

**ESERCIZI SU EQUAZIONI CARTESIANE E
PARAMETRICHE
ALGEBRA LINEARE ED ELEMENTI DI GEOMETRIA
MATEMATICA PER L'ECONOMIA E LA STATISTICA 2
A.A. 2024/25**

Esercizio 1

Considera la retta r del piano affine $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^2$ data dalle equazioni parametriche:

$$r: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \end{cases}$$

Dimostra che il punto $(0, -2)$ appartiene a r . Sia W la giacitura di r . **Dimostra** che il vettore $\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ appartiene a W . **Dimostra** che la retta di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = 3\tau \\ y = -2 + 6\tau \end{cases}$$

coincide con r .

Esercizio 2

In ciascuno dei seguenti casi **determina** equazioni parametriche e cartesiane della retta in $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^3$ passante per il punto P e parallela al vettore v :

- (i) $P = (-10, -10, 10)$, $v = \begin{pmatrix} 10 \\ -18 \\ 3 \end{pmatrix}$
- (ii) $P = (-1, -1, -2)$, $v = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$
- (iii) $P = (7, 1, -1)$, $v = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$

Esercizio 3

Determina un'equazione cartesiana della retta in $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^2$ passante per i punti P e Q in ognuno dei casi seguenti:

- (i) $P = (1, -1)$, $Q = (3, 2)$;
- (ii) $P = (2, 0)$, $Q = (-1, -1)$;
- (iii) $P = (0, 0)$, $Q = (0, 8)$.

Esercizio 4

Dato un vettore v e le equazioni cartesiane di due rette r ed s in $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^2$, **determina** equazioni parametriche per la retta in $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^2$ parallela al vettore v e passante per il punto $r \cap s$ (il punto di intersezione tra r ed s) in ciascuno dei casi seguenti:

- (i) $v = \begin{pmatrix} 2 \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix}$, $r: 3x - 2y = 7$, $s: 2x + 3y = 0$;

$$(ii) v = \begin{pmatrix} 1 \\ -18 \end{pmatrix}, r: x - y = 5, s: x + y = 1.$$

Suggerimento: il punto $r \cap s$ è quel punto $P = (x, y)$ che soddisfa entrambe le equazioni cartesiane delle due rette.

Esercizio 5

Determina equazioni cartesiane del sottospazio affine $S \subseteq \mathbb{A}_{\mathbb{R}}^4$ passante per $Q = (1, 2, -1, -2)$ e parallelo al sottospazio vettoriale $W \subseteq \mathbb{R}^4$ dato da

$$W = \text{span}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}\right)$$

Determina equazioni parametriche del sottospazio affine $S \subseteq \mathbb{A}_{\mathbb{R}}^4$ che ha equazioni cartesiane

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 1 \end{cases}$$