

## Angolo di Brewster. Polarizzazione per riflessione

Dalla legge di Snell, e dalla condizione di continuit  dei campi elettrici e magnetici su una superficie di separazione   possibile ricavare l'intensit  dei campi elettrici e magnetici riflessi e rifratti in funzione dell'angolo di incidenza e indice di rifrazione relativo tra i due mezzi. In particolare si dimostra che per un angolo di incidenza  $\vartheta = \vartheta_B$ , detto *angolo di Brewster*, pari a:

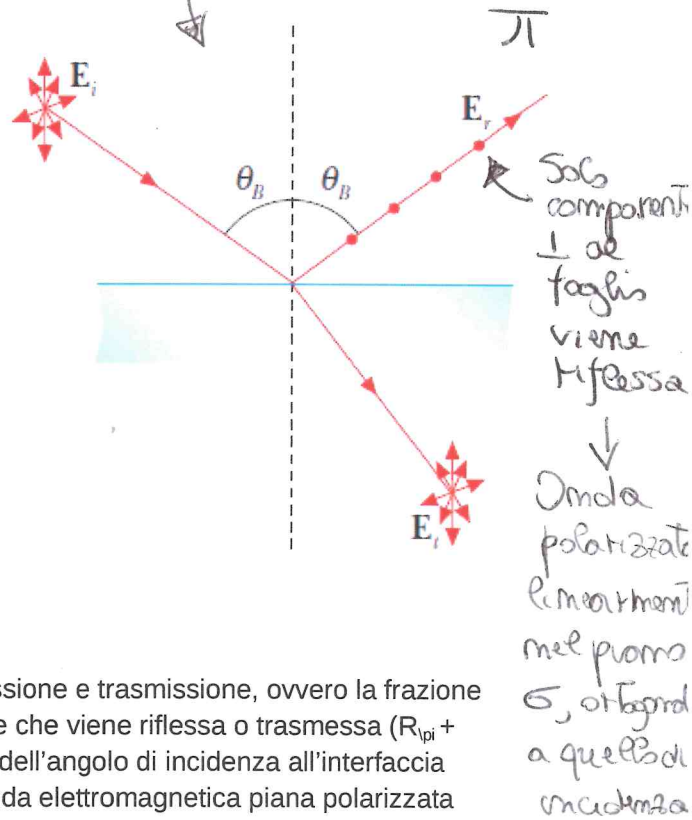
$$\Rightarrow \operatorname{tg} \theta_B = \frac{n_2}{n_1}, \quad \theta_B = \operatorname{arctg} \frac{n_2}{n_1}.$$

Angolo di Brewster

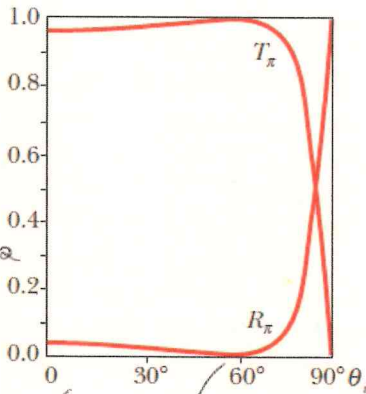
la componente dell'onda incidente che vibra nel piano di incidenza - piano  $\pi$ , definito dai raggi incidenti, riflessi e rifratti - non viene riflessa ma totalmente trasmessa, mentre la componente che vibra nel piano ortogonale a quello d'incidenza

(piano  $\sigma$ ) viene sia riflessa che rifratta. Di conseguenza nella luce riflessa troviamo solo quest'ultima componente: per  $\theta_i = \theta_B$  la luce riflessa   polarizzata linearmente nel piano  $\sigma$  ortogonale a quello di incidenza, qualunque sia lo stato di polarizzazione dell'onda incidente; ovviamente non si ha luce riflessa solo se l'onda incidente   polarizzata rettilineamente lungo il piano  $\pi$  di incidenza. In definitiva, operando in condizioni di Brewster, da un fascio di luce ordinaria non polarizzato, in cui meta' dell'intensit  giace sul piano  $\pi$  e meta' sul piano  $\sigma$ , derivano un fascio riflesso poco intenso polarizzato rettilineamente e un fascio trasmesso pi  intenso con basso grado di polarizzazione.

Numericamente, nel caso aria-vetro,  $n_1 = 1$  e  $n_2 = 1.5$ , otteniamo  $\vartheta_B = 56.3^\circ$ , mentre per il caso aria-acqua  $n_1 = 1$  e  $n_2 = 1.33$ , otteniamo  $\vartheta_B = 53^\circ$ .



Frazione Potenza Incidente Trasmessa o Riflessa per un'onda piana polarizzata linearmente su  $\pi$



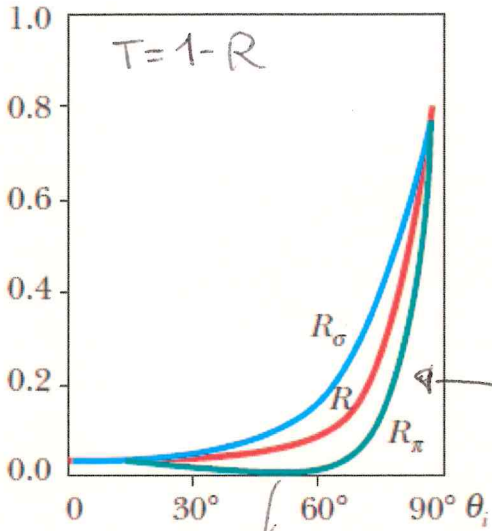
Coefficiente di riflessione e trasmissione, ovvero la frazione di potenza incidente che viene riflessa o trasmessa ( $R_{\text{pot}} + T_{\text{pot}} = 1$ ), in funzione dell'angolo di incidenza all'interfaccia aria-vetro per un'onda elettromagnetica piana polarizzata nel piano d'incidenza.

Angolo Incidenza  
 $\theta_B = 56,3^\circ$   
 ↓  
 Tutta Trasmessa

N.B. anche per  $\theta < \theta_B$  l'onda   praticamente tutta trasmessa

NOTA: Per angoli piccoli, praticamente tutta la potenza dell'onda incidente va nell'onda trasmessa

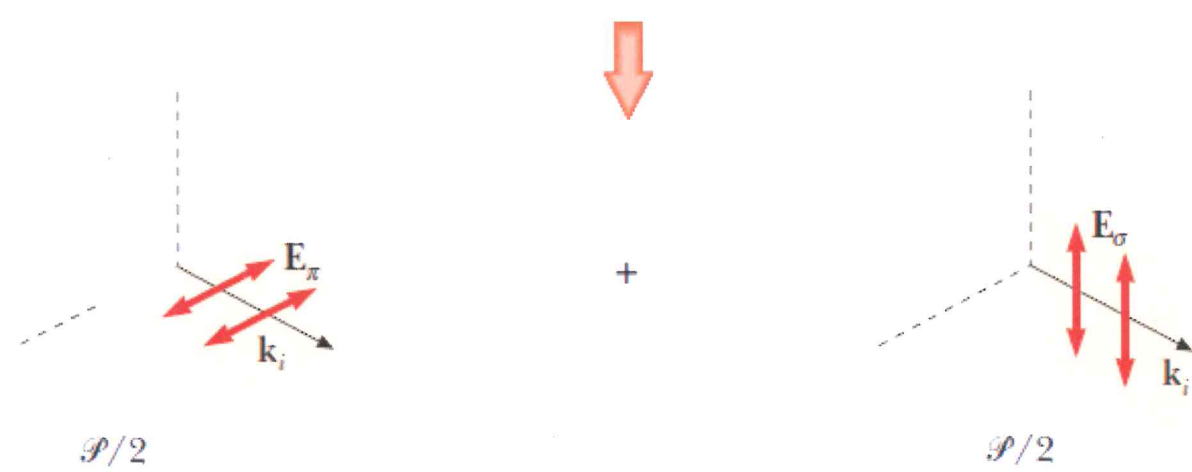
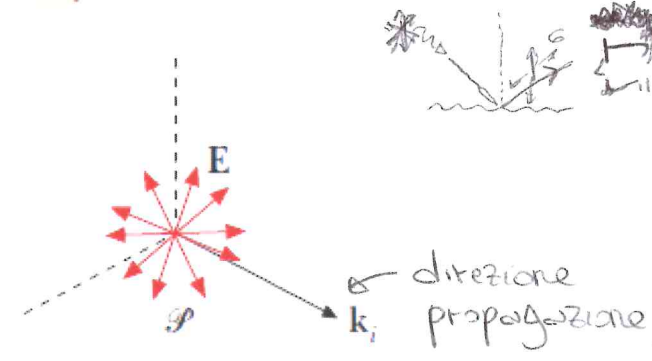
Frazione Potenza Incidente Riflessa Per onda non polarizzata



Coefficienti di riflessione di una onda elettromagnetica non polarizzata. Quest'ultima può essere decomposta nella sovrapposizione di due onde incoerenti polarizzate su due piani ortogonali (vedi immagine sotto). L'onda riflessa non è polarizzata anche se, essendo  $R_\sigma$  maggiore di  $R_\pi$  ( $R = \frac{1}{2}(R_\sigma + R_\pi)$ ), predomina la componente associata alla vibrazione ortogonale al piano di incidenza.

$R_\sigma > R_\pi \quad \forall \theta_i$

Per ridurre l'abbagliamento conviene bloccare la componente polarizzata ⊥ al piano di incidenza



$$R = \frac{R_\sigma + R_\pi}{2}$$

$$R_\pi = \left| \frac{m_2 \cos \theta_i - m_1 \cos \theta_t}{m_2 \cos \theta_i + m_1 \cos \theta_t} \right|^2$$

$$R_\sigma = \left| \frac{m_1 \cos \theta_i - m_2 \cos \theta_t}{m_1 \cos \theta_i + m_2 \cos \theta_t} \right|^2$$

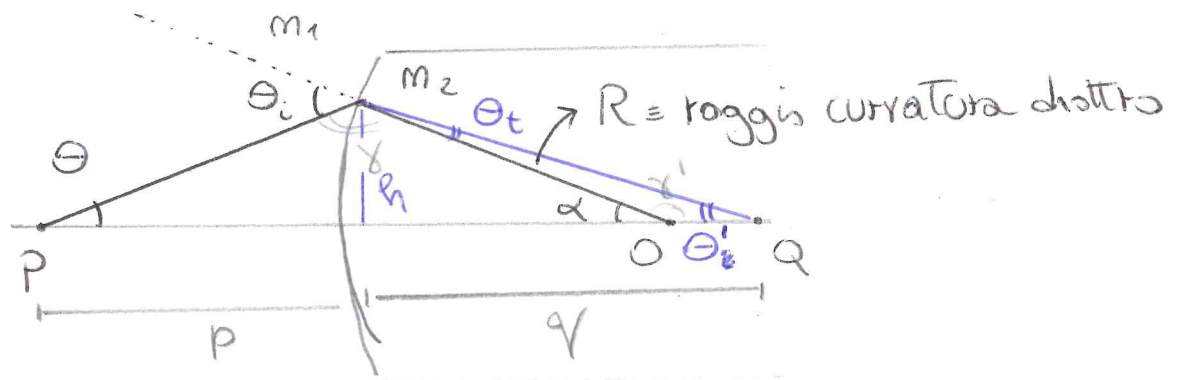
## Diottri

→ Superficie su cui avviene la trasmissione della luce da un mezzo ad un altro.

Nota: Su una superficie diotttrica avviene anche la riflessione, che però possiamo trascurare in quanto la quantità di energia riflessa è dell'ordine di qualche % dell'energia incidente se gli angoli di incidenza sono piccoli.

- Superficie Convessa Sferica:

$m_1 < m_2$   
eg. ARIA - VETRO



$$\theta + \alpha = \theta_i \quad \text{poiché} \quad \left. \begin{array}{l} \gamma + \theta_i = \pi \\ \theta + \alpha + (\pi - \theta_i) = \pi \end{array} \right\}$$

$$\theta_t + \theta_i' = \alpha \quad \text{poiché} \quad \left. \begin{array}{l} \gamma + \alpha = \pi \\ \theta_t + \theta_i' + \gamma = \pi \end{array} \right\}$$

Inoltre  $m_1 \sin \theta_i = m_2 \sin \theta_t \Rightarrow \theta_i \ll 1 \Rightarrow m_1 \theta_i = m_2 \theta_t$

Mettenendo a sistema

$$m_1 \theta + m_2 \theta_i' = (m_2 - m_1) \alpha$$

↳ Approx.

Parassiale

$$\sin \theta \approx \theta$$

$$\tan \theta \approx \theta$$

Inoltre (sempre assumendo angoli piccoli)

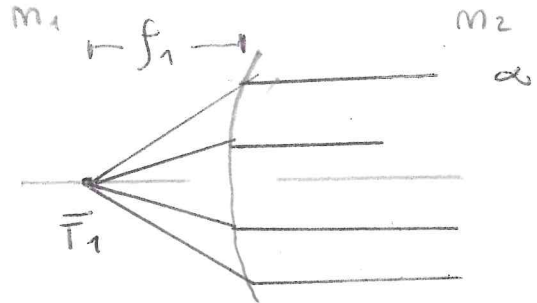
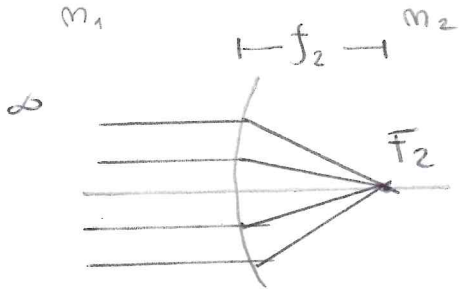
$$\theta = \frac{h}{p} \quad \theta_i' = \frac{h}{q} \quad \alpha = \frac{h}{R}$$

Alternando:

$$\frac{m_1}{p} + \frac{m_2}{q} = \frac{m_2 - m_1}{R}$$

## Equazione diotro sferico

Possiamo identificare i punti  $F_1$  &  $F_2$ :



$$p = +\infty \Rightarrow f_2 = \frac{m_2 R}{m_2 - m_1}$$

Fuoco  
Posteriore

$$q = +\infty \Rightarrow f_1 = \frac{m_1 R}{m_2 - m_1}$$

Fuoco  
Anteriore

⇓

$$\frac{f_1}{p} + \frac{f_2}{q} = 1$$

Per un diotro convesso basta scambiare

$$p \rightarrow -q$$

$$q \rightarrow -p$$

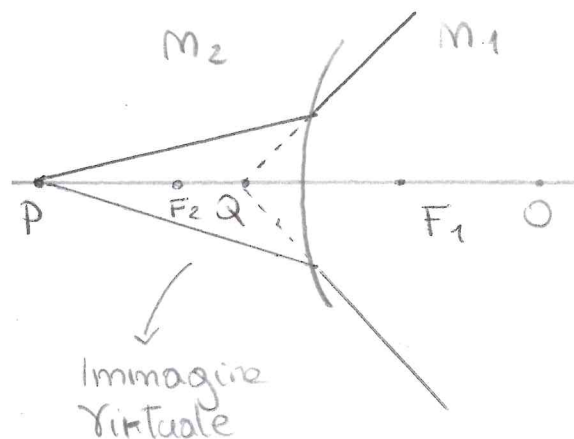


Convenzione  
Segni

$p > 0$  se davanti  
alla lente

$q > 0$  se dietro  
la lente

$$\frac{m_2}{p} + \frac{m_1}{q} = \frac{m_1 - m_2}{R}$$



### Lenti (sottili):

Una lente è un oggetto trasparente con due superfici rifrangenti, di cui almeno una curva, i cui assi centrali coincidono; l'asse comune costituisce l'asse centrale della lente. Quando una lente è immersa in aria, la luce proveniente dall'aria si rifrange entrando nella lente, la attraversa ed è rifratta nuovamente emergendo nell'aria. Ciascun evento di rifrazione può cambiare la direzione di propagazione della luce. Se i raggi di luce sono inizialmente paralleli all'asse centrale della lente ed essa li fa convergere, la lente è detta convergente. Se invece nella stessa ipotesi li fa divergere, si chiama lente divergente.

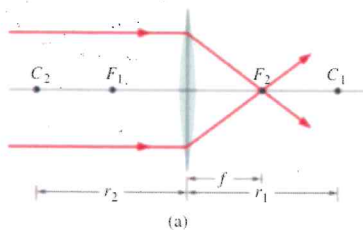
Elementi di una lente:

asse ottico = retta che congiunge i centri di curvatura delle due facce della lente;

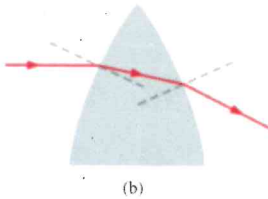
centro ottico = punto dell'asse ottico che divide a metà lo spessore della lente;

fuoco = punto in cui convergono tutti i raggi paralleli all'asse ottico

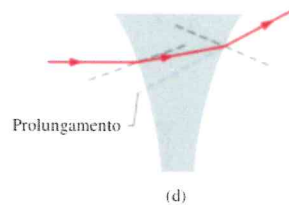
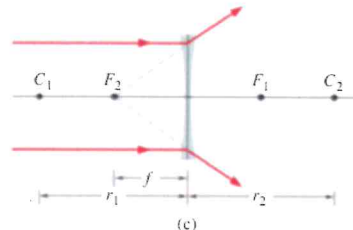
Lente Convergente



La curvatura del raggio avviene solo in corrispondenza delle superfici



Lente Divergente



→ spessore lente  $\ll$  distanza oggetto

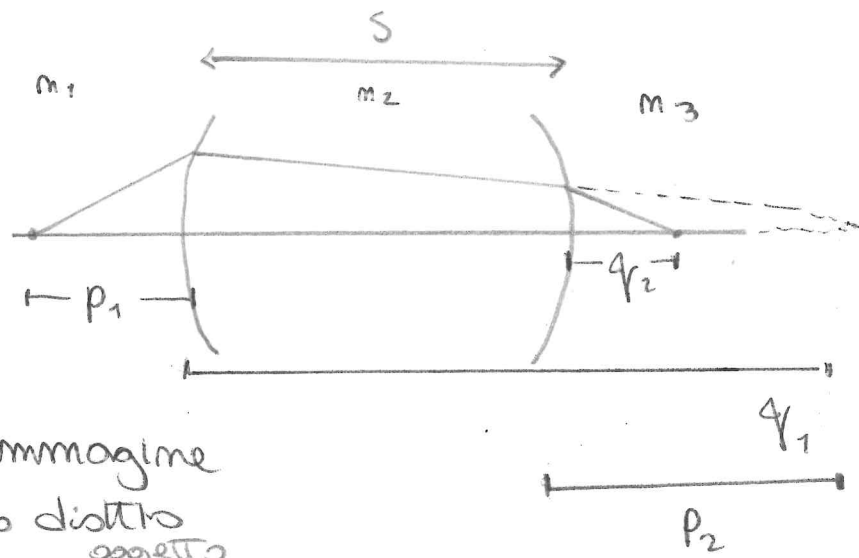
Consideriamo il caso speciale della lente sottile, cioè una lente in cui lo spessore è piccolo in rapporto alla distanza dell'oggetto  $p$  e alla distanza dell'immagine  $i$ , o, ciò che è lo stesso, rispetto a entrambi i raggi di curvatura  $r_1$  ed  $r_2$ . Considereremo solo raggi che formano angoli piccoli con l'asse centrale, detti anche parassiali (esagerati nelle figure). Inoltre assumiamo che le caratteristiche ottiche della lente siano indipendenti dalla posizione in cui passano i raggi (omogeneità del mezzo) e dal colore della luce (omogeneità cromatica).

In questo caso  $i$  e  $p$  stanno in relazione tra loro secondo l'espressione:

•• Eq. ne lenti sottili: Consideriamo Eq. diottro sferico:

$$s_x \frac{m_1}{p_1} + \frac{m_2}{q_1} = \frac{m_2 - m_1}{R_1}$$

$$s_x \frac{m_2}{p_2} + \frac{m_3}{q_2} = \frac{m_3 - m_2}{R_2}$$



$p_2 = S - q_1 \Rightarrow$  ovvero l'immagine  
del primo diottro  
funge da ~~immagine~~<sup>oggetto</sup>  
per il secondo diottro

Per lenti sottili  $S=0$ , ed assumendo che  $m_1 = m_3$ , sottraggo  
sx e dx eq.:

$$\frac{m_1}{p_1} + \frac{m_1}{q_2} = (m_2 - m_1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$p_1$  e  $q_2$  sono praticamente le distanze dell'oggetto  
e dell'immagine dal centro della lente (perché  $S=0$ )

$\Rightarrow$  definendo la distanza focale = (\*) si  
ottiene l'equazione della lente sottile

In questo caso  $p$  e  $q$  stanno in relazione tra loro secondo l'espressione:

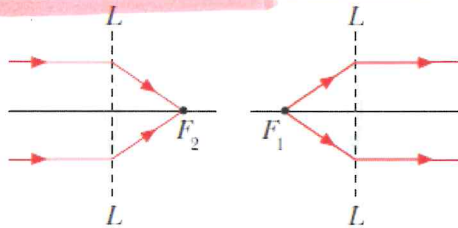
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

Equazione Lente Sottili

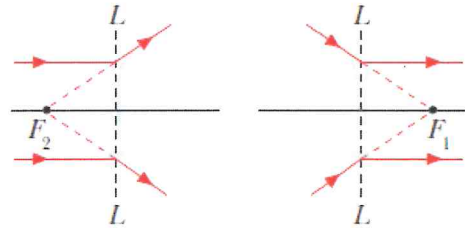
Dove la distanza focale della lente è data da:

$$\frac{1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \Rightarrow f = \frac{n_1}{n_2 - n_1} \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \quad (*)$$

Se l'oggetto è posto all'infinito, l'immagine si forma nel punto  $F_2$  a distanza  $f$  dal centro, mentre se l'oggetto è posto nel punto  $F_1$  a distanza  $f$  dal centro l'immagine si forma all'infinito: per questo  $f$  è chiamata distanza focale o brevemente focale della lente sottile.  $F_1$  e  $F_2$  sono equidistanti dal centro della lente.



(a)  $\frac{1}{f} > 0$



(b)  $\frac{1}{f} < 0$

La quantità  $1/f$  è detta potere convergente (o potenza) della lente e si misura in diottrie (m<sup>-1</sup>); a seconda dei segni e dei valori dei raggi di curvatura e dei valori degli indici di rifrazione,  $1/f$  può essere positivo, e allora la lente si dice convergente oppure negativo, e in tal caso la lente si dice divergente.

Nella figura sono indicate le combinazioni di raggi di curvatura che danno potere convergente positivo o negativo. Osserviamo che sono convergenti le lenti più spesse al centro che al bordo, divergenti quelle più sottili al centro che al bordo.



→ Convergente

$$\frac{1}{f} > 0$$



→ Divergente

$$\frac{1}{f} < 0$$

Queste formule sono valide sia per lenti convergenti che divergenti, a patto di utilizzare la seguente convenzione per i segni:

Potere Convergente  
 $\frac{1}{f}$

Grandezza	Positiva quando...	Negativa quando...
Posizione dell'oggetto ( $p$ )	l'oggetto è davanti alla lente (oggetto reale)	l'oggetto è dietro la lente (oggetto virtuale)
Posizione dell'immagine ( $q$ )	l'immagine è dietro la lente (immagine reale)	l'immagine è davanti alla lente (immagine virtuale)
Altezza dell'immagine ( $h'$ )	l'immagine è dritta	l'immagine è capovolta
Raggi di curvatura $R_1$ e $R_2$	il centro di curvatura è dietro la lente	il centro di curvatura è davanti alla lente
Distanza focale ( $f$ )	la lente è convergente	la lente è divergente

La costruzione geometrica è molto utile per determinare l'immagine di una lente sottile o di un sistema di lenti. Per localizzare l'immagine di una lente convergente, si tracciano i tre raggi seguenti dalla cima dell'oggetto:

- Il raggio 1 è tracciato parallelamente all'asse principale. Dopo essere stato rifratto dalla lente, questo raggio passa per il punto focale sul lato posteriore della lente.

- Il raggio 2 è tracciato attraverso il punto focale sul lato anteriore della lente (o come se arrivasse dal punto focale qualora  $p < f$ ) ed emerge dalla lente parallelamente all'asse principale.

- Il raggio 3 è tracciato attraverso il centro della lente e continua in linea retta. (controllo)

La localizzazione di un'immagine per una lente divergente si ottiene tracciando i seguenti tre raggi dalla sommità dell'oggetto:

- Il raggio 1 è tracciato parallelamente all'asse principale. Dopo essere stato rifratto dalla lente, questo raggio emerge allontanandosi dal punto focale sul lato anteriore della lente.

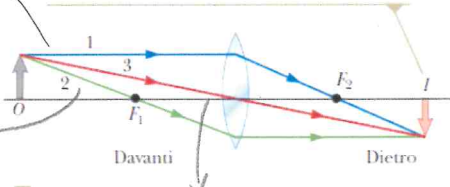
- Il raggio 2 è tracciato verso il punto focale sul lato posteriore della lente ed emerge dalla lente parallelamente all'asse principale.

- Il raggio 3 è tracciato attraverso il centro della lente e continua in linea retta.

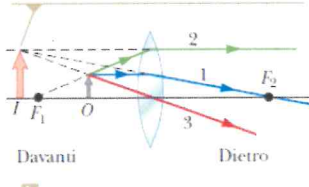
Con questa costruzione, il punto d'intersezione di una qualunque coppia di raggi può essere usato per localizzare l'immagine. Il terzo raggio serve come controllo della nostra costruzione.



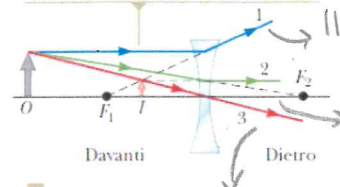
Quando l'oggetto è di fronte e all'esterno rispetto al punto focale di una lente convergente, l'immagine è reale, invertita e dietro la lente.



Quando l'oggetto è tra il punto focale e una lente convergente, l'immagine è virtuale, dritta, ingrandita rispetto all'oggetto e davanti alla lente.



Quando un oggetto è ovunque di fronte ad una lente divergente, l'immagine è virtuale, dritta, più piccola rispetto all'oggetto e davanti alla lente.



//asse principale

attraverso punto focale 1

attraverso centro (controllo)

//asse principale

attraverso punto focale 2

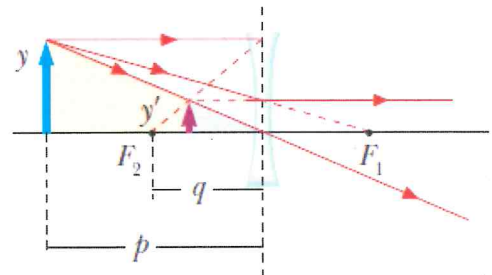
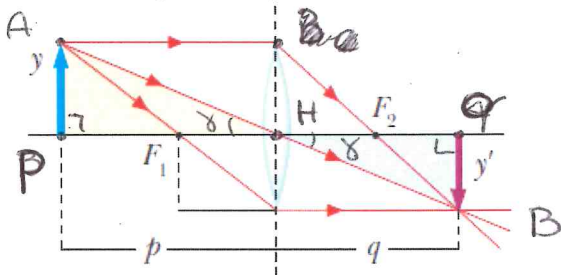
attraverso centro (controllo)

L'ingrandimento trasversale, ovvero il rapporto tra la dimensione trasversale dell'immagine e dell'oggetto vale:

$$I = \frac{y' * q}{y * p} = \frac{q - f}{f} = \frac{f}{p - f}$$

### Ingredimento trasversale

L'ingrandimento 1 vuol dire che l'immagine è della stessa dimensione dell'oggetto. Il segno + vuol dire che l'immagine e l'oggetto hanno lo stesso orientamento, viceversa, se I è negativo che l'immagine e' capovolta.



\*  $\hat{A}PH$  simile  $\hat{B}QH$  in quanto 3 angoli uguali (angolo  $\gamma$ , angolo  $L$ , e quindi 3° angolo)  $\Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{q}{p} = \frac{AH}{BH}$

$$* * \frac{1}{p} = \frac{1}{f} - \frac{1}{q} \Rightarrow \frac{q}{p} = \frac{q}{f} - 1 = \frac{q-f}{f}$$

$$* * * \frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p} \quad \frac{1}{I} = \frac{p}{q} = \frac{p-f}{f} \Rightarrow I = \frac{f}{p-f}$$

$$\frac{1}{q} = \frac{p-f}{fp}$$

Ø Ingrandimento Longitudinale

$$q = \frac{fp}{p-f} *$$

Se  $\Delta p$  ~~possa~~ distanza  
comprimenti:

$$\frac{\Delta q}{\Delta p} = \frac{q_2 - q_1}{p_2 - p_1} = \frac{\frac{fp_2}{p_2 - f} - \frac{fp_1}{p_1 - f}}{p_2 - p_1} =$$

$$= \frac{(p_1 - f)fp_2 - (p_2 - f)fp_1}{(p_2 - f)(p_1 - f)(p_2 - p_1)} = - \frac{f^2(p_2 - p_1)}{(p_2 - f)(p_1 - f)(p_2 - p_1)} =$$

$$= -I_1 I_2$$

