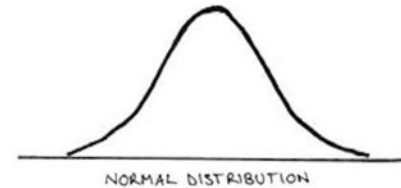
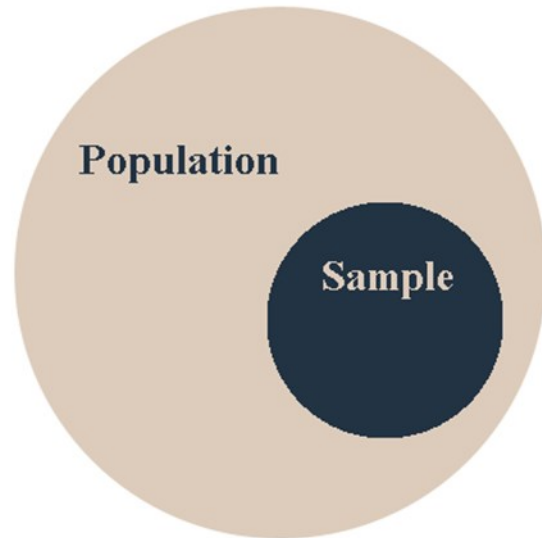


Variabili aleatorie



Variabile Aleatoria di Bernoulli

Lanciamo una moneta. Siamo interessati all'evento *successo*: “esce testa”

$$X \sim \text{Bernoulli}(p) \quad p=0.5$$

- Quali sono i possibili valori?

Croce $\rightarrow 0$; Testa $\rightarrow 1$ $X=0$; $X=1$

- Qual è la probabilità di ogni possibile valore?

$$P(X=0)=0.5=50\%; P(X=1)=0.5=50\%$$

- Qual è la somma di tali probabilità?

$$P(X=0)+P(X=1)=1$$

Variabile Aleatoria Binomiale

Lanciamo **10 volte** una moneta. Siamo interessati al numero di successi (indipendentemente dall'ordine) dove successo è "esce testa"

$$X \sim \text{Bin}(n,p) \quad n=10 \quad p=0.5$$

Quali sono i possibili valori?

$X=0$; $X=1$; $X=2$; $X=3$; $X=4$; $X=5$; $X=6$; $X=7$; $X=8$; $X=9$; $X=10$

Qual è la probabilità di uno specifico valore? $P(X = k) = \frac{n!}{(n-k)!k!} p^k (1-p)^{n-k}$

$$P(X = 2) = \frac{10!}{(10-2)!2!} 0.5^2 (1-0.5)^{10-2}$$

Qual è la somma di tali probabilità?

$$P(X=0)+P(X=1)+\dots+P(X=10)=1$$

Variabile Aleatoria Binomiale

Lanciamo 10 volte una moneta. Siamo interessati al numero di successi (indipendentemente dall'ordine), dove successo è “esce testa”.

Qual è la probabilità che escano **almeno 2** teste?

$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) + \dots + P(X=10)$$

Vuoi organizzare una scommessa: puntare sul fatto che escano almeno **x** teste.

Vuoi favorire i partecipanti, desideri che la probabilità di vittoria sia alta, oltre 80%. Qual è il valore **x** da specificare?

$$P(X \geq x) = 0.80$$

Variabile Aleatoria Normale

Altezza nelle donne. È rappresentabile con una VA normale di media 167 cm e deviazione standard 7 cm.

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \quad \mu=167 \quad \sigma^2=49$$

$$f(x|\mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

Quali sono i possibili valori?

Insieme **infinito** di valori...

Qual è la probabilità di uno «**specifico**» valore?

Ogni specifico valore ha probabilità zero...

Qual è la **somma** di tali probabilità?

Utilizzo del calcolo integrale...

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

Variabile Aleatoria Normale

Altezza nelle donne. È rappresentabile con una VA normale di media 167 cm e deviazione standard 7 cm.

Qual è la probabilità che una donna sia alta **al massimo** 160 cm? $\int_{-\infty}^{160} f(x)dx$

Qual è la probabilità che una donna sia alta **più di** 160 cm? $\int_{160}^{\infty} f(x)dx$

Quant'è la somma di tali probabilità?

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$



Variabile Aleatoria Normale

Altezza nelle donne. È rappresentabile con una VA normale di media 167 cm e deviazione standard 7 cm.

- Qual è il valore che definisce una *coda inferiore* con probabilità 0.025?
- Qual è il valore che definisce una *coda superiore* con probabilità 0.025?
- Quali sono i valori x_1 e x_2 che definiscono una regione attorno alla media con probabilità 95%?

Abbiamo visto



Per distribuzioni di Bernoulli, Binomiale e Gaussiane:

- Rappresentare la distribuzione/densità di probabilità
- Calcolare probabilità e quantili relativi alla VA