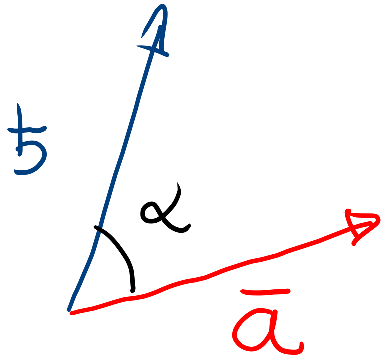
# PRODOTTO SCALARE TRA $\vec{a}$ e $\vec{b}$




$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos\alpha$$

NB:

$> 0 \qquad 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

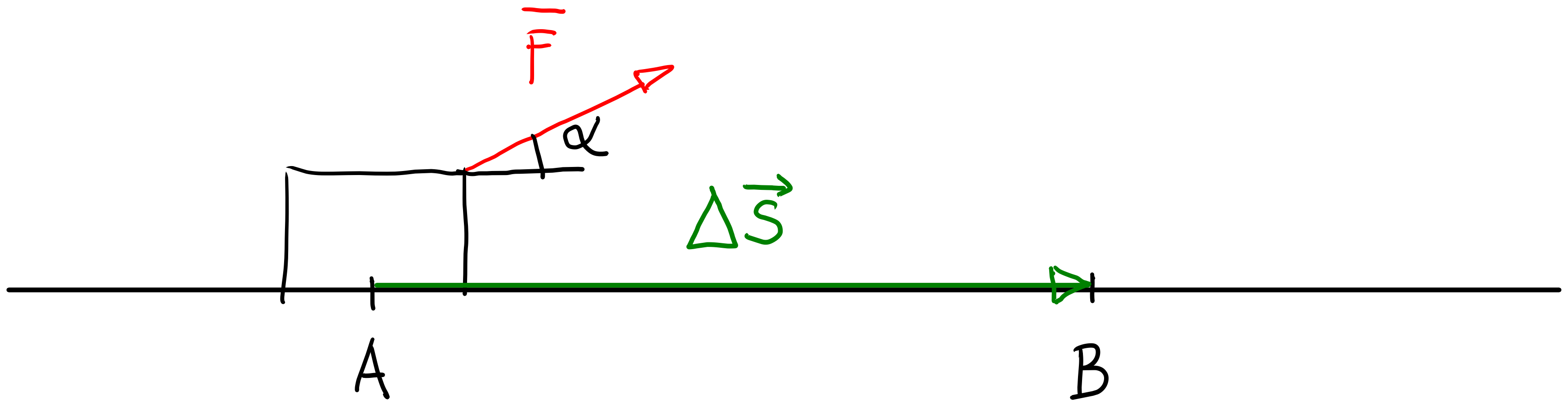
$= 0 \qquad \alpha = \frac{\pi}{2}$

$< 0 \qquad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

→ è commutativo

→ $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$

# LAVORO




$$\mathcal{L} = \vec{F} \cdot \Delta\vec{s} = |\vec{F}| \cdot |\Delta\vec{s}| \cdot \cos\alpha$$

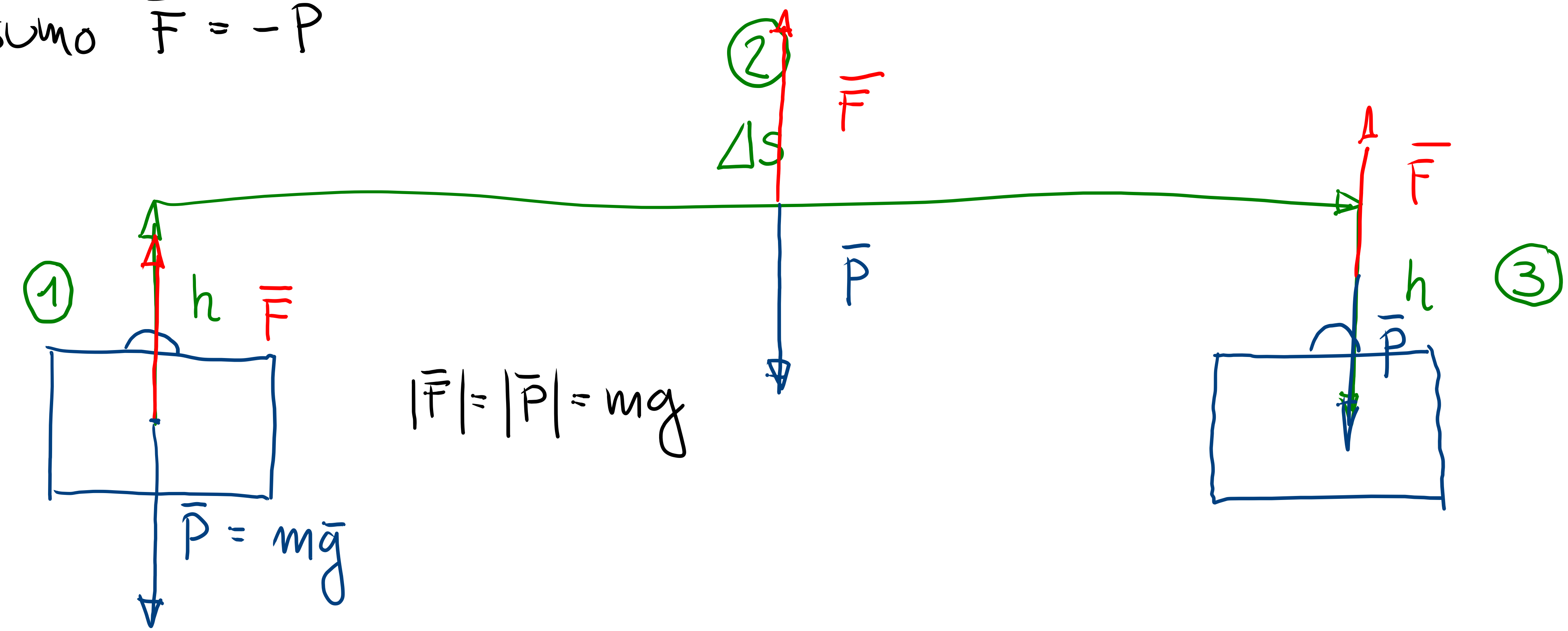
$$[\mathcal{L}] = [F] \cdot [\Delta s] = N \cdot m = J$$

Joule

$$\begin{cases} \alpha \in [0, \frac{\pi}{2}[ & + \\ \alpha = \frac{\pi}{2} & 0 \\ \alpha \in ]\frac{\pi}{2}, \pi] & - \end{cases}$$

# IL PROF e la VALIGIA

Assumo $\bar{F} = -\bar{P}$




$|\bar{F}| = |\bar{P}| = mg$

① $\mathcal{L}_1 = F \cdot h \cdot \cos 0 = mgh$

② $\mathcal{L}_2 = F \cdot \Delta s \cos \frac{\pi}{2} = 0$

③ $\mathcal{L}_3 = F \cdot h \cdot \cos \pi = -mgh$

$\mathcal{L}_{TOT} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3 = 0$

ENERGIA

Capacità di compiere lavoro

ENERGIA CINETICA $K$

massa $m$

velocità $\vec{v}$

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

$$[K] = kg \left(\frac{m}{s}\right)^2 = \overbrace{kg \frac{m}{s^2}}^{N} m = J$$

# TEOREMA LAVORO ENERGIA

Consideriamo un corpo su cui agiscono $\overline{F}_1, \overline{F}_2 \dots \overline{F}_n$

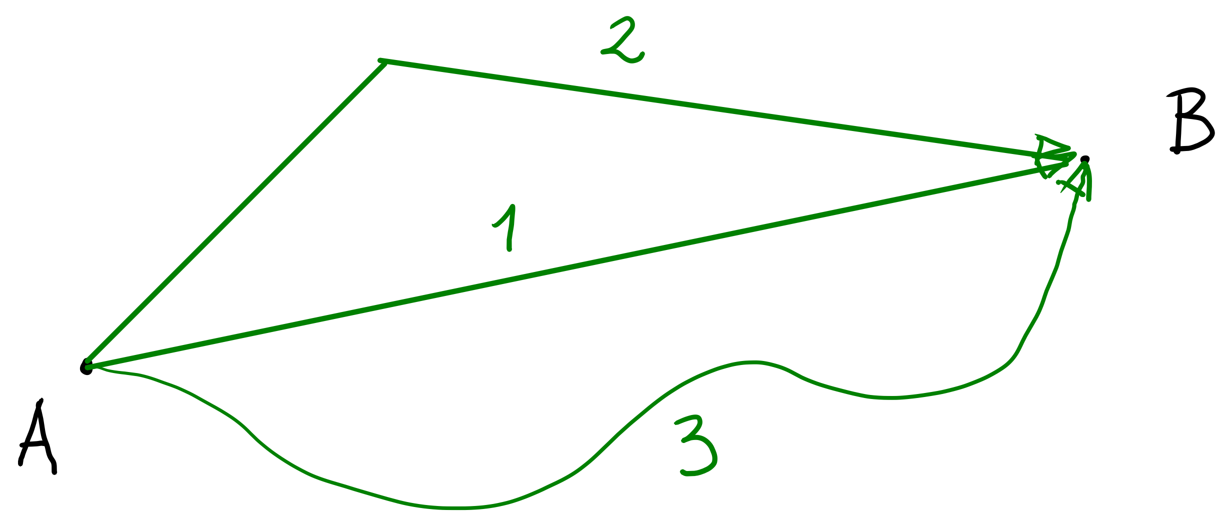
Sia $\mathcal{L}$ il lavoro della risultante $\Sigma \overline{F} = \sum_1^n{}_i \vec{F}_i = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \dots + \overline{F}_n$

(o, equivalentemente, sia $\mathcal{L}$ la somma dei lavori compiuti da ciascuna delle n forze $\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \dots + \mathcal{L}_n$)

ALLORA

$$\mathcal{L} = \Delta K = K_f - K_i$$

# FORZE CONSERVATIVE




$\vec{P} = m\vec{g}$

$\vec{F_e} = -K\vec{x}$

FORZA CONSERVATIVA $\rightleftarrows$ $\mathcal{L}_{AB}$ NON DIPENDE dal particolare percorso

( DEF. ALTERNATIVA

FORZA CONSERVATIVA $\rightleftarrows$ $\mathcal{L}$ su qualsiasi percorso chiuso è nullo )

# ENERGIA POTENZIALE U
(per le forze conservative !!!)

$$\mathcal{L}_{AB} = U(\bar{r}_A) - U(\bar{r}_B)$$

$$\mathcal{L}_{AB} = U_A - U_B = -\Delta U$$

# CONSERVAZIONE ENERGIA MECCANICA

$\mathcal{L} = \Delta K = K_B - K_A$ vale sempre

$\mathcal{L} = -\Delta U = U_A - U_B$ vale solo x forze conservative

Se ci sono solo forze conservative ⇒ valgono entrambi ⇒

$$K_B - K_A = U_A - U_B$$

$$K_B + U_B = K_A + U_A$$

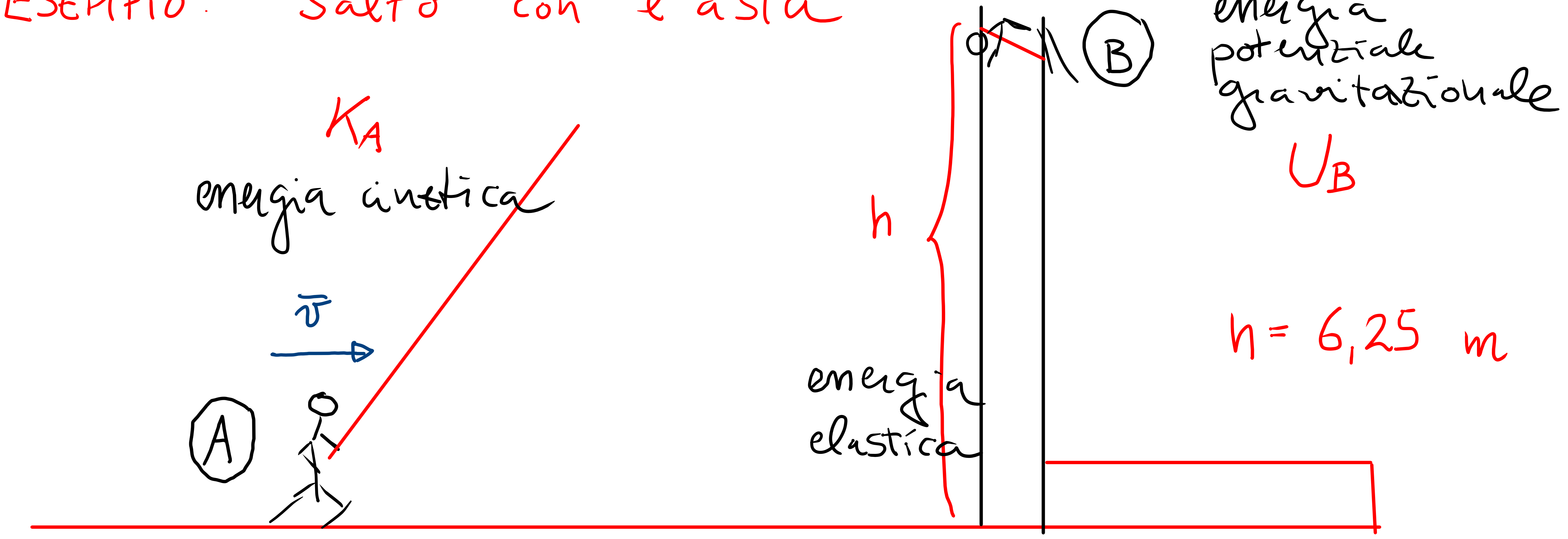
definisco $K + U = E_{mecc}$ energia meccanica

$$E_{mecc\,B} = E_{mecc\,A}$$

⇒ l'energia meccanica del sistema si conserva

⇒ sistema conservativo

ESEMPIO: salto con l'asta




$\Rightarrow$ sistema conservativo

$$E_{mecc\,A} = E_{mecc\,B}$$

$$K_A + \cancel{U_A} = \cancel{K_B} + U_B$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v^2 = \cancel{m}gh$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \frac{m}{s^2} \cdot 6{,}25\ m} = 11{,}1\ \frac{m}{s}$$

# FORZE DISSIPATIVE

(forze non-conservative)

$\mathcal{L} = \Delta K$

forze conservative $\mathcal{L}_C = -\Delta U$

forze non-conservative $\mathcal{L}_{NC}$

$$\mathcal{L} = \underbrace{\mathcal{L}_C}_{-\Delta U} + \mathcal{L}_{NC}$$

$$\mathcal{L}_C + \mathcal{L}_{NC} = \Delta K$$

$$-\Delta U + \mathcal{L}_{NC} = \Delta K$$

$$\mathcal{L}_{NC} = \Delta K + \Delta U$$

$$\mathcal{L}_{NC} = \Delta E_{mecc} = E_{mecc\,B} - E_{mecc\,A}$$

$$\boxed{\Delta K + \Delta U = \Delta E_{mecc}} \; *$$

$$\boxed{\mathcal{L}_{NC} = \Delta E_{mecc}}$$

$\mathcal{L}_{NC} < 0$

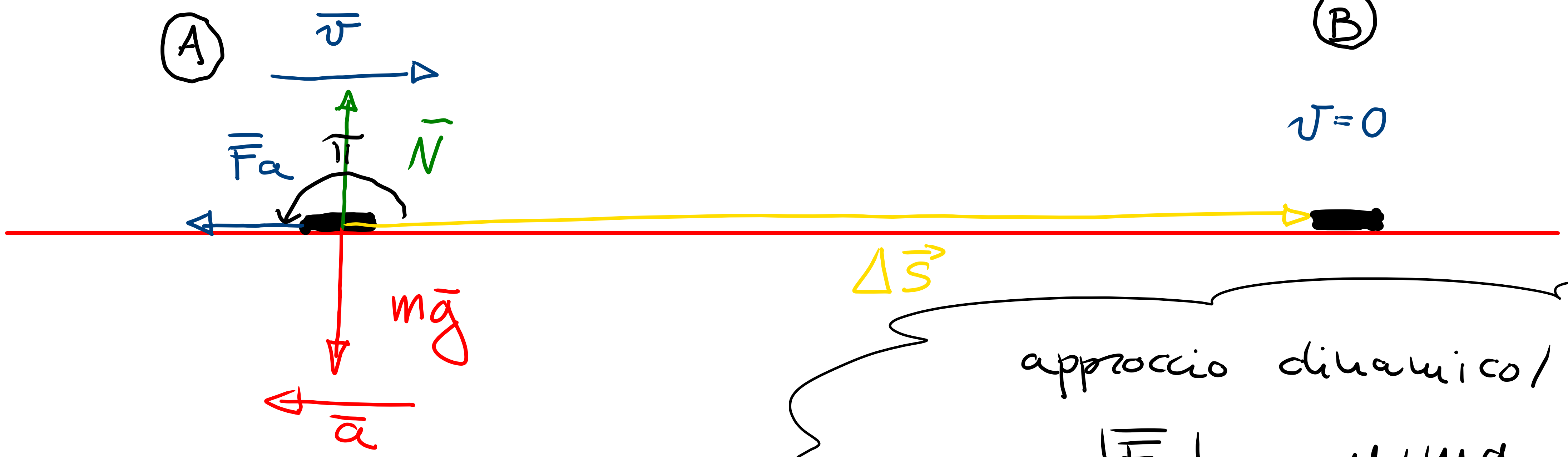
$$E_{mecc\,B} - E_{mecc\,A} < 0$$

$$E_{mecc\,B} < E_{mecc\,A}$$

**4.16** Durante un partita di hockey su ghiaccio il disco, colpito dal bastone di un giocatore, parte con velocità $v = 4,0$ m/s. Se il coefficiente di attrito fra il disco e il ghiaccio è $\mu_d = 0,10$, qual è la lunghezza del percorso che il disco compie prima di fermarsi? (R.: 8,16 m).

$$* \quad \Delta s = \frac{mv^2}{2F_a} = \frac{mv^2}{2\mu_d N} = \frac{\cancel{m}v^2}{2\mu_d \cancel{m} g}$$

$$\Delta s = \frac{\left(4,0\ \frac{m}{s}\right)^2}{2\cdot 0,1\cdot 9,8\ \frac{m}{s^2}} = 8,16 \ m$$




$$|\bar{F}_a| = F_a = \mu_d N = \mu_d mg$$

approccio dinamico/cinematico

$$|\bar{a}| = \frac{|\bar{F}_a|}{m} = \frac{\mu_d mg}{m} = \mu_d g$$

$$\mathcal{L}_a = \bar{F}_a \cdot \Delta\bar{s} = F_a \cdot \Delta s \cdot (-1) = -F_a \cdot \Delta s$$

$$\mathcal{L}_a = \Delta K = K_B - K_A = 0 - \frac{1}{2} m v^2$$

$$F_a \cdot \Delta s = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\Delta s = \frac{mv^2}{2F_a} \quad *$$

# SISTEMI ISOLATI

non scambia nè energia nè materia con l'ambiente circostante

$\Rightarrow$ definiamo $E_{int}$ energia interna del sistema

Se c'è perdita di $E_{mecc}$, si registra un corrispondente aumento dell' $E_{int}$ :

$$-\Delta E_{mecc} = \Delta E_{int}$$

$$\Delta K + \Delta U = \Delta E_{mecc}$$ (* slide 9)

$$\Delta K + \Delta U = -\Delta E_{int}$$

$$\Delta K + \Delta U + \Delta E_{int} = 0$$

Se definiamo $K + U + E_{int} = E_{TOT}$

$$\Delta E_{TOT} = 0$$

# POTENZA

$$\mathcal{P}_m = \frac{\mathcal{L}}{\Delta t}$$ potenza media in $\Delta t$

$$\mathcal{P} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\mathcal{L}}{\Delta t}$$ potenza istantanea *

$$[\mathcal{P}] = \frac{[\mathcal{L}]}{[\Delta t]} = \frac{J}{s} = W$$ Watt

$$\left[ 1kWh = 1 \cdot kW \cdot 1h = 10^3 W \cdot 3{,}6 \cdot 10^3 s = 3{,}6 \cdot 10^6 J = 3{,}6 \, MJ \right]$$

$$\mathcal{P} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\mathcal{L}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{F} \cdot \Delta \vec{s}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

# RENDIMENTO

$$\eta = \frac{\mathcal{L}}{E} \cdot 100$$

lavoro svolto dalla macchina

← risulta espresso in %

energia che serve a farla funzionare

**4.26** Il blocco B, di massa $m$ = 2,50 kg, è poggiato sul piano orizzontale scabro O O′ ed è premuto contro la molla elicoidale M, la cui estremità destra è fissata alla parete rigida P, in modo da determinarvi una deformazione $x$ = 20 cm (fig. 4.20). Lasciato libero, il blocco parte verso sinistra scivolando sul piano scabro; nell'istante in cui si distacca dalla molla la sua velocità è $v$ = 3,80 m/s. Sapendo che la costante elastica della molla è $k$ = 1000 N/m, calcolare: (a) il coefficiente di attrito fra il blocco ed il piano di appoggio; (b) la lunghezza del percorso compiuto dall'oggetto dal momento in cui si distacca dalla molla all'istante di arresto; (c) l'intervallo di tempo impiegato per compiere tale percorso. [R.: (a) 0,40; (b) 1,84 m; (c) 0,97 s].

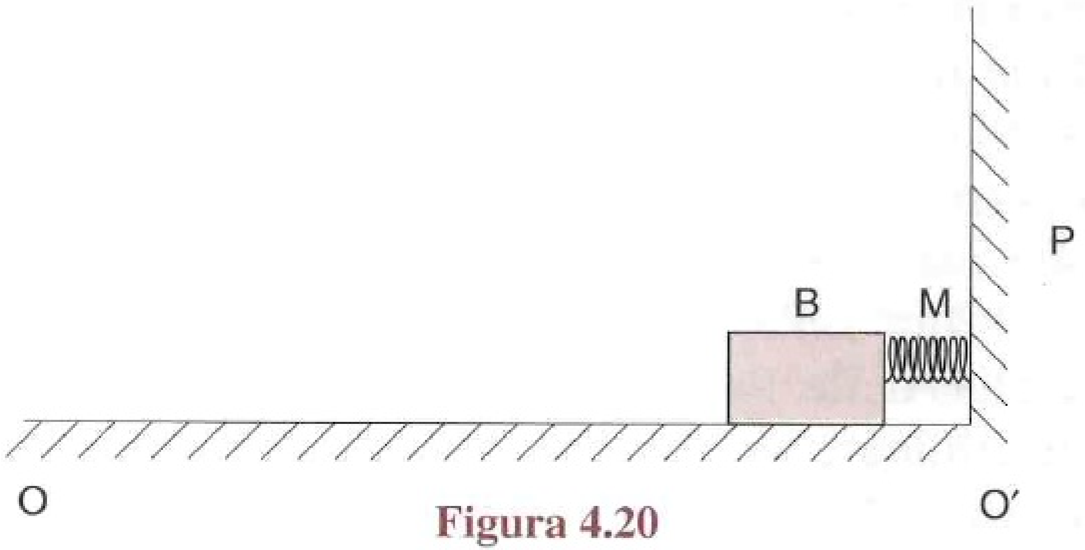



**Figura 4.20**