

Geometria 3 – Topologia

I appello d'esame

Anno accademico 2023-2024

23/1/2024

Motivare adeguatamente le risposte. Per l'ammissione all'orale occorrono almeno 18 punti.
Tempo a disposizione: 3 ore.

- 1) (10 punti) Consideriamo il sottospazio $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 0\} \subset \mathbb{R}^2$.
 - (a) (3 punti) Dimostrare che X è contraibile.
 - (b) (2 punti) X è compatto?
 - (c) (3 punti) X è omeomorfo a $\mathbb{R}$?
 - (d) (2 punti) Quante componenti connesse per archi ha $\mathbb{R}^2 - X$?
- 2) (6 punti) Dimostrare che non esiste una retrazione di $\mathbb{R}P^2$ su $\mathbb{R}P^1$.
- 3) (6 punti) Calcolare $\pi_1(\mathbb{R}^4 - L)$, con $L \subset \mathbb{R}^4$ retta affine.
- 4) (8 punti) Sia X uno spazio topologico e $Y \subset X$ un sottospazio connesso non vuoto. Dimostrare che $\text{Cl}_X Y$ è connessa.