Lezione 8: I fluidi

1 Concetti discussi

Definizione di fluido, densità, pressione, legge di Stevino

1.1 Fluidi

In questo nuovo capitolo ci dedicheremo alla comportamento dei fluidi in quiete (**statica dei fluidi**). Questa branca della fisica si occupa delle proprietà dei fluidi in quiete o dei corpi immersi in essi, e si differenzia dalla **dinamica dei fluidi** che invece studia il moto dei fluidi e delle forze che agiscono su corpi in moto all'interno di un fluido. Come definiamo un fluido? un fluido è un mezzo continuo privo di forma propria che quindi assume la forma del contenitore. I fluidi sono un concetto generico che quindi contiene sia liquidi che gas. La differenza tra questi ultimi due è che i liquidi hanno un volume proprio (quindi hanno una bassa compressibilità), mentre i gas non hanno un volume proprio (occupano tutto il volume disponibile nel contenitore) e sono caratterizzati da un'altra compressibilità.

Le leggi fisiche della meccanica dei fluidi si riferiscono sempre al comportamento di una porzione del mezzo intero.

Densità La densità è un parametro importante per studiare la meccanica dei fluidi ma non si applica unicamente ai fluidi. La densità di una sostanza (gassosa, liquida o solida) è definita come

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{1}$$

e la sua unità di misura nel sistema internazionale è kg/m^3. L'acqua ha una densità di $\rho_{H_2O} = 10^3$ kg/m^3. Il piombo invece $\rho_{piombo} = 1.14 \times 10^4$ kg/m^3.

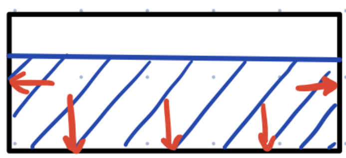
Pressione La pressione è definita come

$$P = \frac{F}{A} \tag{2}$$

dove F è la forza agente su una superficie di area A. Si noti bene che la forza è quella perpendicolare alla superficie!!! La sua unità di misura è N/m^2 =Pa (Pascal). Vi sono diverse unità di misura per la pressione che non rientrano nel sistema internazionale. Tra questi il bar equivalente a 10^5 Pa, l'atmosfera atm equivalente a 1.013×10^5 Pa e i torr equivalenti a 1 torr = 1/760 atm = 133 Pa.

La pressione è una forma di densità di energia infatti:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{F \cdot l}{V} = \frac{\text{energia}}{\text{volume}} \tag{3}$$



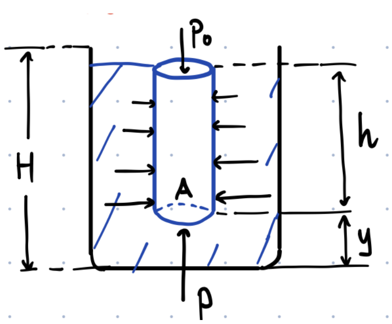
Consideriamo un fluido in quiete come in figura. Affinché sia in quiete, tutte le forze in gioco devono controbilanciarsi. In particolare il liquido esercita una forza su tutte le pareti del contenitore il quale a sua volta esercita una forza di reazione. Queste forze devono essere perpendicolari alle pareti del recipiente perché se forze avessero una componente parallela, allora ci sarebbero dei moti di scorrimento del fluido (quindi il fluido non sarebbe in quiete!).

2 Legge di Stevino

La legge di Stevino è una legge fisica che quantifica la pressione esercitata da un fluido su un corpo immerso in esso. Un fluido esercita una forza su tutte le pareti del contenitore e su qualunque oggetto immerso al suo interno. In particolare queste forze cercano di comprimerlo in tutte le sue direzioni. La legge di Stevino ci permette di calcolare questa pressione ed in particolare ci permette di calcolare la pressione in funzione della profondità a cui si trova il corpo. La pressione assume la forma di

$$P = \rho g h \tag{4}$$

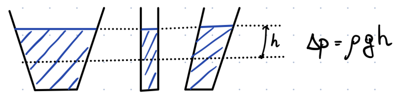
dove ρ è la densità del fluido, g l'accelerazione di gravità e h la profondità del corpo.



Come possiamo calcolarla? Consideriamo una colonna di liquido (un cilindro di volume $A \times h$ come in figura, in cui la base superiore del cilindro è sulla superficie) all'interno del liquido. In tutti i punti la pressione (ossia le forze) è perpendicolare alla superficie del liquido. Le pressioni alla stessa quota devono essere uguali perchè si cancellano. La pressione a profondità maggiore è maggiore a causa delle forze verticali associate al peso della colonna di liquido. Quindi, in generale la pressione P nei vari punti del liquido è superiore alla pressione in superficie P_0 (la pressione atmosferica dell'aria). Ad una certa profondità h la pressione $P(h)$ possiamo scriverla come:

$$P(h) = P_0 + \frac{\text{peso della colonna}}{\text{superficie}} = P_0 + \frac{g\rho V}{A} = P_0 + \frac{g\rho A h}{A} = P_0 + \rho g h \tag{5}$$

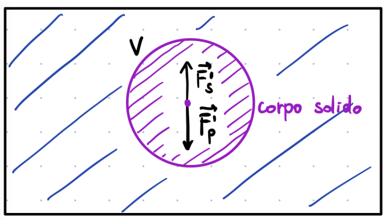
Questa legge è quella fondamentale per la statica dei fluidi. In pratica ci dice che ad una certa profondità h, la pressione è la somma della pressione sulla superficie (quella atmosferica) e la sovrappressione dovuta alla colonna di liquido sovrastante. Questa pressione si chiama pressione idrostatica e dipende solamente dalla densità del fluido e dall'altezza.



Si noti che la pressione è indipendente dalla forma del recipiente!

Facciamo un esempio e calcoliamo la pressione ad 1 km di profondità del mare. La densità dell'acqua salata è $\rho = 1.05 \times 10^3$ kg/m^3. Quindi $P = \rho g h = 1.03 \times 10^7$ Pa= 102 atm! (circa 100 volte la pressione dell'aria a livello del mare!).

3 Legge di Archimede



Questa legge ci dice che un corpo immerso in un fluido subisce una spinta dal basso verso l'alto pari al peso del volume di liquido spostato. Consideriamo un corpo di volume V all'interno di un liquido. Ci sono due forze che ci interessano, la forza peso del corpo $F_p = mg = \rho_{corpo} V_{totale} g$ e la spinta di Archimede $F_s = \rho_{liquido} V_{immerso} g$. Nel caso in cui un corpo fosse totalmente immerso in un fluido allora $V_{totale} = V_{immerso}$ La forza totale agente su un corpo è quindi

$$F_{tot} = F_p - F_s = \rho_{corpo} V_{totale} g - \rho_{liquido} V_{immerso} g \tag{6}$$

Ne consegue che all'equilibrio $F_{tot} = 0$ e quindi:

$$\rho_{corpo} V_{totale} g = rho_{liquido} V_{immerso} g \tag{7}$$

$$\frac{\rho_{corpo}}{\rho_{liquido}} = \frac{V_{immerso}}{V_{totale}} \tag{8}$$

Facciamo ora un esempio e consideriamo un iceberg. La densità del ghiaccio è: $\rho_{ghiaccio} = 0.92$ kg/dm^3 e quella dell'acqua di mare $\rho_{mare} = 1.025$ kg/dm^3. L'ultima equazione ci dice che

$$\frac{V_{immerso}}{V_{totale}} = \frac{0.92}{1.025} \approx 0.9 \tag{9}$$

quindi il 90% del volume di un iceberg è immerso in acqua.

4 Vasi comunicanti

Quesito 1

Supponiamo di considerare un recipiente con due parti cilindriche verticali, 1 e 2 (Fig. F1.4a). Nel recipiente viene messo un liquido, es. acqua.
Qual è la differenza di altezza del liquido nelle due colonne verticali?

Risposta

In una sezione qualunque di area S del tratto orizzontale la forza che si esercita da sinistra verso destra Sp_1 e quella che si esercita da destra verso sinistra Sp_2, debbono uguagliarsi, per avere equilibrio, (p_1 e p_2 sono le pressioni esercitate dalle due colonne di liquido).

Ma $p_1 = p_H + \rho g h_1$ e $p_2 = p_H + \rho g h_2$

Quindi poiché $p_1 = p_2$ bisogna che $h_1 = h_2$

Questa conclusione si chiama "*legge dei vasi comunicanti*".

Quesito 2

Consideriamo lo stesso recipiente di figura F1.4a ma questa volta mettiamo nella colonna 1 del mercurio e nella colonna 2 dell'acqua. Questi due liquidi avranno una superficie ben definita di separazione in quanto non sono miscibili.
Il mercurio ha densità $\rho_{Hg} = 13{,}6$ kg/m^3. Quale sarà in questo caso la differenza di quota di due liquidi in equilibrio?

Risposta

Si avrà equilibrio in questo caso quando:

$$p_H + \rho_{Hg}\, g h_1 = p_H + \rho_{H_2O}\, g h_2$$

Da cui $\dfrac{h_1}{h_2} = \dfrac{\rho_{H_2O}}{\rho_{Hg}} = \dfrac{1}{13{,}6 \text{ kg/m}^3} = 0{,}073$. Le due altezze nelle colonne non sono più uguali, ma stanno fra loro nel rapporto inverso delle loro densità.

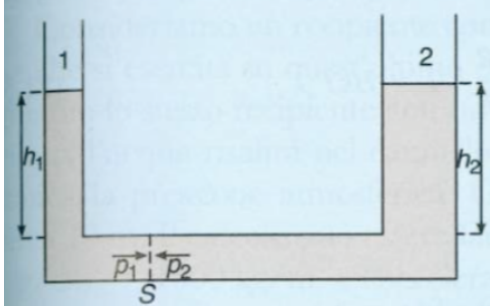


Fig. F1.4a

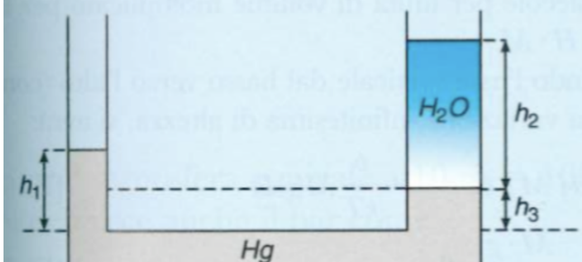


Fig. F1.4b

Quesito 3

In figura F1.4b è rappresentato lo stesso recipiente di figura F1.4a, contenente mercurio e acqua, come nel quesito 2, ma questa volta la superficie di separazione si trova nella colonna di destra. La pressione idrostatica dovuta alla colonna h_1 del mercurio viene in parte compensata da quella dovuta alla colonna h_3. Potremo scrivere quindi:

$$p_H + (h_1 - h_3)\, \rho_{Hg}\, g = p_H + h_2\, \rho_{H_2O}\, g,$$

da cui: $(h_1 - h_3) = h_2 \dfrac{\rho_{H_2O}}{\rho_{Hg}}$.