^2 D^5} \lambda_1 Q_1^3 = \frac{P_F}{\rho g}$$

da cui

$$Q_1 = \left(\frac{P_F}{\rho g} \frac{n^2 g \pi^2 D^5}{8L} \frac{1}{\lambda_1}\right)^{1/3} =$$

$$= \left(\frac{135}{983{,}3 \times 9{,}81} \times \frac{80^2 \times 9{,}81 \times \pi^2 \times 0{,}010^5}{8 \times 1{,}5}\right)^{1/3} \lambda_1^{-1/3} =$$

$$= 0{,}004164\, \lambda_1^{-1/3}$$

Se, considerato l'elevato valore della scabrezza relativa, si ipotizza che il moto sia puramente turbolento, vale la 8.57

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} = -2\log\left(\frac{1}{3{,}71}\frac{\varepsilon_1}{D}\right) = -2\log\left(\frac{1}{3{,}71} \times \frac{0{,}4}{10}\right)$$

da cui $\lambda_1 = 0{,}0646$. Introducendo tale valore nell'espressione della portata, si ha

$$Q_1 = 0{,}004164\, \lambda_1^{-1/3} = 0{,}004164 \times 0{,}0646^{-1/3} = 0{,}0104 \text{ m}^3/\text{s}$$

a cui corrisponde un numero di Reynolds

$$\text{Re}_1 = \frac{4\rho q_1}{\mu \pi D} = \frac{4\rho Q_1}{n\mu\pi D} = \frac{4 \times 983{,}3 \times 0{,}0104}{80 \times 0{,}467 \times 10^{-3} \times \pi \times 0{,}010} = 34\,900$$

Secondo la 8.63 perché il moto sia puramente turbolento deve essere

$$\text{Re} \geq \frac{400}{\varepsilon/D} \log\left(\frac{3{,}71}{\varepsilon/D}\right) = \frac{400}{0{,}4/10} \log\left(\frac{3{,}71}{0{,}4/10}\right) = 19\,700$$

Pertanto, l'ipotesi di moto puramente turbolento può ritenersi soddisfatta. Quindi, a parità di potenza dissipata, la riduzione di portata che si ha per effetto dell'aumento di scabrezza è

$$\Delta Q = \frac{Q - Q_1}{Q} = \frac{15 - 10{,}4}{15} = 0{,}307$$

Discussione Per quanto l'aumento di scabrezza (da 0,0015 a 0,4 mm) sia molto elevato, la riduzione di portata è solo del 30,7%.

Perdite localizzate

8.45 Cosa sono le perdite localizzate in una corrente in pressione? Com'è definito il coefficiente K?

Analisi Le perdite localizzate sono le perdite causate dalla presenza di singolarità, quali valvole, gomiti, curve, pezzi speciali, imbocchi, sbocchi, allargamenti, restringimenti, ... Trattandosi di fenomeni dissipativi di tipo turbolento, la generica perdita di carico localizzata ΔH è esprimibile in funzione del quadrato della velocità media come

$$\Delta H = K \frac{V^2}{2g}$$

essendo K un coefficiente sperimentale, dipendente soprattutto dalla geometria del campo di moto.

8.46 Cos'è la lunghezza equivalente usata per esprimere le perdite localizzate in una corrente in pressione? In che relazione è con il coefficiente K?

Analisi La lunghezza equivalente L_e è definita come la lunghezza del tronco di tubazione che causa una perdita continua uguale a quella localizzata. Eguagliando la perdita continua di un tratto di tubazione di lunghezza L_e alla perdita localizzata, si ha

$$J L_e = \lambda \frac{V^2}{2gD} L_e = K \frac{V^2}{2g}$$

da cui

$$L_e = \frac{K}{\lambda} D$$

La perdita localizzata può, pertanto, essere messa in conto nel calcolo delle perdite continue semplicemente incrementando di L_e la lunghezza effettiva della tubazione.

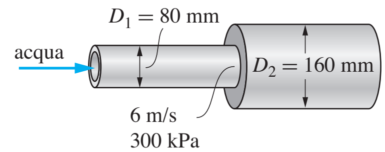
8.47 Arrotondare l'imbocco di una tubazione che effetto ha sul coefficiente della corrispondente perdita? Trascurabile, significativo o molto significativo?

Analisi In un imbocco a spigolo vivo, la perdita localizzata è pari alla metà dell'altezza cinetica della corrente ($K = 0{,}5$). Se l'imbocco viene arrotondato, la perdita di carico è funzione del rapporto tra il raggio di curvatura r del raccordo e il diametro D della tubazione. Per $r/D > 0{,}20$ la perdita è praticamente nulla. Pertanto, arrotondare l'imbocco di una tubazione ha un effetto molto significativo sulla riduzione della corrispondente perdita.

8.48 In un allargamento graduale di sezione (divergente) la perdita é maggiore che in un restringimento graduale (convergente). Perché?

Analisi Le perdite nei divergenti sono maggiori di quelle nei convergenti perché nei primi i fenomeni di distacco di vena sono più accentuati.

8.49 In una tubazione ad asse orizzontale il diametro aumenta bruscamente da $D_1 = 80$ mm a $D_2 = 160$ mm. Essendo $V_1 = 6$ m/s e $p_1 = 300$ kPa e $\alpha_1 = \alpha_2 = 1{,}06$, calcolare la pressione p_2 a valle del brusco allargamento e stimare l'errore che si commette trascurando la perdita di carico localizzata.



Analisi Tra una sezione 1 subito a monte del brusco allargamento e la prima sezione 2 a valle di esso nella quale le traiettorie sono di nuovo sensibilmente rettilinee e parallele, si ha

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + \Delta H$$

da cui, essendo la tubazione orizzontale e $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$,

$$p_2 = p_1 + \rho\alpha \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} - \rho g \Delta H$$

Per l'equazione di continuità 5.26, si ha

$$V_2 = V_1 \frac{A_1}{A_2} = V_1 \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 = 6 \times \left(\frac{80}{160}\right)^2 = 1{,}5 \text{ m/s}$$

per cui la perdita di carico per brusco allargamento, per la 8.88, risulta

$$\Delta H = \alpha \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} = 1{,}06 \times \frac{(6 - 1{,}5)^2}{2 \times 9{,}81} = 1{,}09 \text{ m}$$

Conseguentemente, essendo la densità dell'acqua $\rho = 1\,000$ kg/m^3, si ha

$$p_2 = p_1 + \rho\alpha \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} - \rho g \Delta H =$$
$$= 300\,000 + 1\,000 \times \left(1{,}06 \times \frac{6^2 - 1{,}5^2}{2} - 9{,}81 \times 1{,}09\right) = 307\,000 \text{ Pa}$$

Trascurando la perdita di carico localizzata, la pressione risulterebbe

$$p_2 = p_1 + \rho\alpha \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} =$$
$$= 300\,000 + 1\,000 \times 1{,}06 \times \frac{6^2 - 1{,}5^2}{2} = 318\,000 \text{ Pa}$$

cioè sarebbe maggiore di 11 kPa, con un errore del 3,6%.

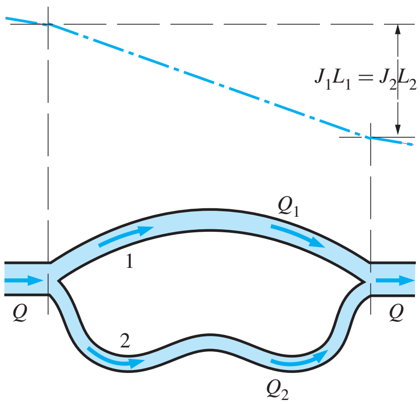
Reti di distribuzione

8.50 In una rete in pressione ci sono due tratti, di diverso diametro e uguale lunghezza e scabrezza, collegati in serie. Confrontare le portate e le perdite di carico nei due tratti.

Analisi Per l'equazione di continuità, nelle due tubazioni collegate in serie la portata è la stessa, mentre, essendo in ciascun tratto

$$\Delta H = JL = \lambda \frac{V^2}{2gD} L = \frac{8\lambda Q^2}{g\pi^2 D^5} L$$

la perdita di carico è notevolmente maggiore nel tratto a diametro minore.



8.51 In una rete in pressione ci sono due tratti, di diverso diametro e uguale lunghezza e scabrezza, collegati in parallelo. Confrontare le portate e le perdite di carico nei due tratti.

Analisi In due tubazioni 1 e 2 collegate in parallelo, la portata totale Q si ripartisce nelle due tubazioni per cui

$$Q = Q_1 + Q_2$$

mentre la perdita di carico è la stessa in ciascuna tubazione, in quanto i carichi nei nodi da cui esse si dipartono e si ricongiungono sono gli stessi per ambedue le tubazioni. Pertanto, si ha

$$J_1 L_1 = J_2 L_2$$

ed esplicitando le cadenti

$$\frac{8\lambda_1 Q_1^2}{g\pi^2 D_1^5} L_1 = \frac{8\lambda_2 Q_2^2}{g\pi^2 D_2^5} L_2$$

da cui la 8.104

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \sqrt{\frac{\lambda_2 L_2}{\lambda_1 L_1}\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^5}$$

Se i due tratti hanno la stessa lunghezza, trascurando la dipendenza dell'indice di resistenza dal diametro, la portata di ciascuna tubazione è proporzionale al diametro elevato a 5/2 e, pertanto, risulta maggiore nel tratto a diametro maggiore.

8.52 In una rete in pressione ci sono due tratti, dello stesso diametro e diversa lunghezza, collegati in parallelo. Confrontare le perdite di carico nei due tratti.

Analisi Il carico nel nodo da cui si dipartono le due tubazioni è lo stesso per ambedue le tubazioni così come il carico nel nodo in cui esse si ricongiungono. Pertanto, la perdita di carico nei due tratti è la stessa.

8.53 È corretto affermare che in un impianto di sollevamento da un serbatoio a quota inferiore a uno a quota superiore, se le perdite sono trascurabili, la prevalenza della pompa è pari al dislivello geodetico tra le superfici libere dei serbatoi?

Analisi Si. Per la 5.108, tra un punto nel serbatoio di monte la cui superficie libera è a quota z_m e un punto in quello di valle la cui superficie libera è a quota $z_v = z_m + Y$, essendo ΔH_P la prevalenza della pompa, vale la 8.108

$$\Delta H_P = z_v - z_m + \Delta H_d = Y + \Delta H_d$$

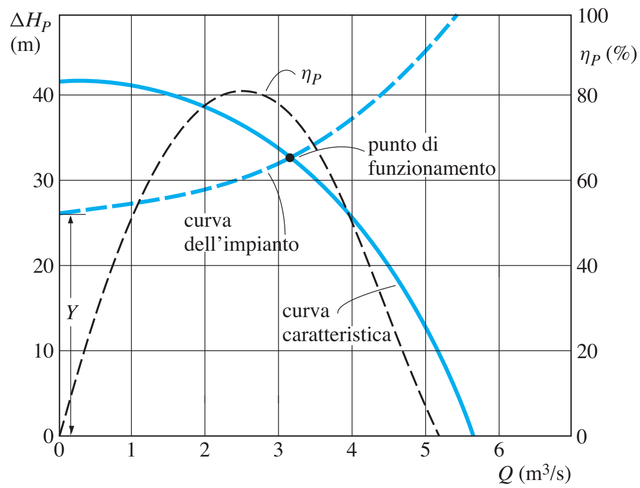
Pertanto, la prevalenza della pompa è pari alla somma del dislivello geodetico Y tra le superfici libere dei due serbatoi e delle perdite di carico ΔH_d nelle tubazioni. Quindi, se le perdite sono trascurabili, la prevalenza della pompa è pari al dislivello geodetico Y.

8.54 Cos'è il punto di funzionamento di un impianto di sollevamento?

Analisi In un diagramma portata-prevalenza, il *punto di funzionamento* è il punto in cui si intersecano la curva dell'impianto e la curva caratteristica della pompa. Pertanto, le sue coordinate corrispondono ai valori di portata sollevata e di prevalenza richiesti dall'impianto e, allo stesso tempo, forniti dalla pompa.

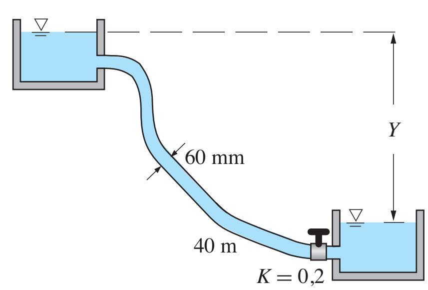
8.55 Con riferimento a un impianto di sollevamento, definire, nel diagramma prevalenza-portata, la curva dell'impianto, la curva caratteristica e il punto di funzionamento.

Analisi Per un impianto assegnato, riportando in un grafico, in ordinata, la prevalenza totale ΔH_P in funzione della portata Q si ottiene una curva, avente la concavità verso l'alto, chiamata *curva dell'impianto* (o *della domanda*). Il comportamento della pompa, cioè l'energia che essa è in grado di fornire all'unità di peso di fluido in funzione della portata Q, è rappresentato nello stesso grafico mediante una curva sperimentale, che prende il nome di *curva caratteristica*.



I valori di portata e di prevalenza che si stabiliscono nell'impianto sono individuati dal punto di intersezione tra la curva dell'impianto e la curva caratteristica, chiamato *punto di funzionamento*. In questo punto, infatti, la prevalenza fornita dalla pompa eguaglia quella richiesta dal sistema per quella portata.

8.56 Tra due serbatoi, collegati da una tubazione di ghisa ($\varepsilon = 0{,}25$ mm), del diametro di 60 mm, lunga 40 m, nella quale è presente una saracinesca completamente aperta ($K = 0{,}2$), defluisce, per gravità, acqua a 20 °C ($\rho = 998$ kg/m^3 e $\mu = 1{,}002 \times 10^{-3}$ Pa·s), con una portata di 270 l/min. L'imbocco è ben raccordato. Calcolare il dislivello tra le superfici libere dei due serbatoi.



Analisi Per la 5.108, tra un punto nel serbatoio di monte il cui carico è pari alla quota z_m della superficie libera rispetto ad un generico piano di riferimento e un punto in quello di valle il cui carico è pari alla quota $z_v = z_m - Y$ della superficie libera, si ha

$$z_m = z_v + \Delta H_d \tag{1}$$

essendo ΔH_d la somma delle perdite di carico continue e localizzate tra i due punti. Esprimendo la perdita continua con la 8.32 (*formula di Darcy-Weisbach*) e le perdite localizzate nella saracinesca e allo sbocco con la 8.85, si ha

$$\Delta H_d = JL + K\frac{V^2}{2g} + \alpha\frac{V^2}{2g} = \left(\lambda\frac{L}{D} + K + \alpha\right)\frac{V^2}{2g} \tag{2}$$

Conglobando in un unico coefficiente $K_T = K + \alpha$ i coefficienti delle perdite di carico localizzate e introducendo la 2 nella 1, questa diviene

$$z_m - z_v = Y = \Delta H_d = \left(\lambda\frac{L}{D} + K_T\right)\frac{V^2}{2g}$$

Essendo

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi D^2/4} = \frac{0{,}270/60}{\pi \times 0{,}060^2/4} = 1{,}59\ \text{m/s}$$

e

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{998 \times 1{,}59 \times 0{,}060}{1{,}002 \times 10^{-3}} = 95\,000 > 2\,300$$

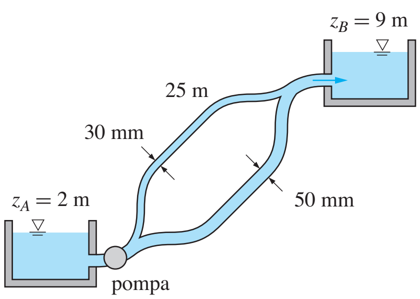
il moto è turbolento. In tal caso, l'indice di resistenza, espresso dalla 8.64 (*formula di Colebrook*), essendo noti i valori di Re e di ε/D, può essere calcolato utilizzando la formula ricorsiva 8.67

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{i+1}}} = -2\log\left(\frac{2{,}51}{\text{Re}\sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71}\frac{\varepsilon}{D}\right) = \\ = -2\log\left(\frac{2{,}51}{95\,000 \times \sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71} \times \frac{0{,}25}{60}\right)$$

che, assumendo come valore iniziale quello che si ottiene annullando il primo addendo dell'argomento del logaritmo, fornisce, nell'ordine, i valori: 0,0287 - 0,0299 - 0,0298 - 0,0298. In alternativa, la formula approssimata 8.65 fornisce direttamente il valore 0,0301 che differisce dal precedente dello 0,9%. Pertanto, assumendo per il coefficiente di Coriolis il valore $\alpha = 1{,}06$ per cui $K_T = 0{,}2 + 1{,}06 = 1{,}26$, si ha

$$Y = \left(\lambda\frac{L}{D} + K_T\right)\frac{V^2}{2g} = \left(0{,}0298 \times \frac{40}{0{,}060} + 1{,}26\right) \times \frac{1{,}59^2}{2 \times 9{,}81} = \\ = (19{,}9 + 1{,}26) \times 0{,}129 = 2{,}73\ \text{m}$$

Discussione In questo caso, le perdite localizzate sono poco meno di 1/16 del totale delle perdite, per cui, trascurandole, si commetterebbe un errore di poco inferiore al 6%.



8.57 Un impianto di sollevamento convoglia acqua a 20 °C ($\rho = 998$ kg/m^3 e $\mu = 1{,}002 \times 10^{-3}$ Pa · s) da un serbatoio più basso a uno più alto, attraverso due tubazioni in plastica ($\varepsilon = 0$), del diametro di 30 mm e di 50 mm, lunghe 25 m, collegate in parallelo. La superficie libera del serbatoio più basso è a quota $z_A = 2$ m; quella del serbatoio più alto è a quota $z_B = 9$ m. Il gruppo pompa-motore ha un rendimento del 68% e, a regime, assorbe 7 kW di potenza elettrica. Le perdite localizzate e quelle continue nei tratti che vanno dai nodi ai serbatoi si possono ritenere trascurabili. Calcolare la portata sollevata e le portate in ciascuna delle due tubazioni in parallelo.

Analisi Essendo $Y = z_B - z_A$ il dislivello geodetico tra la superfici libere dei serbatoi e ΔH_d le perdite di carico lungo uno dei due percorsi possibili tra la pompa e il serbatoio di valle, per la 8.108, la prevalenza totale è

$$\Delta H_P = Y + \Delta H_d$$

Per la 8.109, essendo η_{PM} il rendimento del gruppo pompa-motore e P_E la potenza elettrica assorbita, si ha

$$Q\Delta H_P = \frac{\eta_{PM} P_E}{\rho g}$$

e, introducendo l'espressione di ΔH_P,

$$Q(Y + \Delta H_d) = \frac{\eta_{PM} P_E}{\rho g} \tag{1}$$

equazione nelle due incognite Q e ΔH_d. Essendo trascurabili sia le perdite localizzate che quelle continue nei tratti che vanno dai nodi ai serbatoi, ΔH_d è solamente la perdita di carico continua in una delle due tubazioni in parallelo. La 8.95 scritta per il tratto 2, di diametro $D_2 = 50$ mm, diviene

$$\Delta H_d = J_2 L_2 = \frac{8\lambda_2 Q_2^2}{g\pi^2 D_2^5} L_2 = k Q_2^2 \tag{2}$$

Per la 8.104, la portata nel tratto 1 è

$$Q_1 = Q_2 \sqrt{\frac{\lambda_2 L_2}{\lambda_1 L_1}\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^5} = k_1 Q_2 \tag{3}$$

Inoltre, per la conservazione della massa, si ha

$$Q = Q_2 + Q_1 = Q_2 + k_1 Q_2 + = Q_2\,(1 + k_1) \tag{4}$$

Introducendo la 4 e la 2 nella 1, questa diviene

$$Q_2\,(1 + k_1)(Y + k Q_2^2) = \frac{\eta_{PM} P_E}{\rho g} \tag{5}$$

equazione di terzo grado nell'incognita Q_2. In effetti, i coefficienti k e k_1 sono funzione degli indici di resistenza λ_1 e λ_2 che, a loro volta, sono funzione attraverso il numero di Reynolds delle portate Q_1 e Q_2. La 5 va dunque risolta con un metodo iterativo, in modo tale che il valore dei coefficienti possa essere via via corretto. Svolgendo i prodotti al primo membro, la 5 diviene

$$k(1 + k_1)Q_2^3 + (1 + k)Y Q_2 - \frac{\eta_{PM} P_E}{\rho g} = 0$$

e, più semplicemente, con ovvio significato dei simboli,

$$F(Q_2) = a Q_2^3 + c Q_2 - d = 0 \tag{6}$$

Utilizzando quale metodo iterativo il *metodo di Newton*, il valore dell'incognita Q_2 alla iterazione $i + 1$ è dato dalla formula ricorsiva

$$Q_{2,i+1} = Q_{2,i} - \frac{F(Q_{2,i})}{F'(Q_{2,i})} \tag{7}$$

essendo il termine al denominatore la derivata prima della funzione, per cui

$$F'(Q_2) = 3aQ_2^2 + c \tag{8}$$

Il calcolo può essere condotto assegnando un valore iniziale arbitrario alla portata Q_2 e calcolando

$$\mathrm{Re}_2 = \frac{4\rho Q_2}{\mu\pi D} = \frac{4 \times 998}{1{,}002 \times 10^{-3} \times \pi \times 0{,}050}\,Q_2 = 25{,}38 \times 10^{-6}\,Q_2$$

e l'indice di resistenza λ_2 con la formula interpolare 8.65

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\frac{5.8}{\mathrm{Re}^{0,9}}$$

Con la stessa formula si passa al calcolo dell'indice di resistenza λ_1 del tratto 1, avendo assegnato un valore iniziale arbitrario a Re_1. Conseguentemente, si può passare al calcolo dei coefficienti

$$k = \frac{8L_2}{g\pi^2 D_2^5}\,\lambda_2 = \frac{8 \times 25}{9{,}81 \times \pi^2 \times 0{,}050^5}\,\lambda_2 = 6{,}617 \times 10^{-6}\,\lambda_2$$

$$k_1 = \sqrt{\frac{\lambda_2 L_2}{\lambda_1 L_1}\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^5} = \sqrt{\frac{25}{25} \times \left(\frac{30}{50}\right)^5}\sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}} = 0{,}2789\sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}}$$

$$a = k(1 + k_1)$$

$$c = (1 + k)Y = (1 + k)\,(z_B - z_Z) = 7\,(1 + k)$$

Essendo

$$d = \frac{\eta_{PM} P_E}{\rho g} = \frac{0{,}68 \times 7\,000}{998 \times 9{,}81} = 0{,}4862$$

si possono, infine, calcolare i valori di F con la 6, di F' con la 8, il nuovo valore dell'incognita Q_2 mediante la 7 e la portata Q_1 con la 3. Aggiornati i valori dei coefficienti, si ripete il calcolo arrestandolo quando la differenza tra due valori successivi dell'incognita è trascurabile. Come si può notare dalla tabella sotto riportata, il procedimento converge abbastanza rapidamente. I calcoli sono stati effettuati assumendo i valori iniziali $Q_2 = 10$ l/s e $\mathrm{Re}_1 = 200\,000$.

Q_2 (l/s)	Re_2	λ_2	Q_1 (l/s)	Re_1	λ_1	a	c	F	F'
10,00	253 800	0,01487		200 000	0,01557	125 200	8,908	-0,2719	46,47
15,85	402 200	0,01364	4,32	109 600	0,01757	112 400	8,720	0,0996	93,43
14,78	375 100	0,01382	3,63	92 110	0,01822	113 700	8,700	0,0095	83,21
14,67	372 300	0,01384	3,56	90 340	0,01829	113 800	8,698	0,0007	82,17
14,66	372 000	0,01384	3,56	90 340	0,01829	113 800	8,698	-0,0001	82,07

Si possono, quindi, assumere come soluzione i valori

$$Q_2 = 14{,}7 \text{ l/s}$$

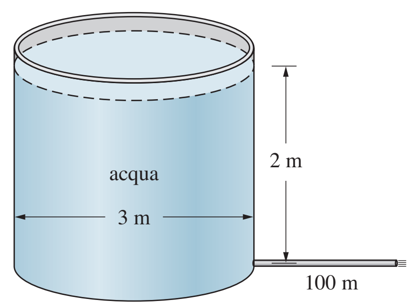
$$Q_1 = 3{,}56 \text{ l/s}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = 3{,}56 + 14{,}7 = 18{,}2 \text{ l/s}$$

Assumendo valori iniziali piuttosto distanti dalla soluzione il numero di iterazioni aumenta, ma sempre in maniera accettabile. come dimostra la tabella che segue nella quale i calcoli sono stati effettuati assumendo i valori iniziali $Q_2 = 36$ l/s e $\mathrm{Re}_1 = 900\,000$.

Q_2 (l/s)	Re_2	λ_2	Q_1 (l/s)	Re_1	λ_1	a	c	F	F'
36,00	913 500	0,01181		900 000	0,01184	99 900	8,950	4,4969	397,36
24,68	626 300	0,01260	6,87	174 300	0,01599	104 000	8,733	1,2927	198,77
18,18	461 300	0,01331	4,50	114 190	0,01742	109 500	8,707	0,3300	117,28
15,37	390 000	0,01372	3,75	95 160	0,01809	112 800	8,700	0,0571	88,64
14,73	373 800	0,01383	3,58	90 850	0,01827	113 700	8,699	0,0053	82,71
14,67	372 300	0,01384	3,56	90 340	0,01829	113 800	8,698	0,0007	82,17
14,66	372 000	0,01384	3,56	90 340	0,01829	113 800	8,698	-0,0001	82,07

8.58 Dal fondo di un serbatoio cilindrico a superficie libera, del diametro di 3 m, inizialmente pieno d'acqua per un'altezza di 2 m, fuoriesce con imbocco a spigolo vivo una tubazione orizzontale del diametro di 100 mm, lunga 100 m, che sbocca in atmosfera. Nell'ipotesi che l'indice di resistenza della tubazione sia pari a 0,015, calcolare la velocità iniziale del getto e il tempo necessario perchè il serbatoio si svuoti.



Analisi Per la 5.108, tra un punto nel serbatoio di monte il cui carico è pari alla quota z_s della superficie libera rispetto ad un generico piano di riferimento e la sezione di sbocco u dove la pressione relativa è nulla perché l'efflusso è in atmosfera, si ha

$$z_s = z_u + \frac{\alpha V^2}{2g} + \Delta H_d \qquad (1)$$

essendo ΔH_d la somma delle perdite di carico continue e localizzate tra i due punti. Esprimendo la perdita continua con la 8.32 (*formula di Darcy-Weisbach*) e la perdita localizzata all'imbocco con la 8.85, si ha

$$\Delta H_d = \left(\lambda \frac{L}{D} + K\right) \frac{V^2}{2g}$$

Sostituendo nella 1 e introducendo il dislivello $Y = z_s - z_u$, si ha

$$Y = \frac{\alpha V^2}{2g} + \left(\lambda \frac{L}{D} + K\right) \frac{V^2}{2g} = \left(\alpha + \lambda \frac{L}{D} + K\right) \frac{V^2}{2g} = K_p \frac{V^2}{2g}$$

Assumendo per il coefficiente di Coriolis il valore $\alpha = 1{,}04$ ed essendo il coefficiente della perdita all'imbocco $K = 0{,}5$, risulta

$$K_p = \alpha + \lambda \frac{L}{D} + K = 1{,}04 + 0{,}015 \times \frac{100}{0{,}100} + 0{,}5 = 16{,}5$$

per cui la velocità iniziale del getto è

$$V_i = \sqrt{\frac{2gY}{K_p}} = \sqrt{\frac{2 \times 9{,}81 \times 2}{16{,}5}} = 1{,}54 \text{ m/s}$$

Il processo di svuotamento del serbatoio è un processo di moto vario durante il quale il dislivello h tra la superficie libera nel serbatoio e la sezione di sbocco passa dal valore iniziale $h = Y = 2\,\text{m}$, a serbatoio completamente pieno, al valore $h = 0$ che assume a serbatoio completamente vuoto. Al generico istante t, trascurando la dipendenza dell'indice di resistenza dal numero di Reynolds e quindi dalla velocità stessa, la velocità è ancora espressa dalla relazione

$$V = \sqrt{\frac{2gh}{K_p}}$$

Nel generico intervallo di tempo dt, il volume $dW = Qdt$ che fuoriesce dal serbatoio causa una diminuzione dh del livello nel serbatoio, di area trasversale A costante, tale che $Adh + dW = 0$, per cui deve essere

$$Qdt = -Adh$$

cioè, essendo D il diametro della tubazione e D_0 quello del serbatoio,

$$\frac{\pi D^2}{4}\sqrt{\frac{2gh}{K_p}}\,dt = -\frac{\pi D_0^2}{4}\,dh$$

da cui

$$dt = -\frac{D_0^2}{D^2}\sqrt{\frac{K_p}{2g}}\,h^{-1/2}\,dh$$

Integrando tra l'istante iniziale $t = 0$ in cui $h = Y$ e l'istante t_v in cui il serbatoio è vuoto, per cui $h = 0$, si ha

$$t_v = -\frac{D_0^2}{D^2}\sqrt{\frac{K_p}{2g}}\left[\frac{h^{1/2}}{1/2}\right]_Y^0 =$$
$$= \frac{D_0^2}{D^2}\sqrt{\frac{2K_p}{g}}\sqrt{Y} = \frac{D_0^2}{D^2}\frac{K_p}{g}\sqrt{\frac{2gY}{K_p}} = \frac{D_0^2}{D^2}\frac{K_p}{g}V_i =$$
$$= \frac{3^2}{0{,}100^2} \times \frac{16{,}5}{9{,}81} \times 1{,}54 = 2\,331\ \text{s} = 38{,}9\ \text{min}$$

Discussione Dimezzando la lunghezza della tubazione, cioè per $L_1 = 50$ m, si ha

$$K_{p1} = \alpha + \lambda\frac{L_1}{D} + K = 1{,}04 + 0{,}015 \times \frac{50}{0{,}100} + 0{,}5 = 9{,}04$$

Pertanto, per la diminuzione delle perdite, la velocità iniziale aumenta divenendo

$$V_{i1} = \sqrt{\frac{2gY}{K_{p1}}} = \sqrt{\frac{2 \times 9{,}81 \times 2}{9{,}04}} = 2{,}08\ \text{m/s}$$

e, conseguentemente, il tempo necessario per lo svuotamento del serbatoio si riduce al valore

$$t_{v1} = \frac{D_0^2}{D^2}\frac{K_{p1}}{g}V_{i1} = \frac{3^2}{0{,}100^2} \times \frac{9{,}04}{9{,}81} \times 2{,}08 = 1\,730\ \text{s} = 28{,}8\ \text{min}$$

Se, poi, le perdite continue fossero trascurabili perché, ad esempio, la lunghezza del tubo è molto piccola, si avrebbe

$$K_{p2} = \alpha + K = 1{,}04 + 0{,}5 = 1{,}54$$

con un aumento della velocità iniziale a

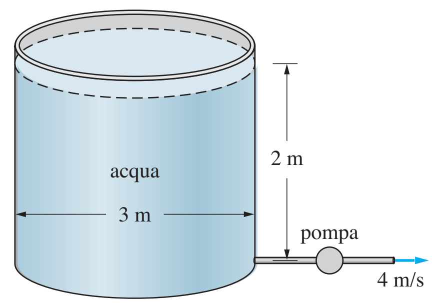
$$V_{i2} = \sqrt{\frac{2gY}{K_{p2}}} = \sqrt{\frac{2 \times 9{,}81 \times 2}{1{,}54}} = 5{,}05 \text{ m/s}$$

ed una conseguente riduzione del tempo di svuotamento al valore

$$t_{v2} = \frac{D_0^2}{D^2} \frac{K_{p2}}{g} V_{i2} = \frac{3^2}{0{,}100^2} \times \frac{1{,}54}{9{,}81} \times 5{,}05 = 713 \text{ s} = 11{,}9 \text{ min}$$

cioè a poco più di un quarto del tempo necessario con la tubazione della lunghezza assegnata.

8.59 Per svuotare più velocemente il serbatoio del problema precedente, si installa una pompa, poco a valle dell'imbocco. Ipotizzando che l'indice di resistenza della tubazione sia ancora pari a 0,015, calcolare la potenza che deve avere la pompa perchè, a serbatoio pieno, nella tubazione si abbia una velocità media di 4 m/s e il tempo di svuotamento del serbatoio, nell'ipotesi che tale velocità si mantenga costante. Valutare se, collocando la pompa in prossimità dello sbocco, esiste il rischio che si abbia cavitazione, essendo la temperatura dell'acqua di 30 °C e, quindi, la tensione di vapore $p_v = 4{,}246$ kPa.



Analisi Per la 5.108, tra un punto nel serbatoio di monte il cui carico è pari alla quota z_s della superficie libera rispetto ad un generico piano di riferimento e la sezione di sbocco u dove la pressione relativa è nulla perché l'efflusso è in atmosfera, si ha

$$\Delta H_P + z_s = z_u + \frac{\alpha V^2}{2g} + \Delta H_d \qquad (1)$$

essendo ΔH_P la prevalenza della pompa e ΔH_d la somma delle perdite di carico continue e localizzate tra i due punti. Esprimendo la perdita continua con la 8.32 (*formula di Darcy-Weisbach*) e la perdita localizzata all'imbocco con la 8.85, essendo il coefficiente della perdita all'imbocco $K = 0{,}5$, si ha

$$\Delta H_d = \left(\lambda \frac{L}{D} + K\right) \frac{V^2}{2g} = \left(0{,}015 \times \frac{100}{0{,}100} + 0{,}5\right) \times \frac{4^2}{2 \times 9{,}81} = 12{,}6 \text{ m}$$

Sostituendo nella 1, assumendo per il coefficiente di Coriolis il valore $\alpha = 1{,}04$ ed introducendo il dislivello $Y = z_s - z_u$, la prevalenza risulta

$$\Delta H_P = -Y + \frac{\alpha V^2}{2g} + \Delta H_d = -2 + \frac{1{,}04 \times 4^2}{2 \times 9{,}81} + 12{,}6 = 11{,}5 \text{ m}$$

A 30 °C la densità dell'acqua è $\rho = 996$ kg/m^3 ed essendo la portata

$$Q = VA = V\frac{\pi D^2}{4} = 4 \times \frac{\pi \times 0{,}100^2}{4} = 0{,}0314 \text{ m}^3\text{/s}$$

la potenza della pompa risulta

$$P_F = \rho g Q \Delta H_P = 996 \times 9{,}81 \times 0{,}0314 \times 11{,}5 = 3\,530 \text{ W}$$

Se la velocità nella tubazione si mantiene costante e pari a 4 m/s, il serbatoio di volume

$$W = \frac{\pi D_0^2}{4} Y = \frac{\pi \times 3^2}{4} \times 2 = 14{,}1 \text{ m}^3$$

si svuota in un tempo

$$t_v = \frac{W}{Q} = \frac{14{,}1}{0{,}0314} = 450 \text{ s} = 7{,}5 \text{ min}$$

La prevalenza della pompa, per definizione è uguale alla differenza tra i carichi totali H_V e H_M nelle sezioni, rispettivamente, subito a valle e subito a monte della pompa. Pertanto, si ha

$$\Delta H_P = H_V - H_M = \left(z_V + \frac{p_V}{\rho g} + \frac{\alpha V_V^2}{2g} \right) - \left(z_M + \frac{p_M}{\rho g} + \frac{\alpha V_M^2}{2g} \right)$$

ed, essendo la tubazione orizzontale e a diametro costante,

$$\Delta H_P = \frac{p_V - p_M}{\rho g}$$

da cui

$$p_M = p_V - \rho g \Delta H_P$$

Se si collocasse la pompa in prossimità dello sbocco, nella sezione a valle della pompa la pressione avrebbe praticamente lo stesso valore che allo sbocco, cioè sarebbe alla pressione atmosferica p_{atm}. In tal caso, la pressione a monte della pompa risulterebbe

$$p_M = p_{\text{atm}} - \rho g \Delta H_P = 101\,300 - 996 \times 9{,}81 \times 11{,}5 = -11\,100 \text{ Pa}$$

La pressione assoluta a monte della pompa avrebbe, quindi, valore negativo, cosa fisicamente impossibile perché i fluidi non sono in grado di resistere ad apprezzabili sforzi di trazione. Pertanto, la pompa va collocata sufficientemente a monte dello sbocco, ad una distanza tale che p_M sia positiva e maggiore della tensione di vapore p_v del liquido a quella temperatura. La distanza massima $L_{\max}$ della pompa dall'imbocco si ottiene scrivendo la 5.108 tra un punto nel serbatoio di monte e la sezione subito a monte della pompa e imponendo che in tale sezione la pressione sia almeno pari alla tensione di vapore del liquido, cioè ponendo $p_M = p_v$. Si ha

$$z_s + \frac{p_{\text{atm}}}{\rho g} = z + \frac{p_v}{\rho g} + \left(\lambda \frac{L_{\max}}{D} + K \right) \frac{V^2}{2g}$$

da cui

$$L_{\max} = \left[\left(z_s - z + \frac{p_{\text{atm}} - p_v}{\rho g} \right) \frac{2g}{V^2} - K \right] \frac{D}{\lambda} =$$

$$= \left[\left(2 + \frac{101\,300 - 4\,246}{996 \times 9{,}81} \right) \times \frac{2 \times 9{,}81}{4^2} - 0{,}5 \right] \times \frac{0{,}100}{0{,}015} = 94{,}2 \text{ m}$$

Naturalmente, per tener conto del fatto che via via che il serbatoio si vuota il livello diminuisce e con esso la pressione a monte della pompa, conviene installare la pompa in posizione ancora più vicina al serbatoio. Analogamente, per evitare il rischio di cavitazione, è opportuno che la pressione assoluta a monte della pompa sia pari ad almeno 3 metri di colonna d'acqua. Nella condizione di serbatoio quasi vuoto per cui $z_{s1} - z \cong 0$, imponendo che l'altezza piezometrica assoluta a monte della pompa sia pari a 3 m, si ottiene una distanza massima dall'imbocco

$$L_{\max 1} = \left[\left(z_{s1} - z + \frac{p_{\text{atm}}}{\rho g} - 3\right)\frac{2g}{V^2} - K\right]\frac{D}{\lambda} =$$

$$= \left[\left(0 + \frac{101\,300}{996 \times 9{,}81} - 3\right) \times \frac{2 \times 9{,}81}{4^2} - 0{,}5\right] \times \frac{0{,}100}{0{,}015} = 56{,}9 \text{ m}$$

notevolmente minore di quella prima calcolata.

8.60 Una zona residenziale è servita da un impianto di sollevamento che convoglia una portata $Q = 0{,}7$ m^3/s attraverso una condotta di lunghezza $L = 1\,500$ m, avente diametro interno $D_1 = 900$ mm e scabrezza $\varepsilon_1 = 3$ mm. Volendo ridurre i costi di sollevamento, si pensa di rivestire le pareti interne della tubazione con uno strato di bitume dello spessore di 20 mm, in modo che la scabrezza si riduca al valore $\varepsilon_2 = 0{,}04$ mm. Considerato che la pompa funziona con continuità tutto l'anno, calcolare di quanto si ridurrebbe il costo annuo dell'energia necessaria per il sollevamento, tenendo conto del fatto che il diametro interno della tubazione diverrebbe $D_2 = 860$ mm e assumendo un costo del kilowattora pari a 0,20 €.

Analisi La potenza dissipata nella tubazione è

$$P_d = \rho g Q \Delta H_d$$

in cui ΔH_d è la somma delle perdite di carico continue e localizzate. Non considerando queste ultime perché non dipendenti dalla scabrezza ed esprimendo la cadente con la 8.32 (*formula di Darcy-Weisbach*), si ha

$$P_d = \rho g Q J L = \rho g Q \lambda \frac{V^2}{2gD} L = \rho g Q \lambda \frac{8Q^2}{g\pi^2 D^5} L = \frac{8\rho L Q^3}{\pi^2}\frac{\lambda}{D^5}$$

Avendo l'acqua densità $\rho = 1\,000$ kg/m^3 e viscosità cinematica $\nu = 10^{-6}$ m^2/s, nel primo caso risulta

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = \frac{4Q}{\nu\pi D} = \frac{4 \times 0{,}7}{10^{-6} \times \pi \times 0{,}900} = 990 \times 10^3$$

per cui il moto è turbolento. In tal caso, l'indice di resistenza, espresso dalla 8.64 (*formula di Colebrook*), essendo noti i valori di Re e di ε/D, può essere calcolato utilizzando la formula ricorsiva 8.67

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{i+1}}} = -2\log\left(\frac{2{,}51}{\text{Re}\sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71}\frac{\varepsilon}{D}\right) =$$

$$= -2\log\left(\frac{2{,}51}{990 \times 10^3 \times \sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71} \times \frac{3}{900}\right)$$

che, assumendo come valore iniziale quello che si ottiene annullando il primo addendo dell'argomento del logaritmo, fornisce, nell'ordine, i valori: 0,0269 - 0,0271 - 0,0271. La potenza dissipata, pertanto, risulta

$$P_{d1} = \frac{8\rho L Q^3}{\pi^2}\frac{\lambda_1}{D_1^5} = \frac{8 \times 1\,000 \times 1\,500 \times 0{,}7^3}{\pi^2} \times \frac{0{,}0271}{0{,}900^5} = 19{,}1 \text{ kW}$$

con un costo annuo di energia elettrica

$$C_1 = 0{,}20 \times 365 \times 24 \times 19{,}1 = 33\,500 \text{ €}$$

Nel secondo caso si ha

$$\mathrm{Re} = \frac{4Q}{\nu\pi D} = \frac{4 \times 0{,}7}{10^{-6} \times \pi \times 0{,}860} = 1\,036 \times 10^3$$

per cui la formula ricorsiva 8.67

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{i+1}}} = -2\log\left(\frac{2{,}51}{1\,036 \times 10^3 \times \sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71} \times \frac{0{,}04}{900}\right)$$

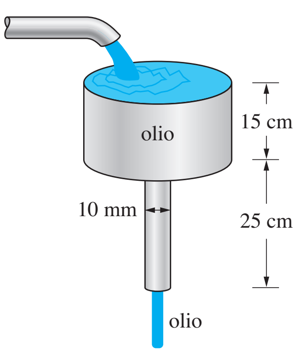
assumendo come valore iniziale quello che si ottiene annullando il primo addendo dell'argomento del logaritmo, fornisce, nell'ordine, i valori: 0,0103 - 0,0126 - 0,0125 - 0,0125. Conseguentemente, la potenza dissipata nella tubazione diviene

$$P_{d2} = P_{d1}\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^5 = 19{,}1 \times \frac{0{,}0125}{0{,}0271} \times \left(\frac{0{,}900}{0{,}860}\right)^5 = 11{,}1 \text{ kW}$$

con una diminuzione del 42% e una analoga riduzione del costo annuo dell'energia elettrica che diviene

$$C_2 = 0{,}20 \times 365 \times 24 \times 11{,}1 = 19\,400 \text{ €}$$

Pertanto, con la diminuzione della scabrezza della tubazione il costo annuo dell'energia necessaria per il sollevamento si ridurrebbe di 14 100 € .



8.61 Dal fondo di un contenitore cilindrico, alto 15 cm, fuoriesce un tubo verticale del diametro di 10 mm, lungo 25 cm, in cui defluisce olio a 20 °C ($\rho = 888{,}1$ kg/m^3 e $\mu = 0{,}8374$ Pa · s). L'olio nel contenitore viene mantenuto a livello costante, aggiungendone dall'alto. Calcolare la portata e quanto essa vale in percentuale della portata che si avrebbe in assenza di perdite.

Analisi Per la 5.108, tra un punto nel serbatoio il cui carico è pari alla quota z_s della superficie libera rispetto ad un generico piano di riferimento e la sezione di sbocco u dove la pressione relativa è nulla perché l'efflusso è in atmosfera, si ha

$$z_s = z_u + \frac{\alpha V^2}{2g} + \Delta H_d$$

essendo ΔH_d la somma delle perdite di carico continue e localizzate tra i due punti. Esprimendo la perdita continua con la 8.32 (*formula di Darcy-Weisbach*) e la perdita localizzata all'imbocco con la 8.85, e introducendo il dislivello $Y = z_s - z_u$, si ha

$$Y = \frac{\alpha V^2}{2g} + \left(\lambda\frac{L}{D} + K\right)\frac{V^2}{2g}$$

Essendo il coefficiente della perdita all'imbocco $K = 0{,}5$ e ipotizzando che il moto sia laminare per cui il coefficiente di Coriolis $\alpha = 2$, si ha

$$
\begin{aligned}
Y &= (\alpha + K)\,\frac{V^2}{2g} + \frac{64}{\text{Re}}\,\frac{L}{D}\,\frac{V^2}{2g} = \\
&= (\alpha + K)\,\frac{V^2}{2g} + \frac{64\mu}{\rho V D}\,\frac{L}{D}\,\frac{V^2}{2g} = (\alpha + K)\,\frac{V^2}{2g} + \frac{32\mu L}{\rho g D^2}\,V = \\
&= \frac{2 + 0{,}5}{2 \times 9{,}81}V^2 + \frac{32 \times 0{,}8374 \times 0{,}25}{888{,}1 \times 9{,}81 \times 0{,}010^2}\,V = 0{,}127\,V^2 + 7{,}69\,V
\end{aligned}
$$

da cui, essendo $Y = 0{,}40$ m, si ottiene l'equazione di secondo grado in V

$$0{,}127\,V^2 + 7{,}69\,V - 0{,}40 = 0$$

la cui soluzione è $V = 0{,}0520$ m/s. Pertanto, risulta

$$Q = VA = V\,\frac{\pi D^2}{4} = 0{,}0520 \times \frac{\pi \times 0{,}010^2}{4} = 0{,}00408 \text{ l/s}$$

L'ipotesi di moto laminare è soddisfatta perché

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{888{,}1 \times 0{,}0520 \times 0{,}010}{0{,}8374} = 0{,}551 < 2\,300$$

In assenza di perdite sia continue che localizzate (imbocco ben raccordato), si ha $\Delta H_d = 0$ per cui

$$V_0 = \sqrt{2gY} = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 0{,}40} = 2{,}80 \text{ m/s}$$

e

$$Q_0 = V_0 A = 2{,}80 \times \frac{\pi \times 0{,}010^2}{4} = 0{,}220 \text{ l/s}$$

Il rapporto tra le due portate è

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{0{,}00408}{0{,}220} = 0{,}0185$$

La portata effettiva è, quindi, appena l'1,85% di quella calcolata in assenza di perdite di carico.

8.62 Risolvere il problema precedente nell'ipotesi in cui (*a*) venga raddoppiato il diametro e (*b*) venga raddoppiata la lunghezza del tubo.

Analisi (*a*) Se il diametro assume il valore $D_1 = 2D$, l'equazione del moto scritta nel problema precedente diviene

$$
\begin{aligned}
Y &= (\alpha + K)\,\frac{V_1^2}{2g} + \frac{32\mu L}{\rho g D_1^2}\,V_1 = \\
&= 0{,}127\,V_1^2 + 7{,}69\,\frac{D^2}{D_1^2}\,V_1 = 0{,}127\,V_1^2 + 7{,}69 \times \frac{1}{4}\,V_1
\end{aligned}
$$

da cui

$$0,127\, V_1^2 + 1,92\, V_1 - 0,40 = 0$$

la cui soluzione è $V_1 = 0,206$ m/s. Essendo $V_1 = 3,96\, V$ e $D_1 = 2D$, si ha $\text{Re}_1 = 7,92\,\text{Re} = 4,36 < 2\,300$. La portata è

$$Q_1 = V_1 A_1 = 0,206 \times \frac{\pi \times 0,020^2}{4} = 0,0647 \text{ l/s}$$

In assenza di perdite, la velocità di efflusso è uguale a quella del problema precedente mentre la portata, essendo funzione quadratica del diametro, si quadruplica. Per cui,

$$Q_{01} = 4Q_0 = 4 \times 0,220 = 0,880 \text{ l/s}$$

e

$$\frac{Q_1}{Q_{01}} = \frac{0,0647}{0,880} = 0,0735$$

La portata effettiva è, quindi, pari al 7,35% di quella calcolata in assenza di perdite di carico.

(*b*) Se la lunghezza del tubo raddoppia assumendo il valore $L_2 = 2 \times 0,25 = 0,50$ m, essendo il tubo verticale, aumenta anche il dislivello che assume il valore $Y_2 = 0,15 + 0,50 = 0,65$ m. Pertanto, l'equazione del moto scritta nel problema precedente diviene

$$Y_2 = (\alpha + K)\,\frac{V_2^2}{2g} + \frac{32\mu L_2}{\rho g D^2}\, V_2 =$$
$$= 0,127\, V_2^2 + 7,69\frac{L_2}{L}\, V_2 = 0,127\, V_2^2 + 7,69 \times 2\, V_2$$

da cui

$$0,127\, V_2^2 + 15,4\, V_2 - 0,65 = 0$$

la cui soluzione è $V_2 = 0,0422$ m/s. La portata è, quindi,

$$Q_2 = V_2 A = 0,0422 \times \frac{\pi \times 0,010^2}{4} = 0,00331 \text{ l/s}$$

In assenza di perdite, la velocità di efflusso aumenta per l'aumento del dislivello, per cui

$$V_{02} = \sqrt{2gY_2} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 0,65} = 3,57 \text{ m/s}$$

e la portata diviene

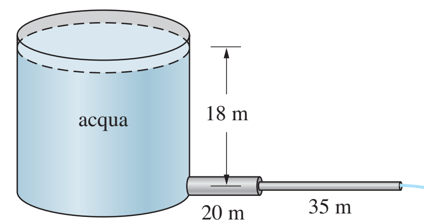
$$Q_{02} = V_{02} A = 3,57 \times \frac{\pi \times 0,010^2}{4} = 0,280 \text{ l/s}$$

Il rapporto tra le due portate risulta

$$\frac{Q_2}{Q_{02}} = \frac{0,00331}{0,280} = 0,0118$$

per cui la portata effettiva è appena l'1,18% di quella che si avrebbe se le perdite di carico fossero trascurabili.

8.63 Da un serbatoio cilindrico a superficie libera, a livello costante, viene derivata acqua a 15 °C ($\rho = 999{,}1$ kg/m^3 e $\mu = 1{,}138 \times 10^{-3}$ Pa · s), attraverso due tubazioni orizzontali in plastica ($\varepsilon = 0$), collegate in serie. La prima tubazione è lunga 20 m e ha un diametro di 100 mm, la seconda è lunga 35 m e ha un diametro di 60 mm. La differenza di quota tra la superficie libera nel serbatoio e l'asse delle tubazioni è di 18 m. L'imbocco è a spigolo vivo e la diminuzione di diametro è brusca. Calcolare la portata.



Analisi Per la 5.108, tra un punto nel serbatoio il cui carico è pari alla quota z_s della superficie libera rispetto ad un generico piano di riferimento e la sezione di sbocco u dove la pressione relativa è nulla perché l'efflusso è in atmosfera, si ha

$$z_s = z_u + \frac{\alpha V_u^2}{2g} + \Delta H_d$$

essendo ΔH_d la somma delle perdite di carico continue tra i due punti e delle perdite localizzate dovute all'imbocco a spigolo vivo e al brusco restringimento tra la tubazione 1 di diametro $D_1 = 100$ mm e la tubazione 2 di diametro $D_2 = 60$ mm. Per la perdita di imbocco si ha $K_1 = 0{,}5$ mentre per la perdita per brusco restringimento, essendo il rapporto tra le aree pari a $D_2^2/D_1^2 = (60/100)^2 = 0{,}36$, dal grafico di figura 8.41 si può assumere $K_2 = 0{,}33$. Esprimendo le perdite continue nelle due tubazioni con la 8.32 (*formula di Darcy-Weisbach*) e le perdite localizzate con la 8.85 ed introducendo il dislivello $Y = z_s - z_u$, si ha

$$Y = \frac{\alpha V_u^2}{2g} + \left(\lambda_1 \frac{L_1}{D_1} + K_1\right)\frac{V_1^2}{2g} + \left(\lambda_2 \frac{L_2}{D_2} + K_2\right)\frac{V_2^2}{2g}$$

Essendo $V_u = V_2$, esprimendo le velocità in funzione della portata si ottiene

$$\begin{aligned}
Y &= \left(\lambda_1 \frac{L_1}{D_1} + K_1\right)\frac{Q^2}{2gA_1^2} + \left(\lambda_2 \frac{L_2}{D_2} + K_2 + \alpha\right)\frac{Q^2}{2gA_2^2} = \\
&= \left[\left(\lambda_1 \frac{L_1}{D_1} + K_1\right)\frac{1}{A_1^2} + \left(\lambda_2 \frac{L_2}{D_2} + K_2 + \alpha\right)\frac{1}{A_2^2}\right]\frac{Q^2}{2g} = \\
&= \left[\frac{\lambda_1 \times \dfrac{20}{0{,}100} + 0{,}5}{\left(\dfrac{\pi \times 0{,}100^2}{4}\right)^2} + \frac{\lambda_2 \times \dfrac{35}{0{,}060} + 0{,}33 + 1}{\left(\dfrac{\pi \times 0{,}060^2}{4}\right)^2}\right] \times \frac{Q^2}{2 \times 9{,}81} = \\
&= (8{,}902 + 165{,}4\,\lambda_1 + 3\,723\,\lambda_2) \times 10^3\, Q^2
\end{aligned}$$

da cui, essendo $Y = 18$ m,

$$Q = \sqrt{\frac{18}{(8{,}902 + 165{,}4\,\lambda_1 + 3\,723\,\lambda_2) \times 10^3}} \qquad (1)$$

equazione che fornisce la portata, noti i valori degli indici di resistenza delle due tubazioni. Esprimendo gli indici di resistenza con la formula interpolare 8.65

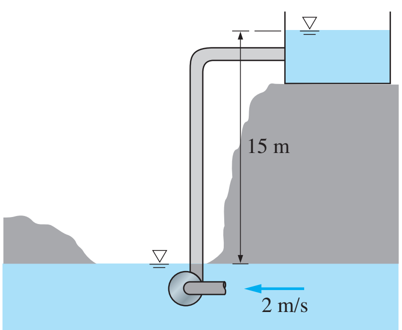
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \frac{5{,}8}{\mathrm{Re}^{0{,}9}}$$

in funzione dei rispettivi numeri di Reynolds e quindi della portata, si ottiene un sistema di tre equazioni in tre incognite che può essere risolto con un metodo iterativo. Come valore iniziale della portata si può assumere quello che si ottiene trascurando le perdite continue ($\lambda_1 = \lambda_2 = 0$), per cui

$$Q = \sqrt{\frac{18}{8\,902}} = 0{,}0450 \text{ m}^3/\text{s}$$

Col valore approssimato della portata Q si passa al calcolo dei numeri di Reynolds e degli indici di resistenza delle due tubazioni. Tali valori, inseriti nella 1, forniscono un nuovo valore della portata, che, se il procedimento è convergente, risulta più vicino alla soluzione. Il calcolo si arresta quando tra due valori successivi della portata la differenza è trascurabile. Come si può notare dalla tabella sotto riportata, il procedimento risulta abbastanza rapidamente convergente e fornisce per la portata il valore $Q = 0{,}0167 \text{ m}^3/\text{s} = 16{,}7$ l/s.

Q (m^3/s)	Re_1	λ_1	Re_2	λ_2
0,0450	503 300	0,01310	838 800	0,01198
0,0180	201 300	0,01555	335 500	0,01411
0,0168	187 900	0,01576	312 200	0,01429
0,0167	186 800	0,01578	311 300	0,01431
0,0167				



8.64 Un agricoltore pompa acqua alla temperatura di 15 °C ($\rho = 999{,}1$ kg/m^3 e $\mu = 1{,}138 \times 10^{-3}$ Pa · s) da un fiume ad un serbatoio, attraverso una tubazione in plastica ($\varepsilon = 0$), del diametro di 125 mm, lunga 400 m, il cui imbocco è rivolto contro corrente per sfruttarne la pressione dinamica. La velocità della corrente in prossimità dell'imbocco è di 2 m/s. La differenza di quota tra il fiume e la superficie libera del serbatoio è di 15 m. Calcolare la potenza elettrica assorbita dal motore della pompa, il cui rendimento complessivo è del 70%, nel caso in cui venga sollevata una portata di 20 l/s.

Analisi Per la 5.108, tra un punto 1 della corrente nel fiume poco a monte dell'imbocco della tubazione, avente quota piezometrica pari alla quota z_1 del pelo libero rispetto ad un generico piano di riferimento e velocità $V_1 = 2$ m/s, e un punto 2 all'interno del serbatoio, il cui carico è pari alla quota z_2 della superficie libera rispetto allo stesso piano di riferimento, si ha

$$\Delta H_P + z_1 + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \Delta H_d$$

essendo ΔH_P la prevalenza della pompa e ΔH_d la somma delle perdite di carico continue e localizzate tra i due punti. Esprimendo la perdita continua con la 8.32 (*formula di Darcy-Weisbach*) e la perdita localizzata allo sbocco con la 8.85 in cui $K = \alpha = 1$ ed introducendo il dislivello $Y = z_2 - z_1$, si ha

$$\Delta H_P = Y - \frac{V_1^2}{2g} + \left(\lambda \frac{L}{D} + 1\right) \frac{V^2}{2g}$$

Essendo

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{4\rho Q}{\mu \pi D} = \frac{4 \times 999{,}1 \times 20 \times 10^{-3}}{1{,}138 \times 10^{-3} \times \pi \times 0{,}125} = 179\,000$$

il moto è turbolento. In tal caso, l'indice di resistenza, espresso dalla 8.56 (*formula di Prandtl-von Kármán* per i tubi lisci), può essere calcolato con la formula ricorsiva 8.67 ponendo $\varepsilon = 0$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{i+1}}} = -2\log\frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda_i}} = -2\log\frac{2{,}51}{179\,000 \times \sqrt{\lambda_i}}$$

Adottando come valore iniziale il valore fornito dalla 8.83 (*formula di Blasius*)

$$\lambda = 0{,}316\,\mathrm{Re}^{-0{,}25} = 0{,}316 \times 179\,000^{-0{,}25} = 0{,}0154$$

si ottengono, nell'ordine, i valori: 0,0161 - 0,0160 - 0,0160. In alternativa, la formula interpolare 8.65 fornisce direttamente il valore 0,0159 che differisce dal precedente dello 0,5%. Pertanto, essendo

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0{,}020}{\pi \times 0{,}125^2/4} = 1{,}63 \text{ m/s}$$

si ha

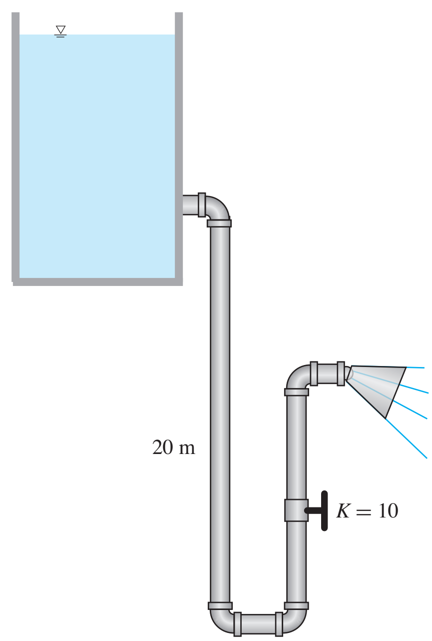
$$\Delta H_P = Y - \frac{V_1^2}{2g} + \left(\lambda\frac{L}{D} + 1\right)\frac{V^2}{2g} =$$

$$= 15 - \frac{2^2}{2 \times 9{,}81} + \left(0{,}0160 \times \frac{400}{0{,}125} + 1\right) \times \frac{1{,}63^2}{2 \times 9{,}81} = 21{,}9 \text{ m}$$

La potenza elettrica assorbita dal motore della pompa è pari pertanto a

$$P_E = \frac{1}{\eta_{PM}}\rho g Q \Delta H_P = \frac{999{,}1 \times 9{,}81 \times 0{,}020 \times 21{,}9}{0{,}7} = 6{,}13 \text{ kW}$$

8.65 Un serbatoio contenente acqua alla temperatura di 40°C ($\rho = 992{,}1$ kg/m^3 e $\mu = 0{,}653 \times 10^{-3}$ Pa · s) alimenta a gravità alcune docce all'aperto. Ogni doccia è alimentata da una tubazione in acciaio zincato ($\varepsilon = 0{,}02$ mm), del diametro di 20 mm, lunga 20 m, nella quale è inserita una valvola a globo completamente aperta ($K = 10$). Calcolare a quale quota deve essere la superficie libera del serbatoio, rispetto alla sezione di uscita della doccia, perché si abbia una portata di 0,7 l/s.



Analisi Per la 5.108, tra un punto nel serbatoio il cui carico è pari alla quota z_s della superficie libera rispetto ad un generico piano di riferimento e la sezione di sbocco u dove la pressione relativa è nulla perché l'efflusso è in atmosfera, si ha

$$z_s = z_u + \frac{\alpha V_u^2}{2g} + \Delta H_d$$

essendo ΔH_d la somma della perdita di carico continua tra i due punti e delle perdite localizzate dovute all'imbocco a spigolo vivo e alla valvola. Per la perdita di imbocco si ha $K_1 = 0{,}5$ mentre per la valvola a globo completamente aperta si può assumere $K_2 = 10$ (vedi Tabella 8.4). Esprimendo la perdita continua con la 8.32 (*formula di Darcy-Weisbach*) e le perdite localizzate con la 8.85, si ha

$$z_s = z_u + \frac{\alpha V_u^2}{2g} + \left(\lambda\frac{L}{D} + K_1 + K_2\right)\frac{\alpha V^2}{2g}$$

Essendo

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{4\rho Q}{\mu\pi D} = \frac{4 \times 992{,}1 \times 0{,}7 \times 10^{-3}}{0{,}653 \times 10^{-3} \times \pi \times 0{,}020} = 67\,700 > 2\,300$$

il moto è turbolento. In tal caso, l'indice di resistenza, espresso dalla 8.64 (*formula di Colebrook*), essendo noti i valori di Re e di ε/D, può essere calcolato utilizzando la formula ricorsiva 8.67

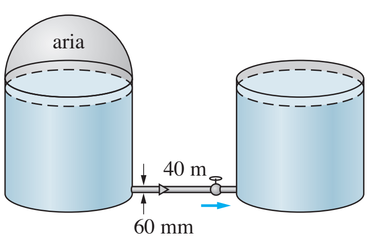
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{i+1}}} = -2\log\left(\frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71}\,\frac{\varepsilon}{D}\right) = $$
$$= -2\log\left(\frac{2{,}51}{67\,700 \times \sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71} \times \frac{0{,}020}{20}\right)$$

che, assumendo come valore iniziale quello che si ottiene annullando il primo addendo dell'argomento del logaritmo, fornisce, nell'ordine, i valori: 0,0196 - 0,0233 - 0,0231 - 0,0231. In alternativa, la formula interpolare 8.65 fornisce direttamente il valore 0,0233 che differisce dal precedente dello 0,8%. Pertanto, essendo

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0{,}7 \times 10^{-3}}{\pi \times 0{,}020^2/4} = 2{,}23\ \mathrm{m/s}$$

e ipotizzando che l'area dei fori di uscita dal diffusore della doccia sia tale da dar luogo ad una velocità di 4 m/s con $\alpha = 1$, si ha

$$z_s - z_u = \frac{\alpha V_u^2}{2g} + \left(\lambda\frac{L}{D} + K_1 + K_2\right)\frac{\alpha V^2}{2g} =$$
$$= \frac{4^2}{2 \times 9{,}81} + \left(0{,}0231 \times \frac{20}{0{,}020} + 0{,}5 + 10\right) \times \frac{2{,}23^2}{2 \times 9{,}81} =$$
$$= 9{,}34\ \mathrm{m}$$



8.66 Due serbatoi, pieni fino alla stessa quota, sono collegati da una tubazione in ghisa ($\varepsilon = 0{,}25$ mm) del diametro di 60 mm, lunga 40 m, attraverso la quale defluisce acqua a 10 °C ($\rho = 999{,}7\ \mathrm{kg/m^3}$ e $\mu = 1{,}307 \times 10^{-3}\ \mathrm{Pa \cdot s}$), con una portata iniziale di 8 l/s. Nella tubazione, il cui imbocco è a spigolo vivo, sono inserite una valvola di non ritorno ($K = 2$) e una saracinesca completamente aperta ($K = 0{,}2$). Il serbatoio di alimentazione è in pressione. Calcolare la pressione relativa dell'aria all'interno del serbatoio di alimentazione.

Analisi Per la 5.108, tra un punto nel serbatoio di monte il cui carico è pari alla quota piezometrica z_s della superficie libera rispetto ad un generico piano di riferimento e un punto nel serbatoio di valle, il cui carico è pari alla quota $z_v = z_s$ della superficie libera rispetto allo stesso piano di riferimento, si ha

$$z_s + \frac{p}{\rho g} = z_s + \Delta H_d$$

essendo ΔH_d la somma della perdita di carico continua tra i due punti e delle perdite localizzate dovute all'imbocco a spigolo vivo ($K_1 = 0{,}5$), alla valvola di non ritorno ($K_2 = 2$), alla saracinesca ($K_3 = 0{,}2$) e allo sbocco ($K_4 = \alpha =$

1). Esprimendo la perdita continua con la 8.32 (*formula di Darcy-Weisbach*) e le perdite localizzate con la 8.85, si ha

$$p = \rho g \Delta H_d = \rho g \left(\lambda \frac{L}{D} + K_T \right) \frac{V^2}{2g}$$

in cui $K_T = \sum K_i = 0{,}5 + 2 + 0{,}2 + 1 = 3{,}7$. Essendo

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{4 \rho Q}{\mu \pi D} = \frac{4 \times 999{,}7 \times 8 \times 10^{-3}}{1{,}307 \times 10^{-3} \times \pi \times 0{,}060} = 130\,000 > 2\,300$$

il moto è turbolento. In tal caso, l'indice di resistenza, espresso dalla 8.64 (*formula di Colebrook*), essendo noti i valori di Re e di ε/D, può essere calcolato utilizzando la formula ricorsiva 8.67

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{i+1}}} = -2 \log \left(\frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71} \frac{\varepsilon}{D} \right) = -2 \log \left(\frac{2{,}51}{130\,000 \times \sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71} \times \frac{0{,}25}{60} \right)$$

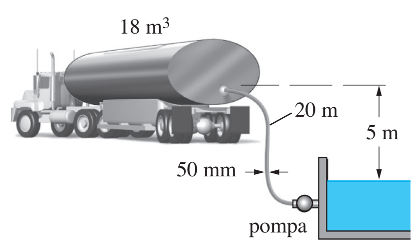
che, assumendo come valore iniziale quello che si ottiene annullando il primo addendo dell'argomento del logaritmo, fornisce, nell'ordine, i valori: 0,0287 - 0,0296 - 0,0296. In alternativa, la formula interpolare 8.65 fornisce direttamente il valore 0,0298 che differisce dal precedente dello 0,8%. Essendo

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{8 \times 10^{-3}}{\pi \times 0{,}060^2/4} = 2{,}83 \text{ m/s}$$

la pressione relativa dell'aria all'interno del serbatoio risulta

$$p = \left(\lambda \frac{L}{D} + K_T \right) \frac{\rho V^2}{2} = \left(0{,}0296 \times \frac{40}{0{,}060} + 3{,}7 \right) \times \frac{999{,}7 \times 2{,}83^2}{2} = 93\,800 \text{ Pa}$$

8.67 Da un serbatoio interrato contenente nafta ($\rho = 920$ kg/m^3 e $\mu = 0{,}045$ Pa · s) fuoriesce, con imbocco ben raccordato, una tubazione di plastica ($\varepsilon = 0$) del diametro di 50 mm, lunga 20 m, mediante la quale viene riempita un'autocisterna, inizialmente vuota. La differenza di quota tra il livello nel serbatoio e la sezione di sbocco della tubazione è di 5 m. Il tempo necessario per riempire l'autocisterna, che ha una capacità di 18 m^3, è di 30 min. Calcolare la potenza della pompa, che ha un rendimento dell'82%.



Analisi Noti il volume W dell'autocisterna e il tempo t_r necessario per riempirla, la portata Q è

$$Q = \frac{W}{t_r} = \frac{18}{30 \times 60} = 0{,}010 \text{ m}^3/\text{s}$$

Per la 5.108, tra un punto nel serbatoio il cui carico è pari alla quota z_s della superficie libera rispetto ad un generico piano di riferimento e la sezione di sbocco u dove la pressione relativa è nulla perché l'efflusso è in atmosfera, si ha

$$\Delta H_P + z_s = z_u + \frac{\alpha V_u^2}{2g} + \Delta H_d$$

essendo ΔH_P la prevalenza della pompa e ΔH_d la perdita di carico continua tra i due punti. Esprimendo la perdita continua con la 8.32 (*formula di Darcy-Weisbach*), essendo $V_u = V$, si ha

$$\Delta H_P = z_u - z_s + \left(\lambda \frac{L}{D} + \alpha\right) \frac{V^2}{2g}$$

Essendo

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{4\rho Q}{\mu \pi D} = \frac{4 \times 920 \times 0{,}010}{0{,}045 \times \pi \times 0{,}050} = 5\,210 > 2\,300$$

il moto è turbolento. Pertanto, essendo $\varepsilon = 0$ e $\text{Re} < 10^5$, l'indice di resistenza può essere calcolato con la 8.83 (*formula di Blasius*)

$$\lambda = 0{,}316\,\text{Re}^{-0,25} = 0{,}316 \times 5\,210^{-0,25} = 0{,}0372$$

Essendo

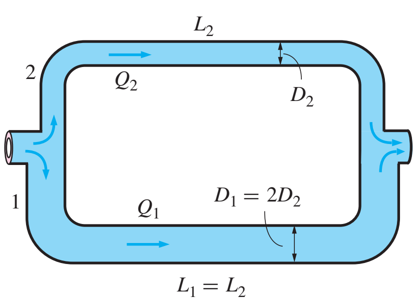
$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0{,}010}{\pi \times 0{,}050^2/4} = 5{,}10 \text{ m/s}$$

ed assumendo per il coefficiente di Coriolis il valore $\alpha = 1$, la prevalenza risulta

$$\Delta H_P = z_u - z_s + \left(\lambda \frac{L}{D} + \alpha\right) \frac{V^2}{2g} =$$
$$= 5 + \left(0{,}0372 \times \frac{20}{0{,}050} + 1\right) \times \frac{5{,}10^2}{2 \times 9{,}81} = 26{,}1 \text{ m}$$

La potenza della pompa è pari, pertanto, a

$$P_P = \frac{P_F}{\eta_P} = \frac{\rho g Q \Delta H_P}{\eta_P} = \frac{920 \times 9{,}81 \times 0{,}010 \times 26{,}1}{0{,}82} = 2{,}87 \text{ kW}$$



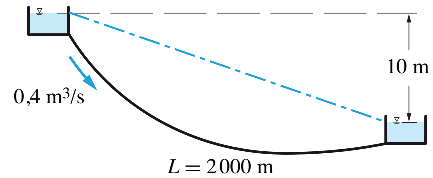
8.68 Due tubazioni collegate in parallelo, aventi l'una diametro doppio dell'altra, hanno la stessa lunghezza e la stessa scabrezza. Calcolare il rapporto tra le portate nelle due tubazioni, ipotizzando che abbiano lo stesso indice di resistenza.

Analisi Per la 8.104, si ha

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \sqrt{\frac{\lambda_2 L_2}{\lambda_1 L_1}\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^5} = \sqrt{\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^5} = 2^{5/2} = 5{,}66$$

Pertanto, nel tratto a diametro doppio, la portata è 5,66 volte maggiore.

8.69 Una tubazione avente scabrezza $\varepsilon = 0{,}03$ mm deve convogliare una portata di 400 l/s di benzina ($\rho = 680$ kg/m^3 e $\nu = 4,29 \times 10^{-7}$ m^2/s) in un



serbatoio posto a 2 km di distanza. Calcolare il valore minimo da assegnare al diametro della tubazione affinché le perdite continue siano al massimo pari a 10 m.

Analisi Essendo $L = 2\,000$ m la lunghezza della tubazione, alla perdita di carico di 10 m corrisponde la cadente

$$J = \frac{\Delta H}{L} = \frac{10}{2\,000} = 0{,}005$$

Per la 8.32 (*formula di Darcy-Weisbach*), il diametro D, oltre che dalla cadente J e dalla portata Q, dipende dall'indice di resistenza λ. Infatti, si ha

$$D = \left(\frac{8\lambda Q^2}{g\pi^2 J}\right)^{1/5} = \left(\frac{\lambda}{K}\right)^{1/5} \tag{1}$$

con

$$K = \frac{g\pi^2 J}{8Q^2} = \frac{9{,}81 \times \pi^2 \times 0{,}005}{8 \times 0{,}400^2} = 0{,}3782 \text{ m}^{-5}$$

e, per la 8.64 (*formula di Colebrook*),

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{2{,}51}{\text{Re}\sqrt{\lambda}} + \frac{1}{3{,}71}\frac{\varepsilon}{D}\right) \tag{2}$$

Il sistema formato dalle equazioni 1 e 2 nelle due incognite λ e D può essere risolto per successive approssimazioni, come nell'esempio 8.4, o utilizzando per il calcolo di λ la formula approssimata 8.73

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{8}{\text{Re}\,\lambda^{1/5}} + \frac{1}{1{,}8}\frac{\varepsilon}{D}\lambda^{1/5}\right)$$

scritta in funzione di parametri che non contengono il diametro. Per la 8.71, si ha

$$\text{Re}\,\lambda^{1/5} = \frac{4Q}{\nu\pi}K^{1/5} = \frac{4 \times 0{,}400}{4{,}29 \times 10^{-7} \times \pi} \times 0{,}3782^{1/5} = 977\,400$$

e per la 8.72

$$\frac{\varepsilon}{D}\lambda^{1/5} = \varepsilon K^{1/5} = 0{,}03 \times 10^{-3} \times 0{,}3782^{1/5} = 2{,}470 \times 10^{-5}$$

Introducendo tali valori nella formula approssimata 8.73, si ha

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{8}{977\,400} + \frac{1}{1{,}8} \times 2{,}470 \times 10^{-5}\right)$$

da cui $\lambda = 0{,}01152$. Sostituendo nell'espressione di D, si ottiene

$$D = \left(\frac{\lambda}{K}\right)^{1/5} = \left(\frac{0{,}01152}{0{,}3782}\right)^{1/5} = 0{,}497 \text{ m}$$

Conseguentemente, la tubazione deve avere il diametro commerciale subito superiore a quello calcolato. Avendo effettuato il calcolo con una formula approssimata, è opportuno comunque verificare che col diametro calcolato la perdita risulti effettivamente inferiore a quella assegnata. Si ha

$$\text{Re} = \frac{4\rho Q}{\mu\pi D} = \frac{4 \times 1{,}135 \times 0{,}300}{1{,}907 \times 10^{-5} \times \pi \times 0{,}246} = 2{,}389 \times 10^6$$

La formula ricorsiva 8.67

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{i+1}}} = -2\log\left(\frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71}\,\frac{\varepsilon}{D}\right) =$$
$$= -2\log\left(\frac{2{,}51}{92\,400 \times \sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71}\,\frac{0,03}{497}\right)$$

assumendo come valore iniziale quello che si ottiene annullando il primo addendo dell'argomento del logaritmo, fornisce, nell'ordine, i valori: 0,01090 – 0,01192 – 0,01188 – 0,01188. Sostituendo nella formula di Darcy-Weisbach, si ottiene

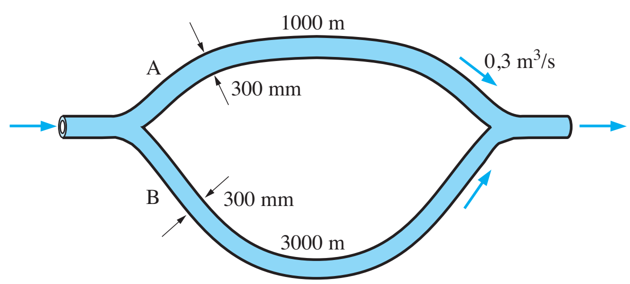
$$J = \frac{8\lambda Q^2}{g\pi^2 D^5} = \frac{8 \times 0{,}01188 \times 0{,}3^2}{9{,}81 \times \pi^2 \times 0{,}497^5} = 0{,}00518$$

e

$$\Delta H = JL = 0{,}00518 \times 2\,000 = 10{,}4 \text{ m}$$

valore di poco superiore a quello assegnato. Pertanto, la tubazione deve avere un diametro di poco superiore a 497 mm. Ripetendo il calcolo di verifica per $D = 500$ mm si ottiene, infatti, $\Delta H = 10{,}05$ m, valore praticamente uguale a quello assegnato.

8.70 In una rete di distribuzione idrica, costituita da tubazioni in ghisa ($\varepsilon = 0{,}25$ mm), c'è un tratto con due tubazioni in parallelo, del diametro di 300 mm. La tubazione A, nella quale defluisce una portata di 0,3 m^3/s, è lunga 1 000 m, mentre la tubazione B è lunga 3 000 m. Ipotizzando che l'acqua sia a 15 °C ($\rho = 999{,}1$ kg/m^3 e $\mu = 1{,}138 \times 10^{-3}$ Pa · s) e che il moto sia puramente turbolento, calcolare la portata nella tubazione B. Verificare, inoltre, l'ipotesi di moto puramente turbolento, cioè che l'indice di resistenza sia praticamente indipendente dal numero di Reynolds.



Analisi In due tubazioni collegate in parallelo la perdita di carico è la stessa in ciascuna tubazione, in quanto il carico nel nodo da cui esse si dipartono è lo stesso per ambedue le tubazioni così come il carico nel nodo in cui esse si ricongiungono. Pertanto, si ha

$$J_A L_A = J_B L_B$$

ed esprimendo la cadente con la 8.32 (*formula di Darcy-Weisbach*)

$$\frac{8\lambda_A Q_A^2}{g\pi^2 D_A^5}\,L_A = \frac{8\lambda_B Q_B^2}{g\pi^2 D_B^5}\,L_B$$

da cui la 8.104

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \sqrt{\frac{\lambda_B L_B}{\lambda_A L_A}\left(\frac{D_A}{D_B}\right)^5}$$

e, quindi,

$$Q_B = Q_A\sqrt{\frac{\lambda_A L_A}{\lambda_B L_B}\left(\frac{D_B}{D_A}\right)^5} = 0,3 \times \sqrt{\frac{\lambda_A}{\lambda_B}} \times \sqrt{\frac{1\,000}{3\,000}} = \frac{0,3}{\sqrt{3}} \times \sqrt{\frac{\lambda_A}{\lambda_B}}$$

Se il moto è puramente turbolento in ambedue le tubazioni, poiché in tal caso l'indice di resistenza dipende solo dalla scabrezza relativa ε/D, risulta $\lambda_A = \lambda_B$ e, quindi,

$$Q_B = \frac{0,3}{\sqrt{3}} = 0,173 \text{ m}^3/\text{s}$$

cui corrisponde un numero di Reynolds

$$\text{Re}_B = \frac{4\rho Q_B}{g\pi D_B} = \frac{4 \times 999,1 \times 0,173}{1,138 \times 10^{-3} \times \pi \times 0,300} = 645\,000$$

Secondo la 8.63, perché il moto sia puramente turbolento deve essere

$$\text{Re} \geq \frac{400}{\varepsilon/D}\log\frac{3,71}{\varepsilon/D} = \frac{400}{0,25/300}\log\frac{3,71}{0,25/300} = 1,75 \times 10^6$$

Pertanto, l'ipotesi di moto puramente turbolento non può ritenersi soddisfatta. Conseguentemente, l'indice di resistenza λ_B dipende anche dal numero di Reynolds e, quindi, dalla portata. Essendo, poi,

$$\text{Re}_A = \frac{4\rho Q_A}{g\pi D_A} = \frac{4 \times 999,1 \times 0,3}{1,138 \times 10^{-3} \times \pi \times 0,300} = 1,12 \times 10^6$$

anche l'indice di resistenza della tubazione A è espresso dalla 8.64 (*formula di Colebrook*). Essendo noti i valori di Re e di ε/D, esso può essere calcolato utilizzando la formula ricorsiva 8.67

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{\lambda_{i+1}}} &= -2\log\left(\frac{2,51}{\text{Re}\sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3,71}\,\frac{\varepsilon}{D}\right) = \\ &= -2\log\left(\frac{2,51}{1,12 \times 10^6 \times \sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3,71} \times \frac{0,25}{300}\right)\end{aligned}$$

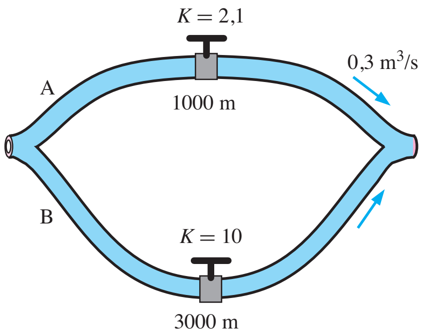
che, assumendo come valore iniziale quello che si ottiene annullando il primo addendo dell'argomento del logaritmo, fornisce, nell'ordine, i valori: 0,0188 - 0,0191 - 0,0191. Introducendo tale valore nell'espressione di Q_B, si ha

$$Q_B = \frac{0,3}{\sqrt{3}} \times \sqrt{\frac{0,0191}{\lambda_B}} \text{ m}^3/\text{s}$$

equazione che può essere risolta con un metodo iterativo. Partendo dal valore di λ_B relativo alla condizione di moto puramente turbolento e calcolando i valori successivi con la formula interpolare 8.65, si ottengono i valori riportati nella tabella a fianco.

Quindi, la dipendenza degli indici di resistenza dal numero di Reynolds influenza in maniera assolutamente trascurabile la distribuzione delle portate, perché questa dipende dal loro rapporto che varia molto poco al variare di Re.

Q_B (m^3/s)	Re$_B$	λ_B
		0,0188
0,175	652 400	0,0194
0,172	641 200	0,0194
0,172		



8.71 Risolvere il problema precedente nell'ipotesi in cui nella tubazione A sia inserita una saracinesca parzialmente chiusa ($K = 2{,}1$) e nella tubazione B una valvola a globo completamente aperta ($K = 10$). Ipotizzare che il moto sia puramente turbolento e che le altre perdite localizzate siano trascurabili.

Analisi In due tubazioni in parallelo, la perdita di carico è la stessa in ciascuna tubazione. Quindi, esprimendo la cadente con la 8.32 (*formula di Darcy-Weisbach*) e le perdite localizzate con la 8.85, si ha

$$\Delta H_d = \left(\lambda_A \frac{L_A}{D_A} + K_A\right) \frac{Q_A^2}{2gA_A^2} = \left(\lambda_B \frac{L_B}{D_B} + K_B\right) \frac{Q_B^2}{2gA_B^2}$$

da cui, essendo $D_A = D_B = D$,

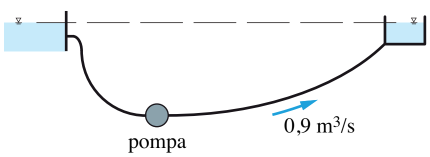
$$Q_B = Q_A \frac{\sqrt{\lambda_A \dfrac{L_A}{D} + K_A}}{\sqrt{\lambda_B \dfrac{L_B}{D} + K_B}}$$

Nell'ipotesi di moto puramente turbolento è $\lambda_A = \lambda_B = \lambda = 0{,}0188$, per cui

$$Q_B = Q_A \sqrt{\frac{\lambda L_A + DK_A}{\lambda L_B + DK_B}} =$$

$$= 0{,}3 \times \sqrt{\frac{0{,}0188 \times 1\,000 + 0{,}300 \times 2{,}1}{0{,}0188 \times 3\,000 + 0{,}300 \times 10}} = 0{,}172 \text{ m}^3/\text{s}$$

portata praticamente uguale a quella calcolata nel problema precedente, in assenza di perdite localizzate. Quindi, almeno in questo caso, la presenza di perdite di carico localizzate diverse nelle due tubazioni influenza la distribuzione delle portate in maniera assolutamente trascurabile.



8.72 Una tubazione di acciaio inossidabile del diametro di 600 mm (ε = 0,002 mm), lunga 12 km, convoglia acqua a 15 °C (ρ = 999,1 kg/m^3 e $\mu = 1{,}138 \times 10^{-3}$ Pa · s) da una sorgente fino al serbatoio di testa della rete cittadina, all'incirca alla stessa quota geodetica, con una portata di 0,9 m^3/s. Trascurando le perdite localizzate, (*a*) calcolare la potenza elettrica assorbita dall'impianto di pompaggio, essendo il rendimento del gruppo pompa-motore del 74%. È preferibile usare una sola pompa di grande potenza o diverse pompe più piccole, di uguale potenza complessiva, poste lungo la tubazione? Perché? (*b*) Calcolare la spesa giornaliera per energia elettrica, nell'ipotesi di un costo unitario di 0,25 €/kWh.

Analisi (*a*) Per la 5.108, tra un punto del serbatoio di alimentazione e un punto del serbatoio di testa della rete, aventi per ipotesi la stessa quota piezometrica, essendo ΔH_P la prevalenza della pompa, per l'ipotesi di perdite localizzate trascurabili, si ha

$$\Delta H_P = \Delta H_d = JL = \lambda \frac{V^2}{2gD} L = \frac{8\lambda Q^2}{g\pi^2 D^5} L$$

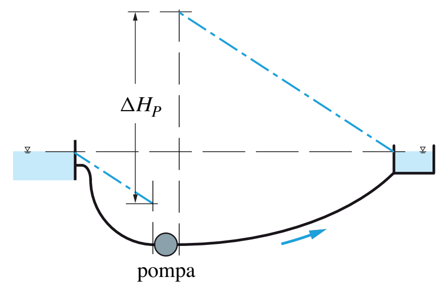
Essendo

$$\text{Re} = \frac{4\rho Q}{\mu\pi D} = \frac{4 \times 950{,}6 \times 0{,}9}{0{,}255 \times 10^{-3} \times \pi \times 0{,}600} = 7{,}12 \times 10^6$$

il moto è turbolento. Pertanto, l'indice di resistenza, espresso dalla 8.64 (*formula di Colebrook*), essendo noti i valori di Re e di ε/D, può essere calcolato utilizzando la formula ricorsiva 8.67

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{i+1}}} = -2\log\left(\frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71}\frac{\varepsilon}{D}\right) = $$
$$= -2\log\left(\frac{2{,}51}{7{,}12\times 10^6 \times \sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71}\times\frac{0{,}002}{600}\right)$$

che, assumendo come valore iniziale quello che si ottiene annullando il primo addendo dell'argomento del logaritmo, fornisce, nell'ordine, i valori: 0,00684 - 0,00894 - 0,00878 - 0,00879 - 0,00879. In alternativa, la formula interpolare 8.65 fornisce direttamente il valore 0,00885 che differisce dal precedente dello 0,6%. Pertanto, essendo

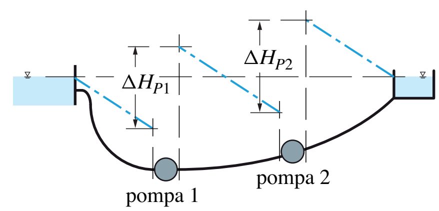


$$\Delta H_P = \frac{8\lambda Q^2}{g\pi^2 D^5} L = \frac{8\times 0{,}00879\times 0{,}9^2\times 12\,000}{9{,}81\times\pi^2\times 0{,}600^5} = 90{,}9 \text{ m}$$

la potenza elettrica assorbita dall'impianto di pompaggio è pari a

$$P_E = \frac{P_F}{\eta_{PM}} = \frac{\rho g Q \Delta H_d}{\eta_{PM}} = \frac{950{,}6\times 9{,}81\times 0{,}9\times 90{,}9}{0{,}74} = 1\,030 \text{ kW}$$

Usando una sola pompa, questa dovrebbe fornire l'intera prevalenza e, quindi, tra le sezioni subito a valle e subito a monte della pompa si avrebbe una differenza di altezza piezometrica di 90,9 m e una differenza di pressione



$\Delta H_P = \Delta H_{P1} + \Delta H_{P2}$

$$\Delta p = \rho g \Delta H_P = 950{,}6\times 9{,}81\times 90{,}9 = 848 \text{ kPa}$$

Volendo evitare sollecitazioni così elevate sulla tubazione, è preferibile usare 2 o 3 pompe più piccole, di uguale potenza complessiva, poste lungo la tubazione. In tal modo, l'incremento di pressione viene suddiviso in 2 o 3 incrementi minori subito a valle di ogni pompa e le sollecitazioni sulla tubazione risultano corrispondentemente ridotte.

(*b*) Nell'ipotesi che l'impianto funzioni con continuità nelle 24 ore, il consumo giornaliero di energia elettrica è pari a $1\,030\times 24 = 24\,700$ kWh, con una spesa giornaliera

$$C = 0{,}25\times 24\,700 = 6\,180 \text{ €}$$

8.73 Risolvere il problema precedente nell'ipotesi che la tubazione sia in ghisa ($\varepsilon = 0{,}25$ mm).

Analisi Rispetto al problema precedente si ha solo il cambiamento dell'indice di resistenza, espresso dalla 8.64 (*formula di Colebrook*). Essendo noti i valori di Re e di ε/D, utilizzando la formula ricorsiva 8.67

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{i+1}}} = -2\log\left(\frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71}\frac{\varepsilon}{D}\right) = $$
$$= -2\log\left(\frac{2{,}51}{7{,}12\times 10^6 \times \sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71}\times\frac{0{,}25}{600}\right)$$

assumendo come valore iniziale quello che si ottiene annullando il primo addendo dell'argomento del logaritmo, si ottengono, nell'ordine, i valori: 0,0160

- 0,0161 - 0,0161. In alternativa, la formula interpolare 8.65 fornisce direttamente il valore 0,0161. Quindi, l'aumento della scabrezza dovuto all'adozione di tubazioni in ghisa comporta un aumento dell'indice di resistenza dell'83% (0,0161/0,00879 = 1,83) rispetto a quello che si ha impiegando tubazioni in acciaio inossidabile, come nel caso precedente. Poiché le perdite di carico variano linearmente con l'indice di resistenza, di altrettanto aumentano la prevalenza, la potenza della pompa e il costo giornaliero dell'energia elettrica. Infatti, si ha

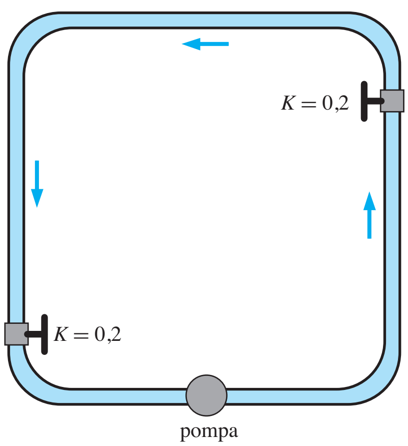
$$\Delta H_P = \frac{8\lambda Q^2}{g\pi^2 D^5} L = \frac{8 \times 0{,}0161 \times 0{,}9^2 \times 12\,000}{9{,}81 \times \pi^2 \times 0{,}600^5} = 167 \text{ m}$$

e

$$P_E = \frac{P_F}{\eta_{PM}} = \frac{\rho g Q \Delta H_d}{\eta_{PM}} = \frac{950{,}6 \times 9{,}81 \times 0{,}9 \times 167}{0{,}74} = 1\,890 \text{ kW}$$

con una spesa giornaliera per energia elettrica

$$C = 0{,}25 \times 1\,890 \times 24 = 11\,300 \text{ €}$$



8.74 Negli edifici con impianto di acqua calda centralizzato, per evitare che si debba aspettare che venga scaricata una gran quantità di acqua fredda prima che quella calda cominci a fuoriuscire, l'acqua calda viene mantenuta in costante movimento in un apposito circuito. In un circuito di questo tipo, costituito da una tubazione in acciaio ($\varepsilon = 0{,}02$ mm) del diametro di 20 mm, lunga 40 m, con due saracinesche completamente aperte ($K = 0{,}2$), la temperatura dell'acqua è di 60 °C ($\rho = 983{,}3$ kg/m^3 e $\mu = 0{,}467 \times 10^{-3}$ Pa · s) e il rendimento della pompa è del 70%. Calcolare la potenza della pompa di ricircolo per una velocità media dell'acqua nella tubazione di 2,5 m/s.

Analisi In un impianto di circolazione, per la 8.108, essendo nulla la prevalenza geodetica, la prevalenza della pompa è pari alla somma delle perdite di carico nel circuito. Pertanto, esprimendo la perdita continua con la 8.32 (*formula di Darcy-Weisbach*) e le perdite localizzate con la 8.85, si ha

$$\Delta H_P = \Delta H_d = \left(\lambda \frac{L}{D} + K_T\right) \frac{V^2}{2g}$$

nella quale, per la presenza delle due saracinesche completamente aperte, $K_T = 2 \times 0{,}2 = 0{,}4$. Essendo

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{983{,}3 \times 2{,}5 \times 0{,}020}{0{,}467 \times 10^{-3}} = 105\,000$$

il moto è turbolento. Pertanto, l'indice di resistenza, espresso dalla 8.64 (*formula di Colebrook*), essendo noti i valori di Re e di ε/D, può essere calcolato utilizzando la formula ricorsiva 8.67

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{i+1}}} = -2\log\left(\frac{2{,}51}{\text{Re}\sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71}\frac{\varepsilon}{D}\right) = -2\log\left(\frac{2{,}51}{105\,000 \times \sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71} \times \frac{0{,}02}{20}\right)$$

che, assumendo come valore iniziale quello che si ottiene annullando il primo addendo dell'argomento del logaritmo, fornisce, nell'ordine, i valori: 0,0196 - 0,0222 - 0,0221 - 0,0221. In alternativa, la formula interpolare 8.65 fornisce direttamente il valore 0,0223 che differisce dal precedente dello 0,9%. Pertanto, si ha

$$\Delta H_P = \left(\lambda \frac{L}{D} + K_T\right) \frac{V^2}{2g} = \\ = \left(0{,}0221 \times \frac{40}{0{,}020} + 0{,}4\right) \times \frac{2{,}5^2}{2 \times 9{,}81} = 14{,}2 \text{ m}$$

per cui, essendo

$$Q = VA = V\,\frac{\pi D^2}{4} = 2{,}5 \times \frac{\pi \times 0{,}020^2}{4} = 0{,}785 \text{ l/s}$$

la potenza della pompa è

$$P_P = \frac{P_F}{\eta_P} = \frac{\rho g Q \Delta H_d}{\eta_P} = \\ = \frac{983{,}3 \times 9{,}81 \times 0{,}785 \times 10^{-3} \times 14{,}2}{0{,}70} = 154 \text{ W}$$

8.75 Risolvere il problema precedente nell'ipotesi di tubazione in plastica (ε = 0).

Analisi Rispetto al problema precedente si ha solo il cambiamento dell'indice di resistenza, espresso direttamente dalla 8.56 (*formula di Prandtl-von Kármán per i tubi lisci*), che può essere calcolato con la formula ricorsiva 8.67 ponendo $\varepsilon = 0$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{i+1}}} = -2\log\frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda_i}} = -2\log\frac{2{,}51}{105\,000 \times \sqrt{\lambda_i}}$$

Adottando come valore iniziale il valore fornito dalla 8.83 (*formula di Blasius*)

$$\lambda = 0{,}316\,\mathrm{Re}^{-0{,}25} = 0{,}316 \times 105\,000^{-0{,}25} = 0{,}0176$$

si ottengono, nell'ordine, i valori: 0,0178 - 0,0178. Quindi, la riduzione della scabrezza dovuta all'adozione di una tubazione in plastica, che può essere considerata un tubo liscio, fa si che l'indice di resistenza si riduca all'81% ($0{,}0178/0{,}0221 = 0{,}81$) di quello che si ha impiegando una tubazione in acciaio, come nel caso precedente. Poiché le perdite di carico continue variano linearmente con l'indice di resistenza, praticamente di altrettanto si riducono la prevalenza e la potenza della pompa. Infatti, si ha

$$\Delta H_P = \left(\lambda \frac{L}{D} + K_T\right) \frac{V^2}{2g} = \\ = \left(0{,}0178 \times \frac{40}{0{,}020} + 0{,}4\right) \times \frac{2{,}5^2}{2 \times 9{,}81} = 11{,}5 \text{ m}$$

e

$$P_P = \frac{P_F}{\eta_P} = \frac{\rho g Q \Delta H_d}{\eta_P} =$$
$$= \frac{983{,}3 \times 9{,}81 \times 0{,}785 \times 10^{-3} \times 11{,}5}{0{,}70} = 124 \text{ W}$$

pari ambedue all'81% dei valori ottenuti nel problema precedente.

Lunghe condotte

8.76 In una tubazione del diametro di 300 mm, che si stacca da un serbatoio con imbocco ben raccordato, sono presenti due saracinesche, una valvola a fuso e una valvola a farfalla. La tubazione sbocca in un serbatoio a livello costante. Quale deve essere la lunghezza minima della tubazione perché possa essere considerata una lunga condotta?

Analisi Una tubazione può essere considerata una *lunga condotta* se ha una lunghezza tale da dar luogo a perdite continue nettamente maggiori di quelle localizzate, cioè se l'insieme delle perdite di carico localizzate è dell'ordine di qualche percento delle perdite continue. A valvole completamente aperte, dalla Tabella 8.4 si ha $K = 0{,}2$ per le saracinesche, $K = 0{,}20$ per la valvola a fuso e $K = 0{,}30$ per la valvola a farfalla. Pertanto, considerando anche la perdita localizzata allo sbocco per la quale $K = 1$, per la 8.87 l'insieme delle perdite localizzate è pari alla perdita continua in un tratto di tubazione avente lunghezza equivalente

$$L_e = \frac{K_T}{\lambda} D$$

in cui $K_T = 2 \times 0{,}2 + 0{,}20 + 0{,}30 + 1 = 1{,}9$ è la somma dei coefficienti delle perdite localizzate, λ è l'indice di resistenza della tubazione e D il diametro. Ammettendo che tali perdite siano trascurabili qualora non superino il 4% delle perdite continue, deve essere

$$L_e \leq 0{,}04\, L$$

e, pertanto, la tubazione deve avere una lunghezza minima

$$L_{\min} = \frac{1}{0{,}04} L_e = \frac{1}{0{,}04} \frac{K_T}{\lambda} D$$

Il valore dell'indice di resistenza dipende dalla scabrezza e dal numero di Reynolds. Non essendo precisati né il valore della portata, né la natura del liquido convogliato né il materiale di cui è costituita la tubazione, non è possibile effettuarne il calcolo. Per $\lambda = 0{,}025$ si ha

$$L_{\min} = \frac{1{,}9}{0{,}04} \times \frac{1}{0{,}025} D = 1\,900\, D = 1\,900 \times 0{,}300 = 570 \text{ m}$$

Se, prudenzialmente, si pone $\lambda = 0{,}010$ la lunghezza minima aumenta a $4\,750\, D = 1\,425$ m.

8.77 Una tubazione del diametro di 400 mm, lunga 6,4 km, collega due serbatoi a livello costante. Qual è il valore massimo della somma dei coefficienti delle perdite localizzate perchè queste possano essere trascurate rispetto alle perdite continue?

Analisi Per la 8.87 l'insieme delle perdite localizzate è pari alla perdita continua in un tratto di tubazione avente lunghezza equivalente

$$L_e = \frac{K_T}{\lambda} D$$

in cui K_T è la somma dei coefficienti delle perdite localizzate, λ è l'indice di resistenza della tubazione e D il diametro. Ammettendo che le perdite localizzate siano trascurabili qualora non superino il 4% delle perdite continue, deve essere

$$L_e = \frac{K_T}{\lambda} D \leq 0{,}04\, L$$

per cui

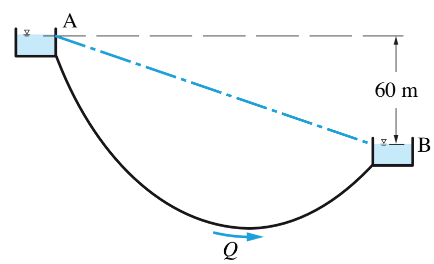
$$K_{T\max} = 0{,}04 \frac{L}{D} \lambda = 0{,}04 \times \frac{6\,400}{0{,}400} \lambda = 640\, \lambda$$

Il valore dell'indice di resistenza dipende dalla scabrezza e dal numero di Reynolds. Non essendo precisati né il valore della portata, né la natura del liquido convogliato né il materiale di cui è costituita la tubazione, non è possibile effettuarne il calcolo. Per $\lambda = 0{,}025$ si ha

$$K_{T\max} = 640\, \lambda = 640 \times 0{,}025 = 16$$

Se, prudenzialmente, si pone $\lambda = 0{,}010$ il coefficiente della somma delle perdite localizzate ammissibili si riduce a $640 \times 0{,}010 = 6{,}4$.

8.78 Una tubazione di acciaio, bitumata internamente (indice di scabrezza di Strickler a tubi nuovi $c = 100\ \mathrm{m^{1/3}/s}$), avente diametro di 400 mm e lunghezza di 9,6 km, collega due serbatoi a livello costante, tra i cui peli liberi vi è un dislivello di 60 m. Calcolare il valore della portata idrica convogliata tra i due serbatoi a tubi usati ($c = 80\ \mathrm{m^{1/3}/s}$) e l'entità del carico che una valvola deve dissipare a tubi nuovi perché venga convogliata la stessa portata.



Analisi La tubazione ha una lunghezza pari a $9\,600/0{,}400 = 24\,000$ diametri. Può, quindi, essere considerata una *lunga condotta*. In tal caso, per la 8.112, la cadente J è pari al rapporto tra il dislivello Y tra i peli liberi dei due serbatoi e la lunghezza L della condotta, per cui

$$J = \frac{Y}{L} = \frac{60}{9\,600} = 0{,}00625$$

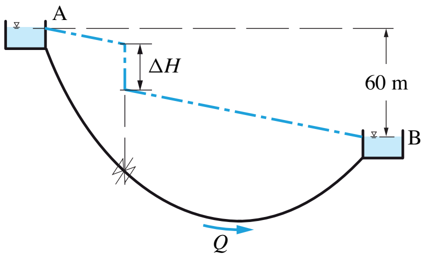
Ipotizzando che il moto sia puramente turbolento, conviene esprime la cadente con la formula monomia quadratica 8.80, ottenuta esprimendo il coefficiente C della *formula di Chézy* con la *formula di Strickler*,

$$J = 10{,}3 \frac{Q^2}{c^2 D^{5{,}33}}$$

dalla quale

$$Q = \sqrt{\frac{1}{10{,}3} J c^2 D^{5{,}33}} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{10{,}3} \times 0{,}00625 \times 80^2 \times 0{,}400^{5{,}33}} = 0{,}171\ \mathrm{m^3/s}$$



A tubi nuovi la stessa portata dà luogo ad una perdita di carico minore del dislivello disponibile. Infatti, indicando con c_N l'indice di scabrezza di Strickler a tubi nuovi e con J_N la relativa cadente, per la 8.80 si ha

$$J_N = \frac{c^2}{c_N^2} J = \left(\frac{80}{100}\right)^2 \times 0{,}00625 = 0{,}00400$$

Si ha quindi del carico in esubero pari alla differenza tra il carico disponibile Y e quello dissipato nella tubazione. La valvola deve, pertanto, dissipare un carico

$$\Delta H = Y - J_N L = 60 - 0{,}00400 \times 9\,600 = 21{,}6 \text{ m}$$

I risultati ottenuti sono corretti nella misura in cui lo è l'ipotesi di moto puramente turbolento. Per verificare la correttezza di tale ipotesi, è necessario calcolare il numero di Reynolds e verificare che sia maggiore del valore limite fornito dalla 8.63. Preliminarmente, però, è necessario determinare i valori dell'indice di scabrezza ε corrispondenti agli indici di scabrezza di Strickler assegnati. Dal confronto tra le tabelle 8.2 e 8.3, si può assumere $\varepsilon = 0{,}10$ mm a tubi nuovi e $\varepsilon = 0{,}80$ mm a tubi usati. Pertanto, nella situazione a tubi usati, perché il moto sia puramente turbolento deve essere

$$\text{Re} \geq \frac{400}{\varepsilon/D} \log \frac{3{,}71}{\varepsilon/D} = \frac{400}{0{,}80/400} \times \log \frac{3{,}71}{0{,}80/400} = 654\,000$$

Essendo

$$\text{Re} = \frac{4Q}{\nu \pi D} = \frac{4 \times 0{,}171}{10^{-6} \times \pi \times 0{,}400} = 546\,000$$

l'ipotesi di moto puramente turbolento non è verificata. Pertanto, conviene esprimere la cadente con la 8.32 (*formula di Darcy-Weisbach*) che, introducendo la portata, diviene

$$J = \frac{8\lambda Q^2}{g\pi^2 D^5}$$

da cui

$$Q = \sqrt{\frac{g\pi^2 J D^5}{8\lambda}} = \sqrt{\frac{9{,}81 \times \pi^2 \times 0{,}00625 \times 0{,}400^5}{8}} \times \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{0{,}02783}{\sqrt{\lambda}}$$

Essendo

$$\text{Re}\sqrt{\lambda} = \frac{VD}{\nu}\sqrt{\frac{2gDJ}{V^2}} = \frac{D}{\nu}\sqrt{2gDJ} =$$
$$= \frac{0{,}400}{10^{-6}} \times \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 0{,}400 \times 0{,}00625} = 88\,590$$

dalla 8.64 (*formula di Colebrook*) si ottiene

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{2{,}51}{\text{Re}\sqrt{\lambda}} + \frac{1}{3{,}71}\frac{\varepsilon}{D}\right) =$$
$$= -2\log\left(\frac{2{,}51}{88\,590} + \frac{1}{3{,}71}\frac{0{,}80}{400}\right) = 6{,}492$$

da cui $\lambda = 0{,}0237$ e

$$Q = \frac{0{,}02783}{\sqrt{\lambda}} = 0{,}02783 \times 6{,}492 = 0{,}181 \text{ m}^3/\text{s}$$

valore superiore di poco più del 5% rispetto a quello calcolato con la formula di Chézy. Con tale valore di portata, essendo

$$\text{Re} = \frac{4Q}{\nu \pi D} = \frac{4 \times 0{,}181}{10^{-6} \times \pi \times 0{,}400} = 575\,000$$

a tubi nuovi, cioè per $\varepsilon = 0{,}10$ mm, dalla 8.65 si ha $\lambda_N = 0{,}0158$. Per cui, per la 8.32

$$J_N = \frac{\lambda_N}{\lambda} J = \frac{0{,}0158}{0{,}0237} \times 0{,}00625 = 0{,}00417$$

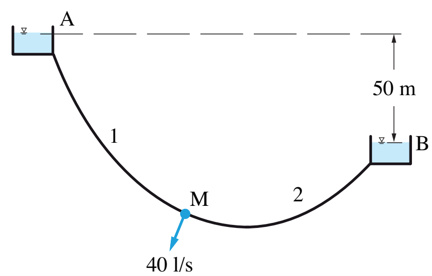
La valvola deve, pertanto, dissipare un carico

$$\Delta H = Y - J_N L = 60 - 0{,}00417 \times 9\,600 = 20{,}0 \text{ m}$$

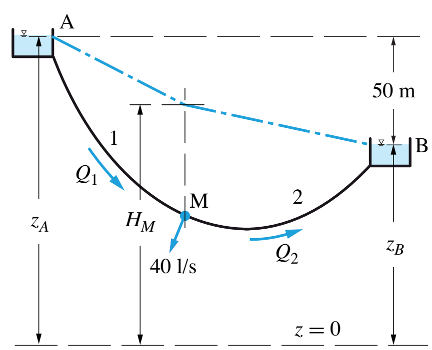
valore inferiore di circa il 7% rispetto a quello calcolato con la formula di Chézy.

Discussione Le differenze percentuali tra i risultati ottenuti esprimendo la cadente con una formula monomia quadratica, valida nell'ipotesi di moto puramente turbolento, e quelli che si ottengono utilizzando le formule di validità più generale rientrano nell'ordine di approssimazione di questo tipo di calcoli, in cui le incertezze legate alla valutazione della scabrezza delle tubazioni rendono illusoria una precisione maggiore. La semplificazione dei calcoli che ne deriva giustifica ampiamente l'adozione delle formule monomie specie nello studio delle reti e delle *lunghe condotte*.

8.79 Una tubazione di acciaio, bitumata internamente (indice di scabrezza di Strickler a tubi usati $c = 80$ m$^{1/3}$/s), avente diametro di 300 mm e lunghezza di 24,2 km, collega due serbatoi a livello costante, tra i cui peli liberi vi è un dislivello di 50 m. A metà del percorso, in corrispondenza di un nodo, viene erogata una portata di 40 l/s. Calcolare le portate che percorrono i due lati della tubazione e il carico nel nodo.



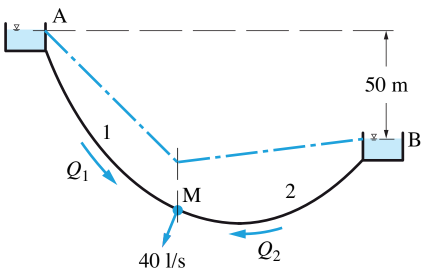
Analisi Per scrivere il sistema di equazioni che regge il problema è necessario ipotizzare il verso di percorrenza della portata nel lato 2 congiungente il nodo M con il serbatoio B posto alla quota più bassa. Se, infatti, non vi è alcun dubbio sul fatto che nel lato 1 la portata defluisca dal serbatoio A verso il nodo M, per quanto riguarda il lato 2 possono verificarsi ambedue le situazioni in dipendenza del valore che assume il carico H_M nel nodo M: la portata sarà diretta dal nodo al serbatoio B se il carico in M risulterà maggiore della quota della superficie libera del serbatoio, cioè se $H_M > z_B$; viceversa, sarà diretta dal serbatoio B verso il nodo M se risulterà $H_M < z_B$. Nel primo caso, il serbatoio A alimenta sia il nodo M che il serbatoio B; nel secondo caso, il nodo è alimentato da ambedue i serbatoi. Nel primo caso, essendo $Q_M = 40$ l/s la portata erogata nel nodo M e Q_1 e Q_2 rispettivamente le portate nei lati 1 e 2, il sistema è costituito dalle equazioni



$$z_A - H_M = J_1 L_1 = K_1 Q_1^2$$
$$H_M - z_B = J_2 L_2 = K_2 Q_2^2$$
$$Q_1 = Q_M + Q_2$$

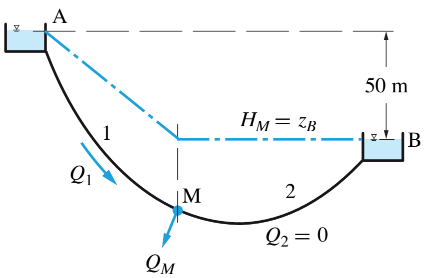
in cui, esprimendo la cadente con la 8.80 ed essendo $L_1 = L_2 = L/2$,

$$K_1 = K_2 = \frac{10,3}{c^2 D^{5,33}} L/2 = \frac{10,3}{80^2 \times 0,300^{5,33}} \times \frac{24\,200}{2} = 11\,920$$



Se l'ipotesi non è corretta, il sistema non fornisce una radice reale per Q_2. Pertanto si verifica il secondo caso, che è retto dal sistema di equazioni

$$\begin{aligned} z_A - H_M &= J_1 L_1 = K_1 Q_1^2 \\ z_B - H_M &= J_2 L_2 = K_2 Q_2^2 \\ Q_1 + Q_2 &= Q_M \end{aligned}$$



Volendo evitare il rischio di risolvere il sistema sbagliato, il verso di percorrenza di Q_2 può essere determinato calcolando il valore che assumerebbe la portata Q_1 se il carico in M fosse pari al livello di B, cioè per $H_M = z_B$. In tal caso, si avrebbe

$$z_A - z_B = J_1 L_1 = K_1 Q_1^2$$

da cui

$$Q_1 = \sqrt{\frac{z_A - z_B}{K_1}} = \sqrt{\frac{50}{11\,920}} = 0,0648 \text{ m}^3/\text{s} = 64,8 \text{ l/s}$$

Essendo $Q_1 > Q_M$, l'ipotesi più corretta è la prima: nel nodo si stabilirà, infatti, un carico maggiore di z_B in modo che l'esubero di portata rispetto a quella richiesta al nodo possa essere convogliato in B. Ovviamente, essendo $H_M > z_B$, la portata Q_1 effettiva sarà minore di quella appena calcolata. Il sistema da risolvere è dunque il primo, che eliminando il carico al nodo si può riscrivere come

$$\begin{aligned} & z_A - z_B = J_1 L_1 + J_2 L_2 = K_1 Q_1^2 + K_2 Q_2^2 \\ & Q_1 = Q_M + Q_2 \end{aligned}$$

che, eliminando Q_1, diviene

$$z_A - z_B = K_1 (Q_M + Q_2)^2 + K_2 Q_2^2$$

Sviluppando il quadrato del binomio e riordinando si ottiene l'equazione di secondo grado in Q_2

$$\begin{aligned} & (K_1 + K_2) Q_2^2 + 2 K_1 Q_M Q_2 + K_1 Q_M^2 - (z_A - z_B) = \\ & = 2 \times 11\,920\, Q_2^2 + 2 \times 11\,920 \times 0,040\, Q_2 + 11\,920 \times 0,040^2 - 50 = \\ & = 23\,840\, Q_2^2 + 953,8\, Q_2 - 30,92 = 0 \end{aligned}$$

la cui radice positiva è $Q_2 = 0,0212 \text{ m}^3/\text{s} = 21,2 \text{ l/s}$. Conseguentemente, si ha

$$Q_1 = Q_M + Q_2 = 40 + 21,2 = 61,2 \text{ l/s}$$

e

$$H_M = z_A - K_1 Q_1^2 = z_A - 11\,920 \times 0,0612^2 = z_A - 44,7 \text{ m}$$

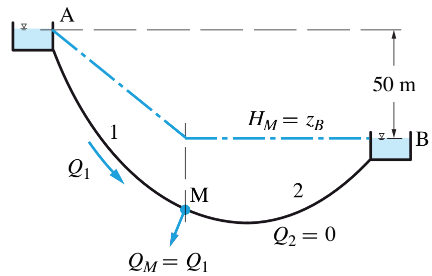
o, per controllo,

$$H_M = z_B + K_2 Q_2^2 = z_B + 11\,920 \times 0,0212^2 = z_B + 5,3 \text{ m}$$

e, sottraendo la seconda dalla prima,

$$z_A - z_B = K_1 Q_1^2 + K_2 Q_2^2 = 44{,}7 + 5{,}3 = 50 \text{ m}$$

8.80 Con riferimento al problema precedente, calcolare la portata erogata nel nodo quando il carico al nodo è uguale a quello del serbatoio di valle.



Analisi Per la 8.112 scritta tra il serbatoio A e il nodo M, si ha

$$z_A - H_M = J_1 L_1 = K_1 Q_1^2$$

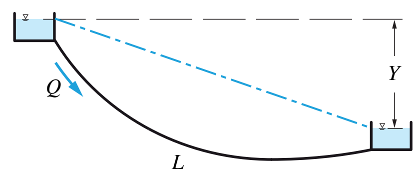
in cui, esprimendo la cadente con la 8.80 ed essendo $L_1 = L/2$

$$K_1 = \frac{10{,}3}{c^2 D^{5,33}} L_1 = \frac{10{,}3}{80^2 \times 0{,}300^{5,33}} \times \frac{24\,200}{2} = 11\,920$$

Essendo, per ipotesi, $H_M = z_B$ la portata nel lato 2 è nulla e conseguentemente la portata Q_M erogata nel nodo M è uguale alla portata Q_1 che defluisce nel lato 1. Si ha, dunque,

$$Q_M = Q_1 = \sqrt{\frac{z_A - z_B}{K_1}} = \sqrt{\frac{50}{11\,920}} = 0{,}0648 \text{ m}^3/\text{s} = 64{,}8 \text{ l/s}$$

8.81 L'adduttrice di un acquedotto deve convogliare una portata di 0,2 m^3/s tra due serbatoi a livello costante, tra i cui peli liberi vi è un dislivello di 82 m. La lunghezza del tracciato è di 12,5 km. Calcolare il valore del diametro minimo che deve avere la tubazione, nell'ipotesi che sia di acciaio, bitumata internamente (indice di scabrezza di Strickler a tubi usati $c = 80 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$).



Analisi Per la 8.112, essendo $Y = 82$ m il dislivello tra i peli liberi dei due serbatoi, $L = 12\,500$ m la lunghezza della tubazione e J la cadente, si ha

$$J = \frac{Y}{L} = \frac{82}{12\,500} = 0{,}00656$$

Ipotizzando che il moto sia puramente turbolento ed esprimendo la cadente con la formula monomia quadratica 8.80, ottenuta esprimendo il coefficiente C della *formula di Chézy* con la *formula di Strickler*,

$$J = 10{,}3 \frac{Q^2}{c^2 D^{5,33}}$$

si ha

$$D = \left(10{,}3 \frac{Q^2}{c^2 J}\right)^{1/5,33} = \left(10{,}3 \times \frac{0{,}2^2}{80^2 \times 0{,}00656}\right)^{1/5,33} = 0{,}420 \text{ m}$$

Volendo risolvere il problema in maniera più generale, cioè abbandonando l'ipotesi di moto puramente turbolento, bisogna esprimere la cadente con la 8.32

(*formula di Darcy-Weisbach*), nella quale il diametro D, oltre che dalla cadente J e dalla portata Q, dipende dall'indice di resistenza λ. Infatti, si ha

$$D = \left(\frac{8\lambda Q^2}{g\pi^2 J}\right)^{1/5} = \left(\frac{\lambda}{K}\right)^{1/5} \tag{1}$$

con

$$K = \frac{g\pi^2 J}{8Q^2} = \frac{9{,}81 \times \pi^2 \times 0{,}00656}{8 \times 0{,}2^2} = 1{,}985 \text{ m}^{-5}$$

e, per la 8.64 (*formula di Colebrook*),

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{2{,}51}{\text{Re}\sqrt{\lambda}} + \frac{1}{3{,}71}\,\frac{\varepsilon}{D}\right) \tag{2}$$

Il sistema formato dalle equazioni 1 e 2 nelle due incognite λ e D può essere risolto per successive approssimazioni, come nell'esempio 8.4, o utilizzando per il calcolo di λ la formula approssimata 8.73

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{8}{\text{Re}\,\lambda^{1/5}} + \frac{1}{1{,}8}\,\frac{\varepsilon}{D}\,\lambda^{1/5}\right)$$

scritta in funzione di parametri che non contengono il diametro. Per la 8.71, si ha

$$\text{Re}\,\lambda^{1/5} = \frac{4Q}{\nu\pi}K^{1/5} = \frac{4 \times 0{,}2}{10^{-6} \times \pi} \times 1{,}985^{1/5} = 292\,100$$

e per la 8.72

$$\frac{\varepsilon}{D}\lambda^{1/5} = \varepsilon K^{1/5} = 0{,}8 \times 10^{-3} \times 1{,}985^{1/5} = 91{,}76 \times 10^{-5}$$

avendo assunto $\nu = 10^{-6}$ m^2/s e $\varepsilon = 0{,}8$ mm. Introducendo tali valori nella formula approssimata 8.73, si ha

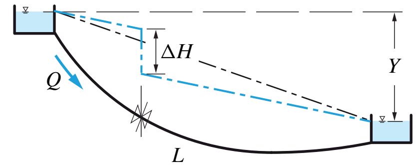
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{8}{292\,100} + \frac{1}{1{,}8} \times 91{,}76 \times 10^{-5}\right)$$

da cui $\lambda = 0{,}02338$. Sostituendo nell'espressione di D, si ottiene

$$D = \left(\frac{\lambda}{K}\right)^{1/5} = \left(\frac{0{,}02338}{1{,}985}\right)^{1/5} = 0{,}411 \text{ m}$$

Discussione La differenza tra il diametro minimo ottenuto esprimendo la cadente con una formula monomia quadratica, valida nell'ipotesi di moto puramente turbolento, e quello calcolato utilizzando le formule di validità più generale è assolutamente trascurabile. L'adozione delle formule monomie è, pertanto, più che giustificata dalle semplificazioni che ne derivano. Ciò è ancor più vero nei calcoli di progetto in considerazione del fatto che, in tal caso, il calcolo serve solo a individuare il diametro commerciale immediatamente superiore al diametro risultante dal calcolo.

8.82 Con riferimento al problema precedente, calcolare il valore del carico che una valvola deve dissipare a tubi nuovi (indice di scabrezza di Strickler a tubi nuovi $c = 100$ m$^{1/3}$/s) perché venga convogliata la portata di progetto.



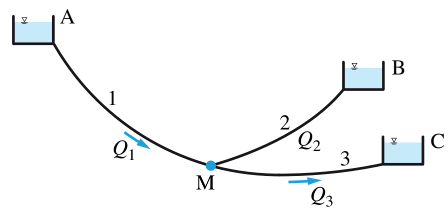
Analisi A tubi nuovi la portata assegnata dà luogo ad una perdita di carico minore del dislivello disponibile. Infatti, indicando con c_N l'indice di scabrezza di Strickler a tubi nuovi e con J_N la relativa cadente, per la 8.80 si ha

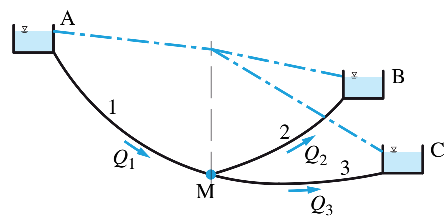
$$J_N = \frac{c^2}{c_N^2} J = \left(\frac{80}{100}\right)^2 \times 0{,}00656 = 0{,}004198$$

Si ha quindi del carico in esubero pari alla differenza tra il carico disponibile Y e quello dissipato nella tubazione. La valvola deve, pertanto, dissipare un carico

$$\Delta H = Y - J_N L = 82 - 0{,}004198 \times 12\,500 = 29{,}5 \text{ m}$$

Discussione Il calcolo è stato effettuato assumendo che il diametro della tubazione sia pari a quello calcolato e non, come è necessario nella pratica, al diametro commerciale immediatamente superiore. Nella pratica, per l'aumento del diametro rispetto a quello minimo teorico, la valvola dovrà dissipare un carico maggiore di quello derivante dalla sola condizione di tubi nuovi.





8.83 Il sistema di figura è costituito da tubazioni di acciaio, bitumate internamente (indice di scabrezza di Strickler a tubi usati $c = 80$ m$^{1/3}$/s), aventi diametro $D = 450$ mm. Essendo $z_A = 375$ m, $z_B = 330$ m, $z_C = 300$ m, $L_1 = 10\,500$ m, $L_2 = 7\,500$ m e $L_3 = 9\,500$ m, determinare la distribuzione delle portate e il carico al nodo.

Analisi Nell'ipotesi che la portata Q_2 sia diretta dal nodo M verso il serbatoio B, la distribuzione di portate è determinata dal sistema di equazioni 8.116

$$\begin{aligned} z_A - H_M &= J_1 L_1 = K_1 Q_1^2 \\ H_M - z_B &= J_2 L_2 = K_2 Q_2^2 \\ H_M - z_C &= J_3 L_3 = K_3 Q_3^2 \\ Q_1 &= Q_2 + Q_3 \end{aligned}$$

nelle quali, esprimendo la cadente con la 8.80,

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{10{,}3}{c_1^2 D_1^{5,33}} L_1 = \frac{10{,}3}{80^2 \times 0{,}450^{5,33}} \times 10\,500 = 1\,192 \\ K_2 &= \frac{10{,}3}{c_2^2 D_2^{5,33}} L_2 = \frac{10{,}3}{80^2 \times 0{,}450^{5,33}} \times 7\,500 = 851{,}3 \\ K_3 &= \frac{10{,}3}{c_3^2 D_3^{5,33}} L_3 = \frac{10{,}3}{80^2 \times 0{,}450^{5,33}} \times 9\,500 = 1\,078 \end{aligned}$$

Sommando la prima equazione alla seconda e sottraendo la seconda dalla terza si ottiene

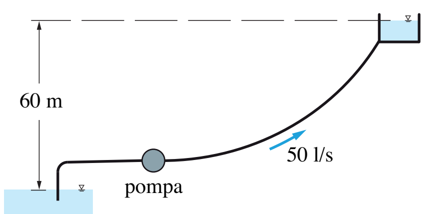
$$\begin{aligned} z_A - z_B &= K_1 Q_1^2 + K_2 Q_2^2 \\ z_B - z_C &= K_3 Q_3^2 - K_2 Q_2^2 \\ Q_1 &= Q_2 + Q_3 \end{aligned}$$

sistema che conviene risolvere con un metodo iterativo. Per esempio, fissato un valore per Q_2, si può ricavare Q_1 dalla prima e Q_3 dalla seconda e, quindi, ricavare un ulteriore valore di Q_2 dalla terza e ripetere il procedimento finché tra i valori di due iterazioni successive le differenze siano trascurabili. Pertanto, si ha

$$Q_1 = \sqrt{\frac{z_A - z_B - K_2 Q_2^2}{K_1}}$$
$$Q_3 = \sqrt{\frac{z_B - z_C + K_2 Q_2^2}{K_3}}$$
$$Q_2 = Q_1 - Q_3$$

Q_2 (m^3/s)	Q_1 (m^3/s)	Q_3 (m^3/s)
0,000	0,194	0,167
0,028	0,193	0,169
0,024	0,193	0,168
0,025	0,193	0,168
0,025	0,193	0,168

Come evidenziato nei calcoli riportati nella tabella a fianco, in cui, per semplicità, il valore iniziale di Q_2 è stato posto uguale a zero (il che equivale a ipotizzare che sia $H_M = z_B$), si ottiene $Q_1 = 0{,}193$ m^3/s, $Q_2 = 0{,}025$ m^3/s, $Q_3 = 0{,}168$ m^3/s e $H_M = 330{,}5$ m.



8.84 L'impianto di figura deve sollevare una portata di 50 l/s da un lago ad un serbatoio il cui pelo libero è 60 m più in alto. La lunghezza della tubazione (indice di scabrezza di Strickler a tubi usati $c = 80$ m$^{1/3}$/s) è di 7,6 km. Nell'ipotesi che l'impianto debba funzionare ininterrottamente, calcolare il diametro commerciale (multiplo di 50 mm) della tubazione e la potenza della pompa.

Analisi Per un impianto che deve funzionare con continuità tutto l'anno, la velocità di massimo tornaconto è di circa 1 m/s. Un primo valore del diametro si può ottenere imponendo, appunto, che la velocità media abbia tale valore. Essendo

$$A = \frac{Q}{V} = \frac{0{,}050}{1} = 0{,}050 \text{ m}^2$$

e

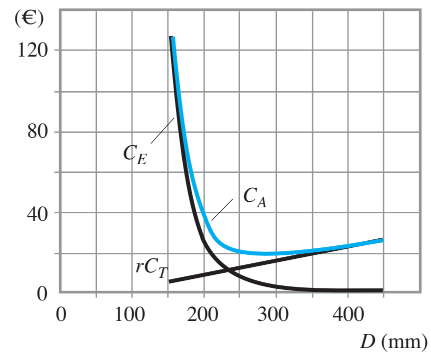
$$D = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 0{,}050}{\pi}} = 0{,}252 \text{ m}$$

si assegna alla tubazione il diametro commerciale più vicino a quello calcolato $D = 250$ mm. Volendo verificare che tale diametro sia effettivamente il più conveniente, bisogna calcolare la passività o costo annuo in base ai costi effettivi e ripetere il calcolo per i diametri commerciali subito superiori e subito inferiori. Per la 8.98, il costo annuo per unità di lunghezza della tubazione è

$$C_A = rC_T + C_E$$

in cui il primo addendo rappresenta i costi di ammortamento e manutenzione, pari a una quota r del costo delle tubazioni C_T, dipendente dal tasso di interesse e dal piano di ammortamento dell'opera e il secondo è il costo di esercizio C_E, pari al costo dell'energia dissipata in condotta. I calcoli riportati nella tabella che segue sono stati effettuati ponendo $r = 0{,}15$ ed assumendo per C_T i valori desunti da un prezzario regionale per le opere pubbliche, per il costo del chilowattora un valore medio $c_k = 0{,}20$ € e per il rendimento del gruppo pompa-motore il valore $\eta_{PM} = 0{,}70$. Il costo di esercizio C_E è dato dalla 8.100, che esprimendo la cadente con la 8.80 e tenendo presente che l'impianto funziona con continuità tutto l'anno per cui $t_A = 365 \times 24 \times 3\,600$, diviene

$$C_E = \frac{1}{3{,}6} 10^{-6} \frac{c_k}{\eta_{PM}} \frac{\rho g k}{D^n} Q^3 t_A = \frac{1}{3{,}6} 10^{-6} \frac{c_k}{\eta_{PM}} \rho g \frac{10{,}3}{c^2 D^n} Q^3 t_A =$$
$$= 10^{-3} \times \frac{0{,}20}{0{,}70} \times 10^3 \times 9{,}81 \times \frac{10{,}3}{80^2} \times 0{,}050^3 \times 365 \times 24 \frac{1}{D^{5{,}33}} =$$
$$= 0{,}00494 \frac{1}{D^{5{,}33}} \text{ €}$$

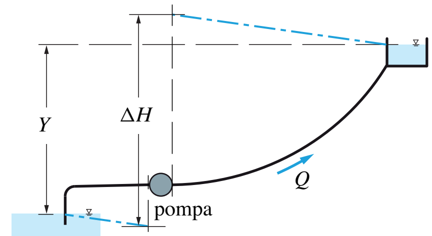


Come si può notare dai valori riportati nell'ultima colonna e dal grafico a fianco, in prossimità del minimo la curva della passività è piuttosto piatta. Infatti, i valori relativi ai diametri di 250, 300 e 350 mm sono praticamente coincidenti. Il costo annuo minimo si ha per la tubazione di diametro $D = 300$ mm, a cui corrisponde una velocità media $V = 0{,}71$ m/s.

D (mm)	C_T (€)	rC_T (€)	C_E (€)	C_A (€)	V (m/s)
150	42,10	6,32	121,65	127,96	2,83
200	65,50	9,83	26,25	36,08	1,59
250	88,10	13,22	7,99	21,21	1,02
300	111,70	16,76	3,02	19,78	0,71
350	134,20	20,13	1,33	21,46	0,52
400	153,50	23,03	0,65	23,68	0,40
450	178,90	26,84	0,35	27,18	0,31

Con tale valore del diametro, essendo $Y = 60$ m la prevelenza geodetica, la prevalenza totale della pompa è

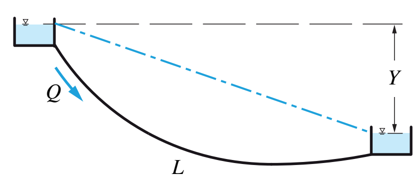
$$\Delta H = Y + JL = Y + 10{,}3 \frac{Q^2}{c^2 D^{5{,}33}} L =$$
$$= 60 + 10{,}3 \times \frac{0{,}050^2}{80^2 \times 0{,}300^{5{,}33}} \times 7\,600 = 78{,}7 \text{ m}$$



Pertanto, la potenza che la pompa deve cedere al fluido vale

$$P_F = \rho g Q \Delta H = 1\,000 \times 9{,}81 \times 0{,}050 \times 78{,}7 = 38{,}6 \text{ kW}$$

8.85 L'adduttrice di un acquedotto deve convogliare una portata di 0,35 m^3/s tra due serbatoi a livello costante, tra i cui peli liberi vi è un dislivello di 76 m. La lunghezza del tracciato è di 18,5 km. Calcolare il valore del diametro minimo che deve avere la tubazione, nell'ipotesi che sia di acciaio, bitumata internamente (indice di scabrezza di Strickler a tubi usati $c = 80$ $m^{1/3}/s$).



Analisi Per la 8.112, essendo $Y = 76$ m il dislivello tra i peli liberi dei due serbatoi, $L = 18\,500$ m la lunghezza della tubazione e J la cadente, si ha

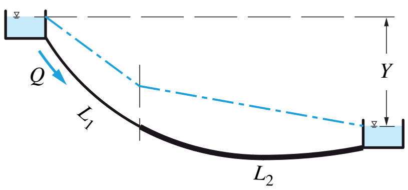
$$J = \frac{Y}{L} = \frac{76}{18\,500} = 0{,}004108$$

Ipotizzando che il moto sia puramente turbolento ed esprimendo la cadente con la formula monomia quadratica 8.80, ottenuta esprimendo il coefficiente C della *formula di Chézy* con la *formula di Strickler*,

$$J = 10{,}3\,\frac{Q^2}{c^2 D^{5,33}}$$

si ha

$$D = \left(10{,}3\,\frac{Q^2}{c^2 J}\right)^{1/5,33} = \left(10{,}3 \times \frac{0{,}35^2}{80^2 \times 0{,}004108}\right)^{1/5,33} = 0{,}566 \text{ m}$$



8.86 Con riferimento al problema precedente, ipotizzando che i diametri commerciali siano multipli di 50 mm, determinare le lunghezze dei due tratti a diametro $D_1 < D_t$ e $D_2 > D_t$, subito minore e subito maggiore del diametro D_t calcolato.

Analisi Essendo $D_t = 566$ mm, il diametro commerciale subito inferiore è $D_1 = 550$ mm e quello subito superiore $D_2 = 600$ mm. Le lunghezze da assegnare ai due tratti sono date dalla soluzione del sistema di equazioni 8.120

$$J_1 L_1 + J_2 L_2 = Y$$
$$L_1 + L_2 = L$$

da cui, ricavando L_2 dalla seconda, sostituendo nella prima e riordinando si ottiene

$$L_1 = \frac{Y - J_2 L}{J_1 - J_2}$$

Esprimendo la cadente con la formula monomia quadratica 8.80, si ha

$$J_1 = 10{,}3 \times \frac{0{,}35^2}{80^2 \times 0{,}550^{5,33}} = 0{,}00477$$

e

$$J_2 = 10{,}3 \times \frac{0{,}35^2}{80^2 \times 0{,}600^{5,33}} = 0{,}00300$$

per cui

$$L_1 = \frac{Y - J_2 L}{J_1 - J_2} = \frac{76 - 0{,}00300 \times 18\,500}{0{,}00477 - 0{,}00300} = 11\,580 \text{ m}$$

e

$$L_2 = L - L_1 = 18\,500 - 11\,580 = 6\,920 \text{ m}$$

Misura della velocità e della portata

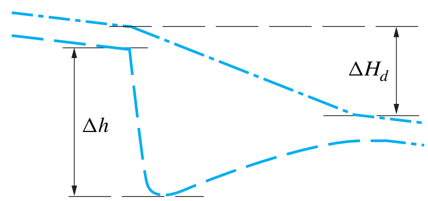
8.87 Su quali considerazioni principali si basa la scelta di un misuratore di portata?

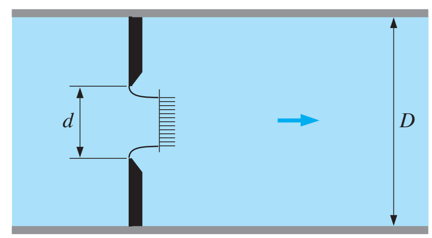
Analisi La scelta di un misuratore di portata si basa su dimensioni, costi, accuratezza, versatilità, perdita di carico e principio di funzionamento.

8.88 Descrivere come sia possibile misurare la portata con un tubo di Pitot.

Analisi Il tubo di Pitot misura l'altezza cinetica in un punto come differenza tra pressione dinamica e pressione statica. Dall'altezza cinetica si risale facilmente alla velocità nel punto. Nota la velocità in un numero di punti sufficientemente significativo di una sezione trasversale, la portata può essere ottenuta per via indiretta come sommatoria delle portate relative all'area di pertinenza di ciascun punto, ottenute moltiplicando la velocità nel punto per l'area stessa.

8.89 Qual è il principio di funzionamento dei misuratori a strozzamento?





Analisi Se la corrente è costretta a passare attraverso una sezione ristretta (*strozzatura*) la sua velocità media aumenta e, conseguentemente, aumenta anche la sua altezza cinetica. L'aumento di altezza cinetica, funzione sia dell'entità dello strozzamento che della portata, dà luogo, per il teorema di Bernoulli, ad una corrispondente diminuzione Δh di quota piezometrica. Misurando tale variazione con un manometro o un trasduttore differenziale si ottiene per via indiretta la portata della corrente. Per un generico misuratore a strozzamento la portata è data dalla 8.132

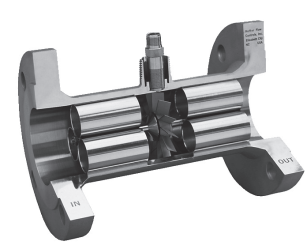
$$Q = C_p A_R \sqrt{\frac{2g\Delta h}{1 - m^2}}$$

in cui $m = (d/D)^2$, detto rapporto di strozzamento, è il rapporto tra l'area A_R della luce di diametro d e l'area della tubazione di diametro D e C_p è un coefficiente di portata determinato sperimentalmente, che tiene conto delle perdite di carico ΔH_d tra le due sezioni di misura e che dipende, oltre che da m, anche dal numero di Reynolds e dalle caratteristiche costruttive del misuratore.

8.90 Come funzionano i misuratori volumetrici? Perché vengono spesso utilizzati per la benzina, l'acqua e il metano?

Analisi Il funzionamento dei misuratori volumetrici si basa sul riempimento e lo svuotamento continuo di una camera di misura e sul conteggio del numero di cicli carico-scarico. Essi vengono usati quando interessa non tanto misurare la portata (volume defluito nell'unità di tempo) quanto piuttosto il volume totale di fluido versato in un contenitore o defluito attraverso una sezione in un determinato lasso di tempo. Ciò accade, in particolare, per le forniture di acqua, benzina o altri fluidi in cui il corrispettivo è commisurato al volume di fluido fornito e non alla maggiore o minore rapidità della fornitura.

8.91 Qual è il principio di funzionamento dei misuratori a turbina?



Analisi Un'elica investita da una corrente fluida ruota con velocità tanto maggiore quanto più grande è la velocità della corrente. È, quindi, possibile misurare indirettamente la velocità del fluido attraverso la misura della velocità di rotazione di un'elica investita dal fluido, previa apposita taratura. Il funzionamento dei misuratori a turbina è basato su tale principio. Un misuratore a turbina è costituito da un tronchetto di tubazione, filettata o flangiata agli estremi, in cui è inserita un'elica, preceduta da una camera di regolarizzazione del moto. Un sensore, generando un impulso ogni volta che un determinato punto dell'elica vi passa accanto, consente di determinarne la velocità di rotazione.

8.92 Qual è il principio di funzionamento dei rotametri?

Analisi Il *rotametro a gravità* consiste di un tubo trasparente verticale tronco-conico, a sezione di area crescente verso l'alto, contenente un galleggiante libero di muoversi al suo interno. Quando il fluido, proveniente dal basso, scorre nel tubo conico, sul galleggiante agiscono il peso e la spinta dinamica della corrente, che è proporzionale alla velocità. All'aumentare dell'area della sezione trasversale dell'apparecchio la velocità diminuisce e con essa anche la spinta dinamica. Pertanto, il galleggiante si posiziona in corrispondenza della sezione trasversale in cui la velocità dà luogo alla spinta dinamica che bilancia il peso del galleggiante. Tarando l'apparecchio, si può leggere la portata su una scala graduata riportata direttamente sul tubo. I *rotametri a molla*, nei quali la spinta dinamica della corrente è bilanciata dalla reazione della molla, possono essere posizionati anche orizzontalmente.

8.93 Qual è la differenza tra il principio di funzionamento degli anemometri termici e quello dei velocimetri laser-Doppler?

Analisi Un *anemometro termico* è costituito da un sensore riscaldato elettricamente e mantenuto a temperatura costante. Il sensore, cedendo calore al fluido circostante, tende a raffreddarsi tanto più velocemente quanto maggiore è la velocità del fluido. Quindi, quanto più è grande la velocità della corrente tanto maggiore è la differenza di potenziale necessaria per mantenere il sensore alla temperatura prefissata. Pertanto, misurando la differenza di potenziale applicata o la corrente elettrica che attraversa il sensore si ha una misura indiretta della velocità del fluido. Invece, la velocimetria *laser-Doppler* si basa sull'emissione di un raggio di luce monocromatica altamente coerente verso il punto di misura, sulla raccolta della luce riflessa dalle minuscole particelle nell'area di interesse e sulla determinazione della variazione di frequenza della radiazione riflessa a causa dell'effetto Doppler, variazione che può essere messa in relazione con la velocità del fluido nell'area di interesse.

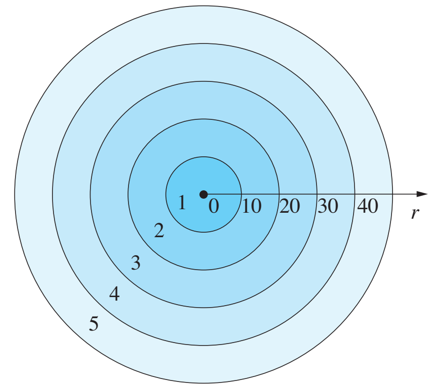
8.94 Qual è la differenza tra la velocimetria laser-Doppler e la velocimetria a immagini di particelle?

Analisi Con la velocimetria laser-Doppler si misura la velocità in un punto, mentre con la velocimetria a immagini di particelle è possibile rilevare la distribuzione di velocità istantanea in un piano del campo di moto, ottenendo, quindi, una mappa istantanea. Entrambi sono metodi non invasivi basati sull'utilizzo di raggi laser.

r (mm)	V (m/s)
0	6,4
10	6,1
20	5,2
30	4,4
40	2,0

8.95 In una tubazione del diametro di 100 mm sono state effettuate, lungo il raggio di una sezione trasversale, in punti a distanza r dall'asse, le misure di velocità riportate nella tabella. Calcolare la portata.

Analisi In generale, nota la velocità in un numero di punti sufficientemente significativo di una sezione trasversale, la portata può essere ottenuta per via indiretta come sommatoria delle portate relative all'area di pertinenza di ciascun punto, assumendo come velocità media dell'area la velocità nel punto. Nel caso in esame, per la simmetria assiale del moto, ai punti di ogni circonferenza coassiale alla tubazione compete un unico valore di velocità. Suddividendo la sezione trasversale in tante corone circolari quanti sono i valori rilevati della velocità ed attribuendo a ciascuna di esse un unico valore di velocità, la portata totale è pari alla sommatoria delle portate di ciascuna corona circolare. Pertanto, essendo A_i l'area della generica corona circolare e V_i il valore della velocità media, si ha



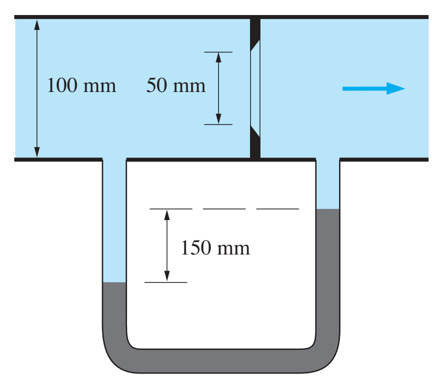
$$Q = \sum A_i V_i = \sum_1^5 \pi \left(r_{\text{est}}^2 - r_{\text{int}}^2\right)_i V_i$$

in cui r_{est} ed r_{int} sono, rispettivamente, il raggio delle circonferenze esterna e di quella interna della generica corona. Suddividendo la sezione in cinque corone, di spessore uguale pari a 1/5 del raggio della tubazione, ed assumendo come valore della velocità media di ciascuna corona il valore che compete alla circonferenza mediana, calcolato come media dei valori noti alle circonferenze esterna ed interna della corona, si hanno i valori riportati nella tabella che segue.

i	r_{est} (mm)	r_{int} (mm)	A_i (mm^2)	V_i (m/s)	$V_{m,i}$ (m/s)	$A_i V_i$ (l/s)
1	10	0	314	6,4	6,25	1,96
2	20	10	942	6,1	5,65	5,32
3	30	20	1 570	5,2	4,80	7,54
4	40	30	2 200	4,4	3,20	7,04
5	50	40	2 830	2,0	1,00	2,83

Pertanto, la portata totale è $Q = 24{,}7$ l/s. Volendo affinare il calcolo si può ricavare, per interpolazione dei valori rilevati, la funzione della distribuzione di velocità e calcolare la portata per integrazione.

8.96 In una tubazione orizzontale di diametro 100 mm, in cui defluisce acqua a 15 °C ($\rho = 999{,}1$ kg/m^3 e $\mu = 1{,}138 \times 10^{-3}$ Pa · s), è inserito un diaframma la cui luce ha un diametro di 50 mm. Tra i menischi dei due rami di un manometro differenziale a mercurio, inserito tra monte e valle del diaframma, si misura un dislivello di 150 mm. Calcolare la portata.



Analisi Il manometro differenziale fornisce la differenza delle quote piezometriche fra le due sezioni di misura, che, per la 3.21, essendo la densità del mercurio $\rho_m = 13\,600$ kg/m^3, risulta

$$\Delta h = \Delta \frac{\rho_m - \rho}{\rho} = 0{,}150 \times \frac{13\,600 - 999{,}1}{999{,}1} = 1{,}89 \text{ m}$$

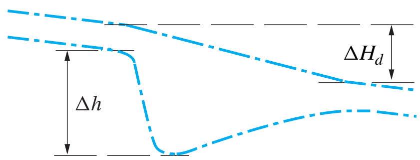
Per la 8.132, essendo per i diaframmi $C_p = 0{,}61$ per Re $> 30\,000$, si ha

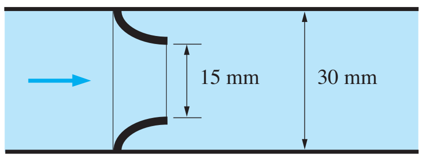
$$Q = C_p A_R \sqrt{\frac{2g\Delta h}{1 - m^2}} =$$

$$= 0{,}61 \times \frac{\pi \times 0{,}050^2}{4} \times \sqrt{\frac{2 \times 9{,}81 \times 1{,}89}{1 - (0{,}050/0{,}100)^4}} = 7{,}53 \text{ l/s}$$

Il valore assunto per il coefficiente di portata C_p è corretto perché

$$\text{Re} = \frac{4\rho Q}{\mu \pi D} = \frac{4 \times 999{,}1 \times 7{,}53 \times 10^{-3}}{1{,}138 \times 10^{-3} \times \pi \times 0{,}100} = 84\,200 > 30\,000$$





8.97 In una tubazione del diametro di 30 mm, in cui defluisce ammoniaca a 10 °C ($\rho = 624{,}6$ kg/m^3 e $\mu = 1{,}697 \times 10^{-4}$ Pa · s), è inserito un boccaglio, avente diametro della sezione terminale di 15 mm. La differenza di pressione tra le sezioni di misura è di 4 kPa. Calcolare la portata.

Analisi Per la 8.132, essendo per i boccagli $C_p = 0{,}96$ per Re $> 30\,000$, si ha

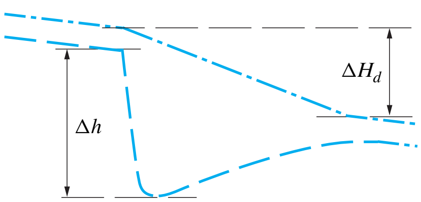
$$Q = C_p A_R \sqrt{\frac{2g\Delta h}{1-m^2}} = C_p A_R \sqrt{\frac{2\Delta p/\rho}{1-m^2}} =$$

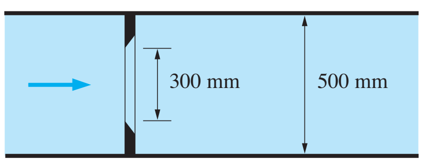
$$= 0{,}96 \times \frac{\pi \times 0{,}015^2}{4} \times \sqrt{\frac{2 \times 4\,000/624{,}6}{1-(0{,}015/0{,}030)^4}} = 0{,}627 \text{ l/s}$$

Essendo

$$\text{Re} = \frac{4\rho Q}{\mu \pi D} = \frac{4 \times 624{,}6 \times 0{,}627 \times 10^{-3}}{1{,}697 \times 10^{-4} \times \pi \times 0{,}030} = 98\,000 > 30\,000$$

il valore assunto per il coefficiente di portata C_p è corretto.





8.98 In una tubazione del diametro di 500 mm, in cui defluisce acqua a 20 °C ($\rho = 998$ kg/m^3 e $\mu = 1{,}002 \times 10^{-3}$ Pa·s), è inserito un diaframma la cui luce ha un diametro di 300 mm. Calcolare la differenza di pressione tra le sezioni subito a monte e a valle del diaframma e la perdita di carico, quando la portata è di 250 l/s.

Analisi Essendo

$$\text{Re} = \frac{4\rho Q}{\mu \pi D} = \frac{4 \times 998 \times 250 \times 10^{-3}}{1{,}002 \times 10^{-3} \times \pi \times 0{,}500} = 634\,000 > 30\,000$$

il coefficiente di portata dei diaframmi è $C_p = 0{,}61$. Pertanto, per la 8.132, è

$$\Delta h = \frac{Q^2}{2g}\frac{1-m^2}{C_p^2 A_R^2} = \frac{0{,}250^2}{2 \times 9{,}81} \times \frac{1-(0{,}300/0{,}500)^4}{0{,}61^2 \times (\pi \times 0{,}300^2/4)^2} = 1{,}49 \text{ m}$$

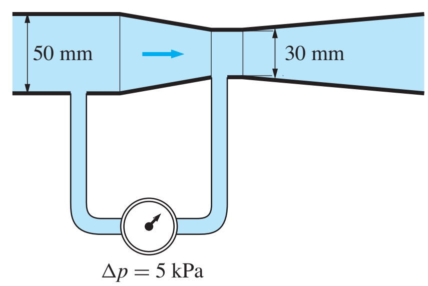
per cui la differenza di pressione, potendosi porre $z_1 \cong z_2$, risulta

$$\Delta p = \rho g \Delta h = 998 \times 9{,}81 \times 1{,}49 = 14\,600 \text{ Pa}$$

Il brusco restringimento dovuto alla presenza del diaframma causa l'insorgenza di vortici e, quindi, di perdite di carico significative nel tratto subito a valle della sezione contratta, dove la corrente decelera per tornare ad assumere la velocità di monte. Tale rallentamento dà luogo ad un parziale recupero della pressione, che tuttavia rimane sempre inferiore a quella di monte, denotando con ciò che parte dell'energia di pressione è andata perduta. Per valutare la perdita è quindi necessario disporre un'ulteriore presa di pressione a sufficiente distanza (almeno un paio di diametri) dal diaframma. Dal grafico di fig. 8.80, per $d/D = 300/500 = 0{,}6$ risulta che la perdita ΔH_d è pari al 64% di Δh e, quindi,

$$\Delta H_d = 0{,}64\,\Delta h = 0{,}64 \times 1{,}49 = 0{,}954 \text{ m}$$

8.99 In una tubazione orizzontale del diametro di 50 mm, in cui defluisce acqua a 15 °C ($\rho = 999{,}1$ kg/m^3), è inserito un venturimetro, la cui sezione

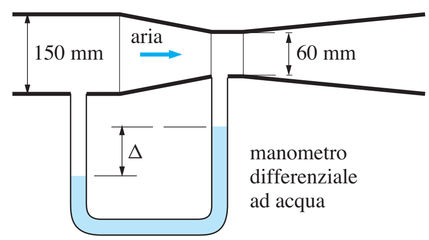


ristretta ha un diametro di 30 mm. La differenza di pressione tra le sezioni di misura è di 5 kPa. Calcolare la portata, assumendo $C_p = 0{,}98$.

Analisi Per la 8.132, si ha

$$Q = C_p A_R \sqrt{\frac{2\Delta p/\rho}{1 - m^2}} =$$
$$= 0{,}98 \times \frac{\pi \times 0{,}030^2}{4} \times \sqrt{\frac{2 \times 5\,000/999{,}1}{1 - (0{,}030/0{,}050)^4}} = 2{,}35 \text{ l/s}$$

8.100 In una tubazione del diametro di 150 mm, in cui defluisce aria a 20 °C ($\rho = 1{,}204$ kg/m^3), è inserito un venturimetro, la cui sezione ristretta ha un diametro di 60 mm. Alle sezioni di misura è collegato un manometro differenziale ad acqua, che può misurare al massimo una differenza di 40 cm tra le quote dei menischi nei due rami. Calcolare la massima portata che il venturimetro può misurare, assumendo $C_p = 0{,}98$.



Analisi Nell'aria, che è un fluido di piccolo peso specifico, le variazioni di pressione dovute alle variazioni di quota sono trascurabili. Pertanto, anche nel caso di venturimetro inclinato, la differenza di quota piezometrica Δh tra le due sezioni di inserzione del manometro è dovuta solo alla differenza di pressione, per cui si ha

$$\Delta h = \frac{\Delta p}{\rho g}$$

Essendo la densità ρ dell'aria molto più piccola della densità ρ_m del liquido manometrico, per la 3.22, la differenza di pressione tra i due rami del manometro è

$$\Delta p = \rho_m g \Delta$$

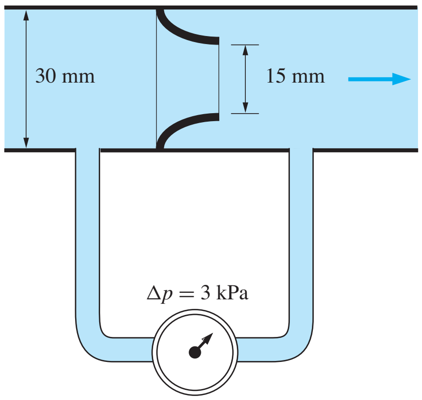
Pertanto, con un dislivello massimo $\Delta_{\max} = 40$ cm tra i due menischi, per la 8.132, la portata massima misurabile è

$$Q_{\max} = C_p A_R \sqrt{\frac{2g\Delta h}{1 - m^2}} = C_p A_R \sqrt{\frac{2\Delta p/\rho}{1 - m^2}} = C_p A_R \sqrt{\frac{2g\Delta_{\max}\rho_m/\rho}{1 - m^2}} =$$
$$= 0{,}98 \times \frac{\pi \times 0{,}060^2}{4} \times \sqrt{\frac{2 \times 9{,}81 \times 0{,}40 \times 998/1{,}204}{1 - (0{,}060/0{,}150)^4}} =$$
$$= 0{,}2264 \text{ m}^3/\text{s}$$

pari ad una portata di massa

$$Q_{m,\max} = \rho Q_{\max} = 1{,}204 \times 0{,}2264 = 0{,}273 \text{ kg/s}$$

8.101 In una tubazione orizzontale del diametro di 30 mm, in cui defluisce acqua a 10 °C ($\rho = 999{,}7$ kg/m^3 e $\mu = 1{,}307 \times 10^{-3}$ Pa · s), è inserito un boccaglio avente diametro della sezione terminale di 15 mm. La differenza di pressione tra le sezioni di misura è di 3 kPa. Calcolare la portata, la velocità media nella tubazione e la perdita di carico causata dal boccaglio.



Analisi Per la 8.132, assumendo $C_p = 0{,}96$, si ha

$$Q = C_p A_R \sqrt{\frac{2\Delta p/\rho}{1-m^2}} =$$

$$= 0{,}96 \times \frac{\pi \times 0{,}015^2}{4} \times \sqrt{\frac{2 \times 3\,000/999{,}7}{1-(0{,}015/0{,}030)^4}} = 0{,}429 \text{ l/s}$$

Essendo

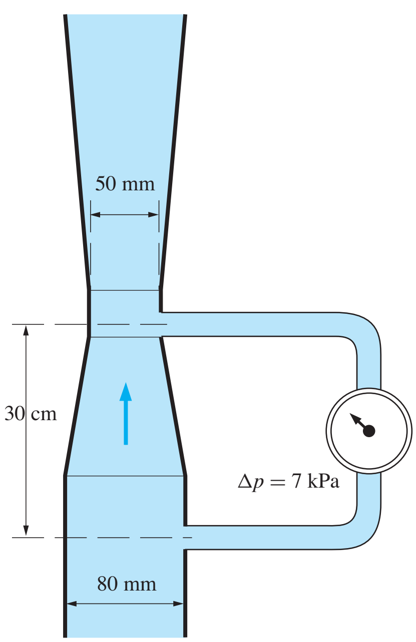
$$\text{Re} = \frac{4\rho Q}{\mu\pi D} = \frac{4 \times 999{,}7 \times 0{,}429 \times 10^{-3}}{1{,}307 \times 10^{-3} \times \pi \times 0{,}030} = 13\,900 < 30\,000$$

il coefficiente di portata è funzione di m e di Re. In particolare, si ha

$$C_p = 0{,}9975 - 6{,}53\sqrt{\frac{d/D}{\text{Re}}} = 0{,}9975 - 6{,}53 \times \sqrt{\frac{0{,}015/0{,}030}{13\,900}} = 0{,}958$$

valore praticamente identico a quello prima assunto. Il graduale restringimento dovuto alla presenza del boccaglio causa l'insorgenza di vortici e, quindi, di perdite di carico nel tratto subito a valle della sezione terminale del boccaglio, dove la corrente decelera per tornare ad assumere la velocità di monte. Tale rallentamento dà luogo ad un parziale recupero della pressione, che tuttavia rimane sempre inferiore a quella di monte, denotando con ciò che parte dell'energia di pressione è andata perduta. Per valutare la perdita è quindi necessario disporre un'ulteriore presa di pressione a sufficiente distanza (almeno un paio di diametri) dal boccaglio. Dal grafico di fig. 8.80, per $d/D = 15/30 = 0{,}5$ risulta che la perdita ΔH_d è pari al 61% di Δh e, quindi,

$$\Delta H_d = 0{,}61\,\Delta h = 0{,}61\,\frac{\Delta p}{\rho g} = 0{,}61 \times \frac{3\,000}{999{,}7 \times 9{,}81} = 0{,}187 \text{ m}$$



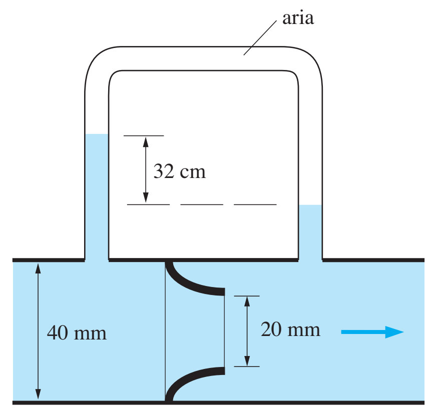
8.102 In una tubazione ad asse verticale, del diametro di 80 mm, in cui defluisce propano liquido a 10 °C ($\rho = 514{,}7$ kg/m^3), è inserito un venturimetro, la cui sezione ristretta ha un diametro di 50 mm. Il manometro misura una differenza di pressione di 7 kPa. Calcolare la portata, assumendo $C_p = 0{,}98$.

Analisi Il manometro metallico a cui fanno capo le due prese di pressione è un manometro differenziale che fornisce la differenza di pressione tra i due punti di ingresso del manometro, cioè tra due punti alla stessa quota. Quindi, nel calcolo della differenza di quota piezometrica tra i due punti di presa non si deve tener conto della differenza di quota esistente tra i due punti, perché l'indicazione manometrica, espressa in colonna di liquido, è uguale alla differenza tra le quote piezometriche nelle due sezioni di misura. Infatti, se il liquido fosse in quiete, il manometro indicherebbe $\Delta p = 0$ perché, per la legge di Stevin, a tutti i punti di uno stesso fluido in quiete compete la stessa quota piezometrica. Pertanto, per la 8.132, si ha

$$Q = C_p A_R \sqrt{\frac{2g\Delta h}{1-m^2}} = C_p A_R \sqrt{\frac{2\Delta p/\rho}{1-m^2}} =$$

$$= 0{,}96 \times \frac{\pi \times 0{,}050^2}{4} \times \sqrt{\frac{2 \times 7\,000/514{,}7}{1-(0{,}050/0{,}080)^4}} = 10{,}9 \text{ l/s}$$

8.103 In una tubazione orizzontale del diametro di 40 mm, in cui defluisce acqua a 20 °C ($\rho = 998$ kg/m^3 e $\mu = 1{,}002 \times 10^{-3}$ Pa · s), è inserito un boccaglio avente diametro della sezione terminale di 20 mm. Tra le sezioni di misura è inserito un manometro differenziale ad aria tra i cui menischi c'è un dislivello di 32 cm. Calcolare la portata, la velocità media nella tubazione e la perdita di carico causata dal boccaglio.



Analisi Essendo l'aria un fluido di piccolo peso specifico, la differenza di pressione dovuta alla differenza di quota è trascurabile. Pertanto, nell'aria all'interno del manometro la pressione può essere considerata costante. Essendo i due menischi alla stessa pressione, la differenza Δh di quota piezometrica tra le due sezioni tra le quali è inserito il manometro è pari proprio al dislivello manometrico Δ. Pertanto, per la 8.132, assumendo $C_p = 0{,}96$, si ha

$$Q = C_p A_R \sqrt{\frac{2g\Delta h}{1-m^2}} = C_p A_R \sqrt{\frac{2g\Delta}{1-m^2}} =$$

$$= 0{,}96 \times \frac{\pi \times 0{,}020^2}{4} \times \sqrt{\frac{2 \times 9{,}81 \times 0{,}32}{1-(0{,}020/0{,}040)^4}} = 0{,}780 \text{ l/s}$$

Essendo

$$\text{Re} = \frac{4\rho Q}{\mu \pi D} = \frac{4 \times 998 \times 0{,}780 \times 10^{-3}}{1{,}002 \times 10^{-3} \times \pi \times 0{,}040} = 24\,700 < 30\,000$$

il coefficiente di portata è funzione di m e di Re. In particolare, si ha

$$C_p = 0{,}9975 - 6{,}53\sqrt{\frac{d/D}{\text{Re}}} = 0{,}9975 - 6{,}53 \times \sqrt{\frac{0{,}020/0{,}040}{24\,700}} = 0{,}968$$

valore superiore di appena lo 0,8% a quello prima assunto. Dal grafico di fig. 8.80, per $d/D = 20/40 = 0{,}5$ risulta che la perdita ΔH_d è pari al 61% di Δh e, quindi,

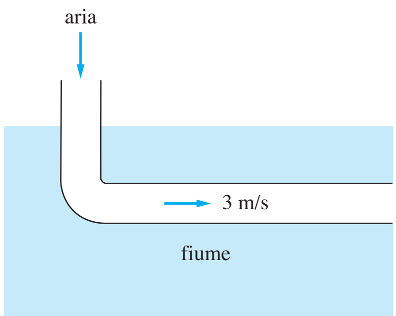
$$\Delta H_d = 0{,}61\,\Delta h = 0{,}61\,\Delta = 0{,}61 \times 0{,}32 = 0{,}195 \text{ m}$$

Riepilogo

8.104 Un uomo deve riempire un recipiente con un tubo da giardino e, ricordando che l'aggiunta di un ugello alla parte terminale del tubo fa aumentare la velocità del getto, si chiede se così facendo riuscirà a riempire il recipiente in un tempo minore. In effetti, ci vorrà un tempo minore, maggiore o uguale? Perché?

Analisi L'aggiunta di un elemento qualsiasi ad un circuito fa aumentare la perdita di carico complessiva tra le sezioni di estremità. Ciò, rimanendo invariato il carico disponibile, dà luogo ad una riduzione della portata. Pertanto, aggiungendo l'ugello, per riempire il recipiente sarà necessario un tempo maggiore.

8.105 Un'abitazione sulla riva di un fiume viene rinfrescata, nel periodo estivo, facendovi circolare aria refrigerata dall'acqua fresca del corso d'acqua. L'impianto è costituito da una tubazione in acciaio inossidabile (ε =



0,005 mm), immersa nel fiume, del diametro di 200 mm, lunga 15 m, in cui scorre aria a 15 °C ($\rho = 1{,}225$ kg/m^3 e $\mu = 1{,}802 \times 10^{-5}$ Pa · s), con velocità media di 3 m/s. Calcolare la potenza della ventola necessaria per vincere le perdite nella tubazione, ipotizzando un rendimento complessivo del 62%.

Analisi La prevalenza ΔH_P della ventola deve essere pari alle perdite di carico nella tubazione. Pertanto, non essendovi perdite localizzate, si ha

$$\Delta H_P = \Delta H_d = JL = \lambda \frac{V^2}{2gD} L$$

Essendo

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{1{,}225 \times 3 \times 0{,}200}{1{,}802 \times 10^{-5}} = 40\,800 > 2\,300$$

il moto è turbolento. In tal caso, l'indice di resistenza, espresso dalla 8.64 (*formula di Colebrook*), essendo noti i valori di Re e di ε/D, può essere calcolato utilizzando la formula ricorsiva 8.67

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{i+1}}} = -2\log\left(\frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71}\frac{\varepsilon}{D}\right) = -2\log\left(\frac{2{,}51}{40\,800 \times \sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71} \times \frac{0{,}005}{200}\right)$$

che, assumendo come valore iniziale quello che si ottiene annullando il primo addendo dell'argomento del logaritmo, fornisce, nell'ordine, i valori: 0,0093 - 0,0245 - 0,0216 - 0,0220 - 0,0219 - 0,0220. In alternativa, la formula interpolare 8.65 fornisce direttamente il valore 0,0219. Pertanto,

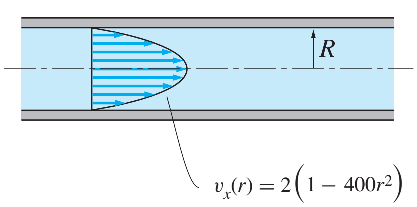
$$\Delta H_d = \lambda \frac{V^2}{2gD} L = \frac{0{,}0220 \times 3^2 \times 15}{2 \times 9{,}81 \times 0{,}200} = 0{,}757\,\mathrm{m}$$

Essendo

$$Q = VA = V\frac{\pi D^2}{4} = 3 \times \frac{\pi \times 0{,}200^2}{4} = 0{,}0942\,\mathrm{m^3/s}$$

la potenza elettrica assorbita dalla ventola risulta

$$P_E = \frac{P_F}{\eta_{PM}} = \frac{\rho g Q \Delta H_P}{\eta_{PM}} = \frac{1{,}225 \times 9{,}81 \times 0{,}0942 \times 0{,}757}{0{,}62} = 1{,}38\ \mathrm{W}$$



8.106 In una tubazione circolare, in regime di moto laminare, il profilo di velocità è espresso dalla relazione $v_x(r) = 2(1 - 400r^2)$ m/s, essendo r la distanza, lungo il raggio, dall'asse della tubazione. Calcolare il raggio della tubazione, la velocità media e la velocità massima della corrente.

Analisi In regime laminare, il profilo di velocità è esprimibile con una funzione parabolica del tipo

$$v(r) = v_{\max}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

in cui v_{max} è la velocità massima della corrente e R è il raggio della tubazione. Eguagliando col profilo dato, si ha

$$\frac{r^2}{R^2} = 400\,r^2$$

da cui

$$R = \sqrt{\frac{1}{400}} = 0{,}050\,\mathrm{m}$$

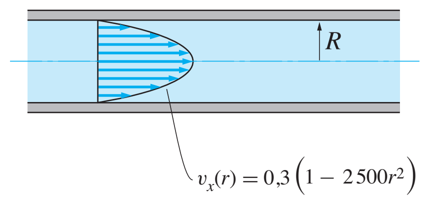
e

$$v_{max} = 2\ \mathrm{m/s}$$

La velocità media V è pari alla metà della massima, per cui

$$V = \frac{v_{max}}{2} = \frac{2}{2} = 1\ \mathrm{m/s}$$

8.107 In una tubazione circolare orizzontale, lunga 25 m, in cui defluisce, in regime di moto laminare, acqua a 5 °C ($\rho = 999{,}9\ \mathrm{kg/m^3}$ e $\mu = 1{,}519 \times 10^{-3}\ \mathrm{Pa \cdot s}$), il profilo di velocità è espresso dalla relazione $v_x(r) = 0{,}3(1 - 2\,500\,r^2)$ m/s, essendo r la distanza, lungo il raggio, dall'asse della tubazione. Calcolare la portata, la caduta di pressione nella tubazione e la potenza dissipata.



Analisi In regime laminare, il profilo di velocità è esprimibile con una funzione parabolica del tipo

$$v(r) = v_{max}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

in cui v_{max} è la velocità massima della corrente e R è il raggio della tubazione. Eguagliando col profilo dato, si ha

$$\frac{r^2}{R^2} = 2\,500\,r^2$$

da cui

$$R = \sqrt{\frac{1}{2\,500}} = 0{,}020\,\mathrm{m}$$

e

$$v_{max} = 0{,}3\ \mathrm{m/s}$$

La velocità media V è pari alla metà della massima, per cui

$$V = \frac{v_{max}}{2} = \frac{0{,}3}{2} = 0{,}15\ \mathrm{m/s}$$

e

$$Q = VA = V\pi R^2 = 0{,}15 \times \pi \times 0{,}020^2 = 0{,}188\ \mathrm{l/s}$$

Per la 8.21, la caduta di pressione fra le sezioni di estremità della tubazione vale

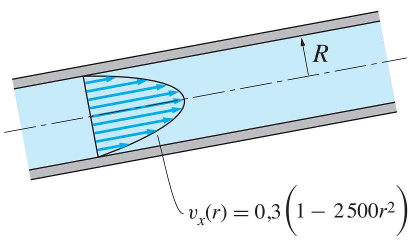
$$\Delta p = \frac{128\mu L Q}{\pi D^4} = \frac{128 \times 1{,}519 \times 10^{-3} \times 25 \times 0{,}188 \times 10^{-3}}{\pi \times 0{,}040^4} = 114\,\mathrm{Pa}$$

a cui corrisponde una perdita di carico

$$\Delta H_d = \left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g}\right) =$$
$$= z_1 - z_2 + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{114}{999{,}9 \times 9{,}81} = 0{,}0116 \text{ m}$$

ed una potenza dissipata

$$P_d = \rho g Q \Delta H_d = Q \Delta p = 0{,}188 \times 10^{-3} \times 114 = 0{,}0214 \text{ W}$$



8.108 Risolvere il problema precedente nell'ipotesi che la tubazione sia inclinata verso l'alto di 12° rispetto all'orizzontale.

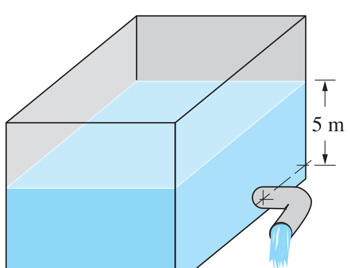
Analisi Rispetto al problema precedente varia solo l'inclinazione θ della tubazione. Pertanto, è diversa solo la caduta di pressione che, rispetto alla caduta di pressione Δp_o dell'esercizio precedente, per la 8.25, risulta

$$\Delta p_i = \frac{128\mu L Q}{\pi D^4} + \rho g L \operatorname{sen}\theta = \Delta p_o + \rho g L \operatorname{sen}\theta =$$
$$= 114 + 999{,}9 \times 9{,}81 \times 25 \times \operatorname{sen} 12° = 51\,100 \text{ Pa}$$

a cui corrisponde una perdita di carico

$$\Delta H_d = \left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g}\right) = z_1 - z_2 + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} =$$
$$= -L \operatorname{sen}\theta + \frac{\Delta p_i}{\rho g} = -L \operatorname{sen}\theta + \frac{\Delta p_0 + \rho g L \operatorname{sen}\theta}{\rho g} = \frac{\Delta p_o}{\rho g}$$

evidentemente uguale a quella del problema precedente perché essa non dipende dall'inclinazione della tubazione. Quindi, la potenza dissipata nella tubazione rimane anch'essa uguale a quella del problema precedente.



8.109 Dalla parete di un serbatoio fuoriesce, con imbocco ben raccordato, un breve tronco di tubazione, del diametro di 30 mm, seguito da un altro breve tronco a 90° dal primo. Il serbatoio è pieno d'acqua per un'altezza di 5 m rispetto alla sezione di sbocco. Calcolare la portata effluente nel caso in cui il collegamento tra i due tronchi sia realizzato con una curva ($K = 0{,}3$) o con un gomito ($K = 1{,}1$).

Analisi Per la 5.108, tra un punto nel serbatoio il cui carico è pari alla quota z_s della superficie libera rispetto ad un generico piano di riferimento e la sezione di sbocco u dove la pressione relativa è nulla perché l'efflusso è in atmosfera, si ha

$$z_s = z_u + \frac{\alpha V_u^2}{2g} + \Delta H_d$$

essendo ΔH_d la somma delle perdite di carico che in questo caso, per la brevità del tronco di tubazione, consistono unicamente nella perdita localizzata dovuta al cambio di direzione. Ponendo $\alpha = 1$ e $Y = z_s - z_u$ ed esprimendo la perdita localizzata con la 8.85, essendo $V_u = V$, si ha

$$Y = \frac{V^2}{2g} + K\frac{V^2}{2g} = (1 + K)\frac{V^2}{2g}$$

da cui

$$Q = AV = A\sqrt{\frac{2gY}{1+K}}$$

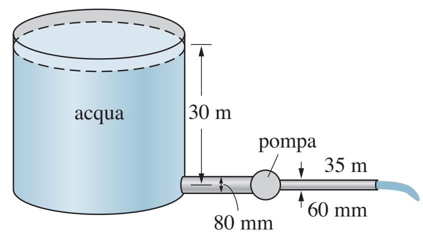
Nel caso della curva ($K = 0{,}3$), si ha

$$Q = \frac{\pi D^2}{4}\sqrt{\frac{2gY}{1+K}} = \frac{\pi \times 0{,}030^2}{4} \times \sqrt{\frac{2 \times 9{,}81 \times 5}{1+0{,}3}} = 6{,}14 \text{ l/s}$$

Se il collegamento tra i due tronchi è realizzato con un gomito ($K = 1{,}1$), la portata diviene

$$Q = 6{,}14 \times \sqrt{\frac{1+0{,}3}{1+1{,}1}} = 4{,}83 \text{ l/s}$$

8.110 Dalla parete di un serbatoio si stacca, con imbocco a spigolo vivo, una tubazione in ghisa ($\varepsilon = 0{,}25$ mm) costituita da due tratti in serie tra i quali è posta una pompa. La prima tubazione ha un diametro di 80 mm ed è lunga 20 m, la seconda ha un diametro di 60 mm ed è lunga 35 m. Il serbatoio contiene acqua a 15 °C ($\rho = 999{,}1$ kg/m^3 e $\mu = 1{,}138 \times 10^{-3}$ Pa · s) per un'altezza di 30 m rispetto alla sezione di sbocco. Calcolare la prevalenza della pompa e la potenza necessaria per mantenere il moto di una portata di 18 l/s.



Analisi Per la 5.108, tra un punto nel serbatoio il cui carico è pari alla quota z_s della superficie libera rispetto ad un generico piano di riferimento e la sezione di sbocco u dove la pressione relativa è nulla perché l'efflusso è in atmosfera, si ha

$$\Delta H_P + z_s = z_u + \frac{\alpha V_u^2}{2g} + \Delta H_d$$

essendo ΔH_P la prevalenza della pompa e ΔH_d la somma delle perdite di carico continue e localizzate tra i due punti. Esprimendo la perdita continua con la 8.32 (*formula di Darcy-Weisbach*) e la perdita di imbocco con la 8.85, si ha

$$\Delta H_d = J_1 L_1 + K\frac{V_1^2}{2g} + J_2 L_2 = \left(\lambda_1 \frac{L_1}{D_1} + K\right)\frac{V_1^2}{2g} + \lambda_2 \frac{L_2}{D_2}\frac{V_2^2}{2g}$$

Essendo

$$\text{Re}_1 = \frac{4\rho Q}{\mu \pi D_1} = \frac{4 \times 999{,}1 \times 0{,}018}{1{,}138 \times 10^{-3} \times \pi \times 0{,}080} = 252\,000 > 2\,300$$

e $\text{Re}_2 > \text{Re}_1$, il moto è turbolento in entrambe le tubazioni. In tal caso, l'indice di resistenza, espresso dalla 8.64 (*formula di Colebrook*), può essere calcolato utilizzando la formula ricorsiva 8.67, che, assumendo come valore iniziale quello che si ottiene annullando il primo addendo dell'argomento del logaritmo, fornisce, nell'ordine, per la prima tubazione i valori: 0,02645 - 0,02698 - 0,02697 - 0,02697 e per la seconda i valori: 0,02874 - 0,02906 - 0,02906. Essendo

$$V_1 = \frac{4Q}{\pi D_1^2} = \frac{4 \times 0{,}018}{\pi \times 0{,}080^2} = 3{,}58 \text{ m/s}$$

e

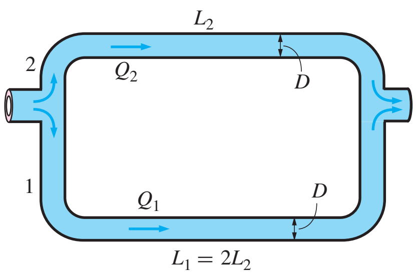
$$V_2 = V_1 \frac{D_1^2}{D_2^2} = 3{,}58 \times \left(\frac{0{,}080}{0{,}060}\right)^2 = 6{,}37 \text{ m/s}$$

le velocità medie nelle due tubazioni, $Y = z_s - z_u = 30$ m l'altezza d'acqua nel serbatoio rispetto alla sezione di uscita e $V_u = V_2$, la prevalenza totale della pompa è

$$\Delta H_P = -Y + \left(\lambda_1 \frac{L_1}{D_1} + K\right)\frac{V_1^2}{2g} + \left(\lambda_2 \frac{L_2}{D_2} + \alpha\right)\frac{V_2^2}{2g} =$$
$$= -30 + \left(0{,}0270 \times \frac{20}{0{,}080} + 0{,}5\right) \times \frac{3{,}58^2}{2 \times 9{,}81} +$$
$$+ \left(0{,}0291 \times \frac{35}{0{,}060} + 1\right) \times \frac{6{,}37^2}{2 \times 9{,}81} = 11{,}9 \text{ m}$$

La potenza che la pompa deve cedere al fluido risulta

$$P_F = \rho g Q \Delta H_P = 999{,}1 \times 9{,}81 \times 0{,}018 \times 11{,}9 = 2{,}10 \text{ kW}$$

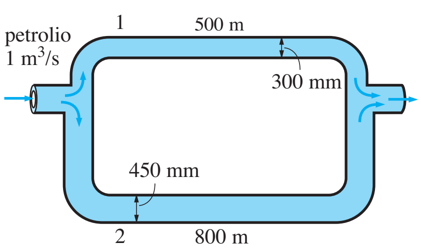


8.111 Due tubazioni 1 e 2 collegate in parallelo, aventi l'una lunghezza L_1 doppia dell'altra, hanno lo stesso diametro e la stessa scabrezza. Calcolare il rapporto tra le portate nelle due tubazioni, ipotizzando che abbiano lo stesso indice di resistenza.

Analisi Per la 8.105, si ha

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \sqrt{\frac{\lambda_2 L_2}{\lambda_1 L_1}\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^5} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = 0{,}707$$

Pertanto, nella tubazione 1, di lunghezza doppia della 2, la portata sarà pari al 71% di quella che percorre la tubazione 2.



8.112 Una tubazione che convoglia una portata di 1 m^3/s di petrolio a 40 °C ($\rho = 876$ kg/m^3 e $\mu = 0{,}2177$ Pa · s) si divide in due rami paralleli in acciaio ($\varepsilon = 0{,}045$ mm). La tubazione 1 ha un diametro di 300 mm ed è lunga 500 m, la tubazione 2 ha un diametro di 450 mm ed è lunga 800 m. Calcolare la portata in ciascuna delle due tubazioni.

Analisi Per la 8.105 è

$$Q_1 = Q_2 \sqrt{\frac{\lambda_2 L_2}{\lambda_1 L_1}\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^5} =$$
$$= Q_2 \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}} \sqrt{\frac{800}{500} \times \left(\frac{0{,}300}{0{,}450}\right)^5} = 0{,}459\, Q_2 \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}} = k Q_2$$

Per la conservazione della massa, si ha, inoltre,

$$Q = Q_1 + Q_2 = kQ_2 + Q_2 = (k+1)Q_2$$

Se il regime di moto è puramente turbolento in ambedue le tubazioni e, quindi, gli indici di resistenza sono indipendenti dalla portata, calcolato il coefficiente $k = 0{,}459\sqrt{\lambda_2/\lambda_1}$, tale relazione fornisce immediatamente il valore di Q_2.

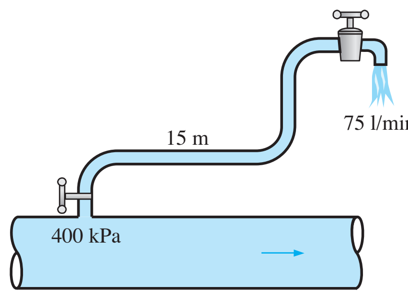
Non conoscendo a priori il regime di moto nelle due tubazioni, il problema può essere risolto solo con un metodo iterativo, assumendo come valori iniziali degli indici di resistenza quelli di moto puramente turbolento e calcolando i valori successivi con la formula interpolare 8.65. Come si può notare dalla tabella sotto riportata, il procedimento converge abbastanza rapidamente.

λ_1	λ_2	k	Q_2 (m^3/s)	Q_1 (m^3/s)	Re_2	Re_1
0,0130	0,0120	0,441	0,694	0,306	7 903	5 232
0,0377	0,0333	0,432	0,698	0,302	7 955	5 154
0,0378	0,0333	0,431	0,699	0,301		

Si può notare come la soluzione non differisca molto da quella iniziale, pur essendo i valori degli indici di resistenza molto diversi da quelli assunti come valori iniziali. Ciò perché la distribuzione delle portate dipende dal rapporto tra gli indici di resistenza e non dal loro valore. In definitiva, risulta

$$Q_1 = 0{,}301 \text{ m}^3/\text{s} \qquad\qquad Q_2 = 0{,}699 \text{ m}^3/\text{s}$$

8.113 Da una tubazione, in cui defluisce acqua alla temperatura di 20 °C ($\rho = 998$ kg/m^3 e $\mu = 1{,}002\times10^{-3}$ Pa·s) con una pressione di 400 kPa, viene derivata, con imbocco ben raccordato, una tubazione in ghisa ($\varepsilon = 0{,}25$ mm) destinata ad alimentare una fontanella. Nella tubazione, lunga 15 m, sono inseriti tre curve ($K = 0{,}3$), una saracinesca completamente aperta ($K = 0{,}2$) e un rubinetto completamente aperto ($K = 5$). Calcolare, trascurando le differenze di quota, il valore minimo del diametro affinché venga derivata una portata di 75 l/min.



Analisi Per la 5.108, tra una sezione all'interno della tubazione principale subito a monte dell'imbocco della derivazione e la sezione di sbocco del rubinetto, trascurando le differenze di quota e l'altezza cinetica della corrente nella tubazione principale, si ha

$$\frac{p}{\rho g} = \frac{\alpha V_u^2}{2g} + \Delta H_d$$

essendo ΔH_d la somma della perdita di carico continua tra le due sezioni e delle perdite localizzate dovute alla presenza delle tre curve ($K_1 = 0{,}3$), della saracinesca ($K_2 = 0{,}2$) e del rubinetto ($K_3 = 5$). Esprimendo la perdita continua con la 8.32 (*formula di Darcy-Weisbach*) e le perdite localizzate con la 8.85, si ha

$$\Delta H_d = \lambda \frac{V^2}{2gD} L + K_T \frac{V^2}{2g} = \left(\lambda \frac{L}{D} + K_T\right) \frac{V^2}{2g}$$

in cui $K_T = \sum K_i = 3 \times 0{,}3 + 0{,}2 + 5 = 6{,}1$. Sostituendo nell'equazione del moto, essendo $V_u = V$, si ottiene

$$p = \rho g \left(\lambda \frac{L}{D} + K_T + \alpha\right) \frac{V^2}{2g} = \left(\lambda \frac{L}{D} + K_T + \alpha\right) \frac{8\rho Q^2}{\pi^2 D^4}$$

da cui, assumendo $\alpha = 1$,

$$D = \left[\left(\lambda \frac{L}{D} + K_T + \alpha\right) \frac{8\rho Q^2}{\pi^2 p}\right]^{1/4} =$$

$$= \left[\left(15 \times \frac{\lambda}{D} + 7{,}1\right) \times \frac{8 \times 998 \times (0{,}075/60)^2}{\pi^2 \times 400 \times 10^3}\right]^{1/4} =$$

$$= \left[\left(15 \times \frac{\lambda}{D} + 7{,}1\right) \times 3{,}163 \times 10^{-9}\right]^{1/4}$$

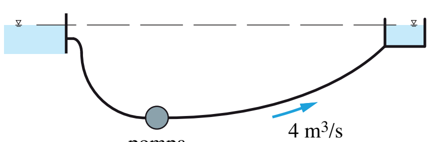
D (m)	Re	λ
0,0122	129 600	0,0495
0,0215	73 700	0,0409
0,0183	86 600	0,0430
0,0191	82 900	0,0424
0,0189	83 900	0,0426
0,0190		

L'indice di resistenza è anch'esso funzione del diametro, per cui conviene risolvere con un metodo iterativo, assumendo un valore iniziale arbitrario per il diametro, calcolando quindi il numero di Reynolds, l'indice di resistenza con la formula interpolare 8.65 e quindi un nuovo valore del diametro dalla relazione sopra scritta. Il calcolo si arresta quando tra due valori successivi del diametro la differenza è sufficientemente piccola. Nei calcoli riportati nella tabella a fianco il valore iniziale del diametro è stato calcolato ponendo $\lambda = 0$, cioè trascurando le perdite continue. Si può notare come il metodo converga abbastanza rapidamente. Il diametro minimo risulta pari a 1,9 cm.

D (m)	Re	λ
0,0122	129 600	0,0170
0,0172	92 000	0,0182
0,0164	96 600	0,0180
0,0165		

8.114 Risolvere il problema precedente per il caso in cui la tubazione sia in plastica ($\varepsilon = 0$).

Analisi Rispetto al problema precedente cambia solo la scabrezza della tubazione. Pertanto, basta ripetere il calcolo ponendo $\varepsilon = 0$ nella formula interpolare 8.65. I calcoli riportati nella tabella a fianco mostrano che il diametro minimo si riduce a 1,65 cm.



8.115 Determinare il diametro della tubazione di un impianto di sollevamento che deve convogliare una portata di 4 m^3/s di acqua da una sorgente fino a un serbatoio, posto praticamente alla stessa quota, a una distanza di 10 km. Considerata la lunghezza della tubazione, le perdite localizzate si possono ritenere trascurabili rispetto a quelle continue, per le quali può essere assunto un indice di resistenza di 0,015. Si può ritenere, inoltre, che il costo di ammortamento e manutenzione sia uguale al 12% del costo della tubazione, pari a $200+600D^{1,4}$ €/m, con D in m. Per il costo di esercizio, si supponga che l'impianto debba funzionare con continuità ogni giorno, per 24 ore al giorno, che il costo dell'energia elettrica sia di 0,20 €/kWh e che il rendimento complessivo della pompa sia del 70%.

Analisi Per un impianto che deve funzionare con continuità tutto l'anno, la velocità di massimo tornaconto è dell'ordine di 1 m/s. Un primo valore del diametro si può ottenere imponendo, appunto, che la velocità media abbia tale valore. Essendo

$$A = \frac{Q}{V} = \frac{4}{1} = 4 \text{ m}^2$$

e

$$D = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 4}{\pi}} = 2{,}26 \text{ m}$$

si può assumere come primo valore $D = 2\,200$ mm. Per determinare il diametro più conveniente, bisogna calcolare la passività o costo annuo in base ai costi effettivi e ripetere il calcolo per i diametri commerciali subito superiori e subito inferiori. Per la 8.98, il costo annuo per unità di lunghezza della tubazione è

$$C_A = rC_T + C_E$$

in cui il primo addendo rappresenta i costi di ammortamento e manutenzione, pari a una quota r del costo delle tubazioni C_T, dipendente dal tasso di interesse e dal piano di ammortamento dell'opera e il secondo è il costo di esercizio C_E, pari al costo dell'energia dissipata in condotta. Indicando con E_d l'energia (in kWh) dissipata in un anno in condotta per unità di lunghezza, con c_k il costo del chilowattora e con η_{PM} il rendimento del gruppo pompa-motore, si ha

$$C_E = \eta_{PM}\, c_k E_d$$

La potenza P_d dissipata in condotta per unità di lunghezza, essendo la cadente J pari all'energia dissipata dall'unità di peso di fluido per unità di lunghezza, risulta

$$P_d = \rho g Q J$$

ed, esprimendo la cadente con la 8.32 (formula di Darcy-Weisbach),

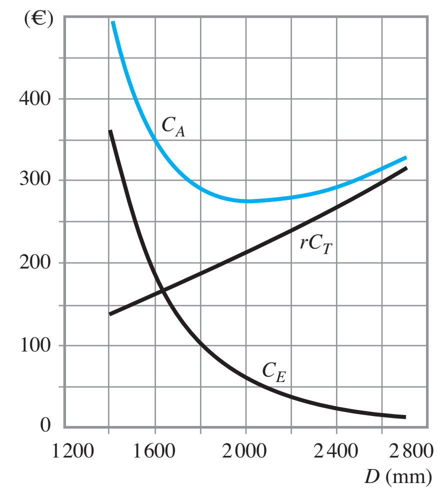
$$P_d = \rho g Q\, \frac{\lambda V^2}{2gD} = \rho g Q\, \frac{8\lambda Q^2}{g\pi^2 D^5} = \frac{8\lambda\rho}{\pi^2}\,\frac{Q^3}{D^5}$$

Pertanto, in un impianto che funziona con continuità tutto l'anno, indicando con n_h il numero di ore in un anno, l'energia dissipata in un anno, espressa in kWh, è

$$E_d = \frac{1}{1\,000}\, n_h P_d = \frac{1}{1\,000}\, n_h\, \frac{8\lambda\rho}{\pi^2}\,\frac{Q^3}{D^5}$$

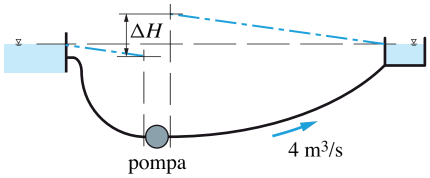
per cui

$$C_E = \frac{1}{1\,000}\,\eta_{PM}\, c_k n_h\, \frac{8\lambda\rho}{\pi^2}\,\frac{Q^3}{D^5} =$$
$$= \frac{1}{1\,000} \times 0{,}70 \times 0{,}20 \times 24 \times 365 \times \frac{8 \times 0{,}015 \times 1\,000}{\pi^2}\,\frac{4^3}{D^5} =$$
$$= 1948\, \frac{1}{D^5}\ €$$



I calcoli sono riportati nella tabella che segue. Come si può notare dai valori dell'ultima colonna e dal grafico a fianco, in prossimità del minimo la curva della passività è piuttosto piatta. Infatti, i valori relativi ai diametri compresi tra 1 900 e 2 200 mm differiscono di meno del 2%. Il costo annuo minimo si ha per la tubazione di diametro $D = 2\,000$ mm, a cui corrisponde una velocità media di 1,27 m/s.

D (mm)	C_T (€)	rC_T (€)	C_E (€)	C_A (€)	V (m/s)
1 800	1 566	188	103,1	291,0	1,57
1 900	1 674	201	78,7	279,5	1,41
2 000	1 783	214	60,9	274,9	1,27
2 100	1 895	227	47,7	275,1	1,15
2 200	2 566	241	37,8	278,9	1,05
2 300	1 566	255	30,3	285,3	0,96
2 400	1 566	269	24,5	293,7	1,88

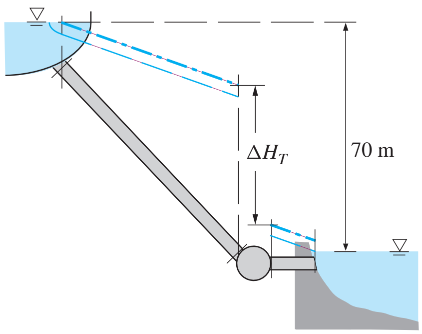


Con tale valore del diametro, la prevalenza totale della pompa è

$$\Delta H = JL = \frac{8\lambda Q^2}{g\pi^2 D^5} L = \frac{8 \times 0{,}015 \times 4^2}{9{,}81 \times \pi^2 \times 2^5} \times 10\,000 = 6{,}19 \text{ m}$$

Pertanto, la potenza che la pompa deve cedere al fluido vale

$$P_F = \rho g Q \Delta H = 1\,000 \times 9{,}81 \times 4 \times 6{,}19 = 243 \text{ kW}$$



8.116 In un impianto idroelettrico, la turbina viene alimentata da una tubazione in ghisa ($\varepsilon = 0{,}25$ mm) del diametro di 350 mm, lunga 200 m, con una portata di 0,8 m^3/s di acqua a 20 °C ($\rho = 998$ kg/m^3 e $\mu = 1{,}002 \times 10^{-3}$ Pa·s). La differenza di quota tra la superficie libera del serbatoio di monte e quella del serbatoio di valle è di 70 m. Calcolare la potenza elettrica dell'impianto, trascurando le perdite localizzate ed ipotizzando un rendimento complessivo del gruppo turbina-alternatore pari all'84%.

Analisi Per la 5.108, essendo Y il dislivello tra le quote delle superfici libere dei serbatoi, si ha

$$\Delta H_T = Y - \Delta H_d$$

in cui ΔH_d, in presenza di sole perdite continue, è

$$\Delta H_d = JL = \lambda \frac{V^2}{2gD} L = \frac{8\lambda L Q^2}{g\pi^2 D^5}$$

Essendo

$$\text{Re} = \frac{4\rho Q}{\mu \pi D} = \frac{4 \times 998 \times 0{,}8}{1{,}002 \times 10^{-3} \times \pi \times 0{,}350} = 2{,}90 \times 10^6$$

il moto è turbolento. Pertanto, l'indice di resistenza, dato dalla 8.64 (*formula di Colebrook*), può essere calcolato con la formula ricorsiva 8.67

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{i+1}}} = -2 \log \left(\frac{2{,}51}{\text{Re}\sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71} \frac{\varepsilon}{D} \right) =$$
$$= -2 \log \left(\frac{2{,}51}{2{,}90 \times 10^6 \times \sqrt{\lambda_i}} + \frac{1}{3{,}71} \times \frac{0{,}25}{350} \right)$$

che, assumendo come valore iniziale quello che si ottiene annullando il primo addendo dell'argomento del logaritmo, fornisce, nell'ordine, i valori: 0,0181 – 0,0182 – 0,0182. Pertanto, la perdita di carico risulta

$$\Delta H_d = \frac{8\lambda L Q^2}{g\pi^2 D^5} = \frac{8 \times 0{,}182 \times 200 \times 0{,}8^2}{9{,}81 \times \pi^2 \times 0{,}350^5} = 36{,}7 \text{ m}$$

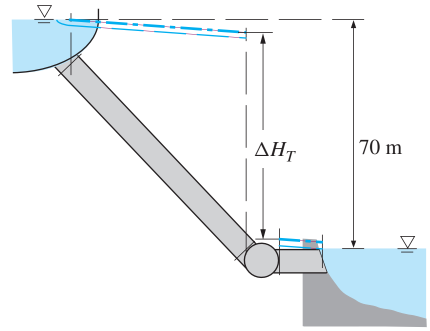
Essendo il salto utile

$$\Delta H_T = Y - \Delta H_d = 70 - 36{,}7 = 33{,}3 \text{ m}$$

la potenza elettrica dell'impianto è pari a

$$P_E = \eta_{TA} \rho g Q \Delta H_T = 0{,}84 \times 998 \times 9{,}81 \times 0{,}8 \times 33{,}3 = 219 \text{ kW}$$

8.117 Riconsiderare il problema precedente, ipotizzando che, per ridurre le perdite, il diametro della tubazione venga triplicato, mantenendo inalterata la portata. Determinare l'aumento percentuale della potenza rispetto al caso precedente.



Analisi Rispetto al problema precedente, se il diametro della tubazione viene triplicato, a parità di portata il numero di Reynolds si riduce a 1/3 del precedente, per cui

$$\mathrm{Re} = \frac{1}{3} \times 2{,}90 \times 10^6 = 0{,}967 \times 10^6$$

Per l'indice di resistenza, la formula ricorsiva 8.67 fornisce nell'ordine i valori: 0,0142 - 0,0151 - 0,0151. Pertanto, la perdita di carico diviene

$$\Delta H_d = \frac{8\lambda L Q^2}{g\pi^2 D^5} = \frac{8 \times 0{,}151 \times 200 \times 0{,}8^2}{9{,}81 \times \pi^2 \times (3 \times 0{,}350)^5} = 0{,}125 \text{ m}$$

pari a 1/294 della perdita del problema precedente. Infatti, essendo la cadente inversamente proporzionale alla quinta potenza del diametro, le perdite, triplicando il diametro, si riducono di un fattore $3^5 = 243$. Anche l'indice di resistenza si riduce, di un fattore 1,21, per cui la perdita risulta complessivamente ridotta di un fattore $243 \times 1{,}21 = 294$. Il salto utile diviene

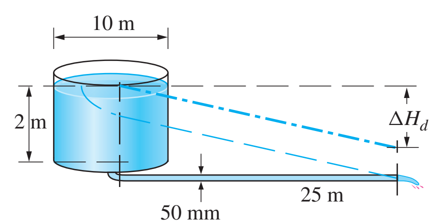
$$\Delta H_T = Y - \Delta H_d = 70 - 0{,}125 = 69{,}9 \text{ m}$$

La potenza elettrica dell'impianto risulta

$$P_E = \eta_{TA} \rho g Q \Delta H_T = 0{,}84 \times 998 \times 9{,}81 \times 0{,}8 \times 69{,}9 = 460 \text{ kW}$$

con un aumento del 110% rispetto al caso precedente.

8.118 Dallo scarico di fondo di una piscina fuori terra, del diametro di 10 m e piena d'acqua per un'altezza di 2 m, è derivata, con imbocco ben raccordato, una tubazione orizzontale di plastica, del diametro di 50 mm, lunga 25 m. Calcolare il valore iniziale della portata e il tempo necessario per svuotare completamente la piscina, ipotizzando che l'indice di resistenza della tubazione sia pari a 0,018. Utilizzando, inoltre, il valore iniziale della portata, controllare che il valore ipotizzato per l'indice di resistenza sia accettabile.



Analisi Per la 5.108, tra un punto all'interno della piscina il cui carico è pari alla quota z_s della superficie libera rispetto ad un generico piano di riferimento e la sezione di sbocco u dove la pressione relativa è nulla perché l'efflusso è in atmosfera, si ha

$$z_s = z_u + \frac{\alpha V_u^2}{2g} + \Delta H_d$$

essendo ΔH_d la somma delle perdite di carico lungo il percorso. In assenza di perdite localizzate, esprimendo la cadente con la 8.32 (*formula di Darcy-Weisbach*), essendo $V_u = V$, ponendo $Y = z_s - z_u$, si ha

$$Y = \frac{V^2}{2g} + \lambda \frac{V^2}{2gD} L = \left(\lambda \frac{L}{D} + 1\right) \frac{V^2}{2g}$$

da cui

$$V = \sqrt{\frac{2g}{\lambda L/D + 1}}\sqrt{Y} = \sqrt{\frac{2 \times 9{,}81}{0{,}018 \times 25/0{,}050 + 1}}\sqrt{Y} = 1{,}40\sqrt{Y}\ \mathrm{m/s}$$

Pertanto, la velocità iniziale risulta

$$V_i = 1{,}40 \times \sqrt{2} = 1{,}98\ \mathrm{m/s}$$

che dà luogo alla portata

$$Q_i = AV_i = \frac{\pi D^2}{4} V_i = \frac{\pi \times 0{,}050^2}{4} \times 1{,}98 = 3{,}89\ \mathrm{l/s}$$

Il processo di svuotamento del serbatoio è un processo di moto vario durante il quale il dislivello h tra la superficie libera nel serbatoio e la sezione di sbocco passa dal valore iniziale $Y = 2$ m, a serbatoio completamente pieno, al valore nullo che assume a serbatoio completamente vuoto. Al generico istante t, trascurando la dipendenza dell'indice di resistenza dal numero di Reynolds e quindi dalla velocità stessa, la velocità è ancora espressa dalla relazione

$$V = \sqrt{\frac{2g}{\lambda L/D + 1}}\sqrt{h} = 1{,}40\sqrt{h}\ \mathrm{m/s}$$

Nel generico intervallo di tempo dt, il volume $dW = Qdt$ che fuoriesce dal serbatoio causa una diminuzione dh del livello nel serbatoio, di area trasversale A_0 costante, tale che $A_0 dh + dW = 0$, per cui deve essere

$$Qdt = -A_0 dh$$

cioè, essendo D_0 il diametro del serbatoio,

$$\frac{\pi D^2}{4} V dt = -\frac{\pi D_0^2}{4} dh$$

e, introducendo l'espressione della velocità,

$$\frac{\pi D^2}{4} 1{,}40\sqrt{h}\, dt = -\frac{\pi D_0^2}{4} dh$$

da cui

$$dt = -\frac{D_0^2}{D^2}\frac{1}{1{,}40}\frac{dh}{\sqrt{h}} = -\frac{10^2}{0{,}050^2}\frac{1}{1{,}40}\frac{dh}{\sqrt{h}} = -28\,570\, h^{-1/2}\, dh$$

Integrando tra l'istante iniziale $t = 0$ in cui $h = Y$ e l'istante t_v in cui il serbatoio è vuoto, per cui $h = 0$, si ha

$$t_v = -28\,570 \left[\frac{h^{1/2}}{1/2}\right]_Y^0 = 57\,140\sqrt{Y} = 57\,140 \times \sqrt{2} = 80\,800\ \mathrm{s}$$

pari a 22 ore e 27 minuti. La tubazione di plastica si comporta come un tubo liscio, per cui l'indice di resistenza può essere calcolato ponendo $\varepsilon = 0$ nella formula interpolare 8.65. All'inizio del processo di svuotamento si ha

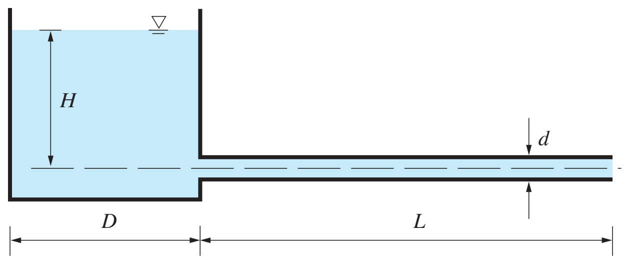
$$\mathrm{Re}_i = \frac{\rho V_i D}{\mu} = \frac{998 \times 1{,}98 \times 0{,}050}{1{,}002 \times 10^{-3}} = 98\,600$$

e, quindi,

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \frac{5{,}8}{\mathrm{Re}^{0,9}} = 0{,}01796$$

praticamente uguale al valore 0,018 assunto nei calcoli.

8.119 Un fluido molto viscoso fuoriesce da un serbatoio attraverso un tubicino di piccolo diametro. Il regime di moto risulta laminare. Stabilire la legge che descrive l'andamento della quota del fluido nel serbatoio in funzione del tempo, trascurando sia le perdite localizzate sia l'altezza cinetica della corrente.



Analisi Per la 5.108, tra un punto all'interno del serbatoio, il cui carico è pari alla quota H della superficie libera rispetto alla sezione di sbocco, e la sezione di sbocco u dove la pressione relativa è nulla perché l'efflusso è in atmosfera, trascurando le perdite di carico localizzate e l'altezza cinetica allo sbocco, si ha

$$H = \Delta H_d = JL$$

Essendo il moto laminare, si può esprimere la cadente J con la 8.31 (*formula di Poiseuille*), ottenendo

$$H = JL = \frac{128}{\pi} \frac{\mu}{\rho g} \frac{Q}{d^4} L$$

Il processo di svuotamento del serbatoio è un processo di moto vario durante il quale il dislivello h tra la superficie libera nel serbatoio e la sezione di sbocco passa dal valore iniziale H, a serbatoio completamente pieno, al valore nullo che assume a serbatoio completamente vuoto. Al generico istante t, la portata è espressa dalla relazione

$$Q = \frac{\pi}{128} \frac{\rho g}{\mu} \frac{h}{L} d^4$$

Nel generico intervallo di tempo dt, il volume $dW = Qdt$ che fuoriesce dal serbatoio causa una diminuzione dh del livello nel serbatoio, di area trasversale A costante, tale che $Adh + dW = 0$, per cui deve essere

$$Qdt = -Adh$$

cioè, essendo D il diametro del serbatoio,

$$\frac{\pi}{128} \frac{\rho g}{\mu} \frac{h}{L} d^4\, dt = -\frac{\pi D^2}{4} dh$$

da cui

$$dt = -32 \frac{\mu L}{\rho g} \frac{D^2}{d^4} h^{-1} dh$$

e, integrando tra l'istante iniziale $t = 0$ in cui $h = Y$ e il generico istante t,

$$t = -32 \frac{\mu L}{\rho g} \frac{D^2}{d^4} \left[\ln h\right]_H^h =$$

$$= -32 \frac{\mu L}{\rho g} \frac{D^2}{d^4} \left(\ln h - \ln H\right) = 32 \frac{\mu L}{\rho g} \frac{D^2}{d^4} \ln\left(\frac{H}{h}\right)$$

8.120 Con riferimento al problema precedente, si ipotizzi che l'altezza iniziale nel serbatoio sia H = 40 cm, il diametro del tubo d = 6 mm, la sua lunghezza L = 0,65 m e il diametro del serbatoio D = 0,63 m. Calcolare la viscosità cinematica del fluido, sapendo che ci vogliono 2842 s perché il livello nel serbatoio si abbassi a 36 cm.

Analisi Nota la legge che descrive il processo di svuotamento del serbatoio in funzione del tempo

$$t = 32 \frac{\mu L}{\rho g} \frac{D^2}{d^4} \ln\left(\frac{H}{h}\right)$$

ricavando la viscosità cinematica $\nu = \mu/\rho$, si ha

$$\nu = \frac{1}{32} \frac{g}{L} \frac{d^4}{D^2} \frac{t}{\ln\left(H/h\right)} =$$

$$= \frac{1}{32} \times \frac{9{,}81}{0{,}65} \times \frac{0{,}006^4}{0{,}63^2} \times \frac{2\,842}{\ln\left(40/36\right)} = 4{,}15 \times 10^{-5}\ \mathrm{m^2/s}$$

maggio 2011