

NIELS HENRIK ABEL

I primi anni

Niels Henrik Abel nacque il **5 agosto 1802**, secondogenito di Soren Georg Abel, un pastore luterano, e di sua moglie Anne Marie Simonsen, la figlia di un mercante. Prima che Niels Henrik compisse due anni, Soren Abel assunse la carica di ministro nel villaggio di Gjerstad, andando a sostituire il padre.

In quegli anni la Norvegia, che faceva parte della Danimarca, doveva fare i conti con diversi conflitti: prima contro la flotta inglese e poi contro la Svezia. Il blocco delle rotte commerciali norvegesi a opera delle navi da guerra inglesi ebbe conseguenze devastanti. Tutte le esportazioni di legname furono interrotte già a metà del 1808. Allo stesso modo, il commercio di grano dalla Danimarca era diventato così pericoloso da subire anch'esso una drastica riduzione. Nel 1809 la malnutrizione e la fame si diffusero in tutta la Norvegia.

Fino ai tredici anni, Niels Henrik fu istruito dal padre, nella canonica. Quest'ultimo prese molto seriamente il suo compito, tanto da scrivere a mano il libro di testo per i propri figli, che includeva grammatica, geografia, storia e matematica.

Nel **1815** Niels Henrik fu mandato alla Scuola Cattedrale di Christiania (oggi Oslo). La famiglia si stava ormai sgretolando: entrambi i genitori erano sempre più dediti all'alcol.

Quando Niels Henrik vi fu ammesso, la Scuola Cattedrale stava attraversando un periodo piuttosto buio. In questa istituzione erano infatti rimasti solo i professori meno qualificati dopo che, qualche anno prima, era stata inaugurata l'Università di Christiania, dove si trasferirono i docenti migliori.

L'insegnante di matematica, **Bernt Michael Holmboe** (1795-1850), laureato alla stessa Scuola Cattedrale e di soli sette anni più vecchio, introdusse un nuovo programma di studio che aveva lo scopo di far comprendere a fondo i simboli matematici agli allievi. Holmboe non impiegò molto tempo per scoprire che nella sua classe c'era un genio. Esaurito il normale programma di studio, Abel iniziò, spronato dall'entusiasmo del suo professore, a dedicarsi alle opere originali di **Euler**, **Newton**, **Laplace**, **Gauss** e, in particolare, **Lagrange**.

Holmboe non poteva trattenersi dall'esprimere la propria ammirazione. Nella pagella del 1819 il docente scrisse: «Uno straordinario genio della matematica» e l'anno successivo: «Al suo incredibile genio associa un interesse insaziabile e un ardore per la matematica che, se vivrà, lo faranno con ogni probabilità diventare uno dei più importanti matematici (il più importante matematico del mondo)».

Un genio alla ricerca del successo



Unico ritratto di Niels Henrik Abel, Johan Gorbitz , 1826

Durante l'ultimo anno scolastico Abel fece il suo primo tentativo di spiccare il volo: provò a risolvere un'equazione di quinto grado. Si trattava di un problema che i migliori matematici di tutta Europa cercavano di risolvere da quasi tre secoli e adesso uno studente delle superiori sosteneva di esserci riuscito. Abel mostrò la soluzione a Holmboe, il quale la giudicò perfetta e presentò il risultato a due docenti dell'Università di Christiania, **Christopher Hansteen** e **Soren Rasmussen**, che a loro volta non trovarono errori.

Comprendendo la portata della scoperta, Hansteen decise di inviare il lavoro al più importante matematico scandinavo del tempo, **Ferdinand Degen** di Copenhagen, affinché l'Accademia Danese lo pubblicasse. Il famoso studioso era una persona pragmatica e preferì eccedere nella prudenza. Così, anche se non notò errori, chiese ad Abel di spedirgli una «deduzione più dettagliata del risultato e anche una illustrazione numerica» del metodo, trovando ad esempio la soluzione dell'equazione $x^5 + 2x^4 + 3x^2 - 4x + 5 = 0$. Mentre cercava di individuare esempi specifici, Abel scoprì con grande costernazione che la sua soluzione non era di fatto quella corretta.

In ogni caso, Degen fu molto colpito e diede un consiglio a Niels Henrik. Secondo il famoso matematico, lo studio delle equazioni era un «soggetto sterile» e suggerì di concentrarsi invece su un campo allora pressoché sconosciuto, ovvero sugli *integrali ellittici*.

Se il genio matematico di Abel stava cominciando a brillare, la situazione familiare si faceva invece sempre più cupa. Forse a causa di una valutazione pregiudicata dagli effetti dell'alcol o per eccessiva ambizione personale, il padre accusò due politici di aver a torto imprigionato un uomo. Le imputazioni si rivelarono infondate, ma questo evento segnò l'inizio della caduta di Soren Georg. L'opinione pubblica e i politici si scagliarono con furore contro l'accusatore, minacciando di metterlo in stato di accusa. Nell'autunno del 1818 il disilluso pastore ritornò a Gjerstad coperto dall'infamia e affogò i propri problemi nell'alcol. Così peggiorò rapidamente il suo stato di salute. Alla sua morte (1820), nessun abitante di Gjerstad esprime il proprio dolore.

Anne Marie e i cinque fratelli di Niels Henrik ricevevano una pensione estremamente ridotta, del tutto insufficiente a soddisfare i loro bisogni e, ancor di più, per far proseguire gli studi di Niels. Ma, miracolosamente, Abel riuscì a entrare all'università nel **1821**.

In un ambiente freddo e distaccato, ben tre docenti si offrirono volontariamente di sostenere il ragazzo dal punto di vista economico, seppure anch'essi non avessero molto denaro a disposizione. Fino al 1824, quando ricevette un sussidio, Niels Henrik visse di questa generosità.

- Durante i primi anni di università, lo studente era spesso il gradito ospite del professor Christopher Hansteen. E fu proprio sul periodico fondato da quest'ultimo, *Magazin per Naturvidenskaberne*, che Abel pubblicò i suoi primi tre saggi di carattere matematico nel **1823**. Il primo articolo non presentava contributi particolarmente originali, né tanto meno era comprensibile alla maggior parte dei lettori, e neppure il secondo scritto lo era. Il terzo studio, intitolato "*Soluzione di una coppia di proposizioni per mezzo di integrali definiti*" era invece dedicato a quella che in seguito sarebbe diventata la matematica di base della radiologia moderna (grazie a cui il fisico Allan Cormack e l'ingegnere Godfrey Hounsfield ricevettero il Premio Nobel per la medicina nel 1979).

Nel frattempo, Hansteen e Rasmussen continuavano a cercare un modo per sostenere il lavoro di Abel e per permettergli di viaggiare all'estero e di allargare così i propri orizzonti. Nel 1823 il giovane riuscì a trascorrere le vacanze estive a Copenhagen e qui incontrò la sua futura fidanzata, Christine (*Crelly*) Kemp. Dopo aver trascorso il Natale del 1824 insieme a lei, lo studioso stupì tutti annunciando di essere fidanzato e prossimo alle nozze. Niels Henrik non sposò mai Christine.

Le equazioni di quinto grado

Fin dai primi infruttuosi tentativi di risolverle mediante una formula, le equazioni di quinto grado non abbandonarono mai la mente di Abel. Anche se il giovane non ignorò il consiglio di Degen di dedicarsi allo studio di altri campi della matematica, l'ossessione per questo tipo di calcoli non venne mai meno e dopo il suo ritorno da Copenhagen decise quindi di ritornare sull'argomento.

Invece di affrontare di nuovo il problema con l'obiettivo di scoprirne la soluzione, il ragazzo era ora determinato a mostrare che non esisteva una formula in grado di risolvere queste equazioni. La stessa affermazione era già stata fatta da **Ruffini** dopo una serie di calcoli compiuti a partire dal 1799, ma la dimostrazione del processo che aveva portato a quel risultato presentava una grave lacuna. La scoperta del grande matematico italiano non era stata ampiamente divulgata e quindi Abel ne era del tutto all'oscuro nel 1823.

Dopo alcuni mesi di intenso lavoro, lo studente appena ventunenne scrisse la parola fine a uno studio durato secoli. Niels Henrik provò in maniera rigorosa e univoca che, nel caso di un'equazione algebrica generale di quinto grado o superiore, non è possibile ripetere quanto trovato per quelle di secondo, terzo e quarto, cioè trovare una formula *algebrica* che coinvolga i coefficienti. Abel applicò il procedimento di "reductio ad absurdum": suppose che un'equazione di quinto grado sia risolvibile e mostrò come questa ipotesi portasse a una contraddizione logica.

La dimostrazione di Abel non implica comunque che *tutte* le equazioni di quinto grado non possano essere risolte! Inoltre, una generica equazione di questo tipo può essere risolta numericamente, utilizzando strumenti matematici più avanzati come le funzioni ellittiche.

Quello che Abel scoprì fu un fondamentale punto debole dell'algebra di base. Le operazioni fondamentali di addizione, moltiplicazione ed estrazione di radice raggiungono il loro limite quando si tratta di risolvere un'espressione di quinto grado. Questa consapevolezza costituì una vera e propria svolta nella storia della matematica e cambiò l'intero approccio alle equazioni. Non si trattava più di trovare semplicemente una soluzione, ma di provare se il risultato di un certo gruppo di equazioni sia applicabile a tutti gli altri.

- Abel era ben consapevole della portata della sua scoperta. A differenza dei saggi precedenti elaborati in norvegese, inaccessibili ai più, Niels Henrik scelse di scrivere questa dimostrazione in francese,

sperando così di riuscire a focalizzare l'attenzione dei principali matematici del tempo. Decise di utilizzare la dimostrazione come «biglietto da visita» pensando che «potesse essere la migliore presentazione possibile» e pagò di tasca propria lo stampatore Grondahl per far pubblicare lo scritto sotto forma di pamphlet.

Per riuscire a ridurre i costi, egli fu tuttavia costretto a condensare l'articolo *Mémoire sur les équations algébriques où l'on démontre l'impossibilité de la résolution de l'équation générale du cinquième degré* in una pubblicazione di sei pagine, che risultarono del tutto insufficienti. Questa versione eccessivamente sintetica era così poco chiara che non riscosse molto successo, sebbene Niels Henrik ne inviasse copie agli amici di Copenhagen e a Gauss. Pare addirittura che il grande matematico tedesco non si degnò nemmeno di aprire il pamphlet di Abel e che questo venne ritrovato ancora sigillato tra varie altre carte dopo la sua morte.

Più o meno nello stesso periodo, i protettori di Niels Henrik, Hansteen e Rasmussen, arrivarono alla conclusione che, per veder realizzate tutte le potenzialità del ragazzo, avrebbero dovuto sostenerlo con ben maggiore larghezza di quella consentita dai loro miseri mezzi. Nel 1824 i due presentarono dunque domanda al governo norvegese per una borsa di studio che permettesse ad Abel di fare un soggiorno all'estero.

L'esperienza europea: Berlino

Nel settembre del 1825, Abel prese congedo da Crelly, e partì alla volta del continente accompagnato da tre amici. In un primo momento, Niels Henrik programmò di soggiornare a Parigi, dopo una breve sosta a Copenhagen. Ma quando i suoi compagni di viaggio decisero di partire per Berlino, il terrore di rimanere da solo convinse il giovane a unirsi al resto del gruppo. Questo ebbe però un risvolto positivo. Nella città tedesca Abel incontrò infatti un influente ingegnere edile **August Leopold Crelle** (1780-1855) con una grande passione per la matematica che in seguito sarebbe diventato il suo più grande ammiratore, un amico fraterno e un benefattore.

Dopo questo primo incontro, Crelle fondò una rivista conosciuta con il nome di «*Crelle's Journal*», anche se il titolo ufficiale era *Journal für die reine und angewandte Mathematik* (Rivista di matematica pura e applicata). Si trattava della prima pubblicazione tedesca del XIX secolo dedicata interamente alla matematica.

- Nel primo numero uscito nel 1826 vi erano ben sei saggi di Abel (scritti in francese e tradotti dallo stesso Crelle). Uno di questi era

un'argomentazione più dettagliata ed elaborata della prova dell'irrisolvibilità delle equazioni di quinto grado con una semplice formula. In apparenza, Niels Henrik non era ancora al corrente del lavoro di Ruffini all'inizio del 1826, ma con ogni probabilità lo scoprì più o meno nell'estate dello stesso anno. In un manoscritto del 1828 pubblicato postumo, Abel osservò: «*Il primo e, se non vado errato, l'unico che prima di me riuscì a dimostrare l'impossibilità di risolvere le equazioni algebriche fu Ruffini. Ma mi pare che il suo ragionamento non sia sempre soddisfacente*».

Una questione più seria stava per far sprofondare le aspettative e le speranze di Abel nell'abisso. Il professor Rasmussen decise di rassegnare le dimissioni dall'università. Questa poteva essere un'occasione d'oro per il giovane, che vedeva nella possibilità di intraprendere la camera universitaria la realizzazione del sogno di una vita. C'erano due potenziali candidati: Holmboe, l'ex insegnante di Abel, e Niels Henrik stesso. I membri chiamati a decidere caldeggiarono la candidatura di Holmboe: pensavano infatti che Abel non fosse «in grado di comprendere gli studenti giovani come invece può fare un insegnante con una maggiore esperienza».

- Anche se le sue speranze erano state completamente polverizzate, con il suo buon cuore Abel fece ogni sforzo possibile per conservare l'amicizia di Holmboe. Nonostante queste circostanze sfavorevoli, l'inverno passato a Berlino si rivelò uno dei momenti più felici e produttivi della vita di Abel. In questo periodo il matematico scrisse una serie di saggi autorevoli sul calcolo degli integrali e sulla teoria della somma di varie serie infinite. Con l'avvicinarsi della primavera, Abel iniziò a programmare il viaggio verso la sua meta originaria: Parigi. Ma il pensiero di doversi separare dagli amici fu ancora una volta un deterrente così forte da fargli infine optare per un viaggio a tappe verso Freiburg, Dresda, la Boemia, Vienna, l'Italia settentrionale e la Svizzera, raggiungendo la capitale francese solo nel luglio del 1826.

Il periodo parigino

Parigi era a quel tempo la capitale indiscussa della matematica e Niels Henrik attendeva con ansia l'occasione di incontrare i famosi studiosi che venerava da tempo: **Cauchy, Laplace, Legendre**.

Durante i primi mesi a Parigi lavorò senza sosta a quello che ora è conosciuto come *Teorema di Abel*. Tale risultato affrontava la classe delle *funzioni trascendenti* e diede larga diffusione a una relazione ottenuta già in precedenza da Eulero. Non è esagerato dire che esso

letteralmente spalancò nuove prospettive al mondo della matematica. La chiarezza e l'intrinseca semplicità della dimostrazione di Niels Henrik fu paragonata a quella delle statue di Fidia. In particolare, l'originalità del giovane norvegese si rivelava nella sua capacità di capovolgere totalmente i problemi. Nel suo teorema, Abel ebbe proprio questo tipo di intuizione, che invece sfuggì a Legendre in quasi quarant'anni di lavoro.

- Il saggio si rivelò anche uno dei più lunghi (occupa infatti sessantasette pagine). Lo straordinario studio, *Mémoire sur une propriété générale d'une classe très étendue des fonctions transcendentes* (riprodotto nel "Manoscritto parigino" di Abel conservato nella Biblioteca Moreniana di Firenze), comprendeva sia la teoria sia la sua applicazione.

Consapevole del valore di questo lavoro, il 30 ottobre 1826, Abel lo sottopose all'Accademia delle Scienze di Parigi, pensando di aver trovato il lasciapassare per la notorietà. Egli stesso era presente alla sessione dell'istituto francese quando venne illustrato il suo scritto. Con grande soddisfazione, Niels Henrik ascoltò il segretario dell'Accademia, **Jean Fourier** (1768-1830), leggere l'introduzione al suo lavoro. Cauchy e Legendre furono subito nominati *referee* e al primo fu affidato l'incarico di comunicare un resoconto all'Accademia.

Abel trascorse i due mesi successivi aspettando ansiosamente il verdetto e in questo periodo incontrò il pittore Johan Gorbitz.

I due studiosi chiamati a valutare il suo scritto erano, per motivi differenti, inadeguati al compito affidato loro. A quel tempo Legendre aveva già settantaquattro anni e non aveva la pazienza di passare in rassegna l'intero manoscritto, che, stando alle sue parole, era «quasi illeggibile». Cauchy era invece troppo preso di sé o, riprendendo le parole dello storico della matematica Eric Temple Bell, «era troppo occupato a covare le proprie uova per avere il tempo di esaminare le uova di aquila che il modesto Abel aveva già deposto nel nido». Il risultato di queste circostanze poco favorevoli fu che Legendre non prese quasi in considerazione il lavoro, mentre Cauchy perse il saggio di Abel in una pila di scartoffie e se ne dimenticò.

Solo due anni più tardi Legendre apprese il contenuto del manoscritto grazie alla corrispondenza con Abel, che nel frattempo era ritornato in Norvegia.

Un'altra persona che, nel 1829, acquisì una certa familiarità con il lavoro di Niels Henrik fu **Carl Gustav Jacobi** (1804-1851) che scrisse con grande eccitazione a Legendre:

“E’ una vera e propria scoperta, questa generalizzazione dell’integrale di Eulero! Nessuno lo ha notato? Ma come è possibile che il lavoro di Abel, forse la più importante scoperta matematica del nostro secolo, sia sfuggita alla sua attenzione e a quella dei suoi colleghi dopo essere stata comunicata all’Accademia più di due anni fa?”.

Per tutta risposta, Legendre addusse la poco convincente scusa che il manoscritto era quasi illeggibile.

Abel trascorse altri due mesi a Parigi, ma all’assottigliarsi delle sue risorse il suo sconforto cresceva e il suo stato di salute peggiorava di giorno in giorno. In questo periodo Niels Henrik fece la conoscenza di **Johann Dirichlet** (1805-1859), che, sebbene fosse più giovane del norvegese, si era già fatto un nome dimostrando, parallelamente a Legendre, l’ultimo teorema di Fermat per il caso $n = 5$.

Nel frattempo Abel cominciò a preoccuparsi per quello che, all’inizio, considerava un fastidioso raffreddore e consultò alcuni medici. La diagnosi fu allarmante: tubercolosi. Rifiutando a quell’epoca di riconoscere le sue condizioni di salute, e sebbene le sue speranze fossero state infrante e il denaro scarseggiasse sempre di più, il 26 dicembre 1826 Abel decise di lasciare Parigi alla volta di Berlino.

Poco dopo il suo arrivo nella capitale tedesca, Niels Henrik si ammalò. Crelle fece del proprio meglio per aiutare finanziariamente Abel, il quale ricevette un prestito anche da Holmboe.

- Né le sue preoccupazioni economiche, né il suo precario stato di salute impedirono ad Abel di lavorare sulla sua pubblicazione più importante, *“Ricerca sulle funzioni ellittiche”*. Questo studio presentava una grande generalizzazione delle note funzioni trigonometriche e aveva importanti implicazioni persino nella teoria dei numeri.

Crelle cercò di convincere Abel a rimanere a Berlino fino a quando avesse trovato un posto di lavoro. Ma Niels Henrik era stanco e sentiva una grande nostalgia di casa: nel maggio **1827**, indebitato e senza prospettive professionali, fece ritorno a Christiania.

Il ritorno in patria

In base alle condizioni imposte al momento dell’accettazione della borsa di studio, Abel non avrebbe ricevuto fondi al suo rientro in Norvegia. Dopo che tutte le richieste di nuove sovvenzioni andarono a vuoto, l’università riuscì infine a garantirgli un esiguo stipendio con cui vivere. Anche così, il denaro non era sufficiente e Abel non ebbe alternativa se non quella di dare lezioni private. Crelly, la sua fidanzata, divenne istitutrice nella Norvegia meridionale.

L'inizio del 1828 portò al giovane matematico un significativo miglioramento economico. Il professor Hansteen riuscì infatti a ottenere un generoso finanziamento per studiare il campo magnetico della Terra e Abel fu chiamato a sostituirlo temporaneamente sia all'università sia all'Accademia militare.

- Allo stesso tempo, Niels Henrik fu preso da una vera e propria smania di pubblicare. Nel settembre 1827 diede alle stampe (sul *Crelle's Journal*) ben due saggi sulle funzioni ellittiche. Uno era la prima parte dell'imponente trattato *Recherches sur les fonctions elliptiques*, mentre l'altro annunciava i risultati di uno studio affine compiuto dal giovane matematico tedesco **Jacob Jacobi**.

Per non essere preceduto da altri, Abel mandò precipitosamente in stampa la seconda parte del manoscritto a cui aggiunse una nota che mostrava come fosse possibile ottenere i risultati di Jacobi partendo dai suoi. Ma, soprattutto, lo studioso norvegese smise di lavorare su quella che era considerata la sua risposta definitiva alla questione riguardante il tipo di equazioni risolvibili per radicali. Questo permise a un altro giovane genio, **Evariste Galois**, di trovare la soluzione allo stesso problema aprendo così la strada al processo che portò alla formulazione della teoria dei gruppi.

Il genio di Abel iniziava a essere riconosciuto in tutta Europa. Legendre, che corrispondeva sia con il matematico norvegese sia con Jacobi sulla teoria delle funzioni ellittiche, dichiarò: «*Grazie a questi lavori, voi due [Abel e Jacobi] sarete annoverati nella classe dei principali analisti del vostro tempo*».

Al pari della sua fama di matematico, la precaria situazione economica di Niels Henrik giunse all'orecchio di alcuni studiosi europei, soprattutto grazie agli sforzi di Crelle. Quattro illustri membri dell'Accademia delle Scienze di Parigi scrissero a re Carlo XIV di Svezia e di Norvegia pregandolo di trovare un posto adeguato al talento di Abel. Ma la richiesta non sortì alcun effetto.

Le finanze di Niels Henrik stavano diminuendo rapidamente e nell'autunno del 1828 tornò a Christiania per cominciare l'anno scolastico. Terminò la poderosa opera *Recherches sur les fonctions elliptiques*; l'ultima parte è datata 27 agosto 1828 e pubblicata all'interno della raccolta dei suoi lavori su *Acta mathematica* nel 1902.

A settembre si ammalò gravemente e fu costretto a letto per qualche settimana. Ciononostante, a dicembre, durante un inverno particolarmente rigido, Abel partì alla volta di Froland per trascorrere le festività con la fidanzata ma si ammalò subito dopo Natale, cominciando a tossire fino allo svenimento.

Malgrado fosse debilitato, Abel riuscì a scrivere un compendio molto breve del saggio parigino (che pensava di aver perduto per sempre) e lo inviò al *Crelle's Journal*. Il 9 gennaio, quando ormai Niels Henrik sputava sangue, venne chiamato il medico. Quest'ultimo esitò a pronunciare la temuta parola "tubercolosi" che, di fatto, equivaleva a una sentenza di morte, e diagnosticò invece una polmonite. Nei mesi seguenti Crelly lo assisteva incessantemente.

Niels Henrik continuava a ripetere che Jacob Jacobi era l'unico matematico in grado di comprendere il valore dei suoi lavori. Talvolta lo studioso norvegese sprofondava nell'autocommiserazione, lamentandosi tristemente della povertà che lo aveva accompagnato per tutta la vita. Sul finire dell'inverno, la voce di Abel diventava ogni giorno più roca, tanto che era quasi impossibile capirlo.

Ad aprile il tracollo: dopo una notte di agonia, nel pomeriggio del **6 aprile 1829** il genio norvegese si spense a soli ventisei anni.

L'8 aprile, ancora all'oscuro della sua morte, Crelle scrisse una lettera dai toni entusiastici dalla capitale tedesca: «*Mio caro amico, ti porto ottime notizie. Il ministero dell'Istruzione ha deciso di offrirti un impiego a Berlino*».

Il giovane matematico fu sepolto a Froland e furono i suoi amici a pagare la lapide funeraria. Crelle scrisse nel necrologio:

Tutti i lavori di Abel sono caratterizzati da un ingegno straordinario e da una forza del pensiero eccezionale: le difficoltà sembrano svanire di fronte alla carica vittoriosa del suo genio. Ma non fu solo il suo grande talento a rendere la sua perdita infinitamente deplorabile. Si distinse sia per la purezza e la nobiltà del suo carattere, sia per la singolare modestia che faceva apprezzare la sua persona tanto quanto il suo genio.

Dopo la morte

- Il 28 giugno **1830** l'Accademia delle Scienze di Parigi annunciò che il premio per la matematica era stato assegnato ex aequo ad **Abel** e a **Jacobi**.

- Ma quale fu il destino della *Memoria parigina* di Niels Henrik? Dopo lo scambio di lettere tra Jacobi e Legendre e l'intervento del Console norvegese a Parigi, Cauchy riuscì finalmente a ritrovare il manoscritto nel 1830. Ci vollero altri undici anni perché il saggio fosse effettivamente pronto per essere pubblicato. Alla fine, come degna conclusione di questa saga di negligenze, lo scritto sparì un'altra volta durante la fase di stampa per riapparire a Firenze solo nel **1952**.

- Nel 2002 il governo norvegese stanziò un fondo pari a duecento milioni di corone norvegesi per il *Premio Abel per la matematica*. Questo riconoscimento, che viene conferito dal re di Norvegia in una cerimonia simile a quella del Nobel, fu consegnato per la prima volta nel 2003 a **Jean-Pierre Serre** ed era pari a 760.000 euro.

Nel 2004 questo onore toccò a due grandi matematici: **Sir Michael Francis Atiyah** (Università di Edimburgo) e **Isadore M. Singer** (MIT).

Finalmente questo riconoscimento ha conferito al nome di Abel il giusto merito.

In quel freddo autunno del 1826 a Parigi avrebbe potuto avere luogo l'incontro tra due dei più importanti geni della matematica. Abel non ne era a conoscenza, ma un giovane matematico francese che viveva a pochi chilometri di distanza stava cominciando a essere ossessionato esattamente dagli stessi problemi da cui era rimasto affascinato anche lui: un'equazione di quinto grado può essere risolta con una formula? O, in termini più generali, quali equazioni possono essere risolte utilizzando una formula? Evariste Galois aveva solo quindici anni quando Niels Henrik si trovava a Parigi, ma divorava già libri di matematica come se fossero romanzi d'avventura. Non sapremo mai come l'incontro tra queste due persone avrebbe potuto cambiare le loro vite.

160 *14. Abel, recherches sur les fonctions elliptiques.*

14.

Recherches sur les fonctions elliptiques.

(Par Mr. N. H. Abel.)

(Suite du mémoire Nr. 12. tom. II. cah. 2. de ce journal").

§. VIII.

Expression algébrique de la fonction $\varphi\left(\frac{\omega}{n}\right)$ dans le cas,
ou $e = c = 1$. Application à la lemniscate.

34.

Dans le cinquième paragraphe nous avons traité l'équation $P_n = 0$, d'où

UN CENNO SUGLI INTEGRALI ELLITTICI

Abel giunse a Parigi il 10 luglio 1826 e subito iniziò la redazione del lavoro al quale stava pensando da tempo. Il 24 ottobre Abel scrisse al suo maestro e amico Holmboe: *“Ho appena finito di scrivere una grossa memoria su una certa classe di funzioni trascendenti. Oso dire, senza vantarmi, che è un buon lavoro. Sono curioso di sentire l’opinione dell’Istituto”*.

Il 30 dello stesso mese, Abel presentò personalmente all’Accademia di Parigi il suo lavoro: *Mémoire sur une propriété générale d’une classe très étendue de fonctions transcendentes*, che diverrà noto come la *“Memoria parigina”*.

“Le funzioni trascendenti considerate fino ad oggi dai geometri” scrisse Abel nell’introduzione, *“sono un piccolissimo numero. Quasi tutta la teoria delle funzioni trascendenti si riduce a quella delle funzioni logaritmiche, esponenziali e circolari [trigonometriche], funzioni che, in fondo, formano una sola specie. Soltanto negli ultimi tempi si è iniziato a considerare altre funzioni. Tra queste, le trascendenti ellittiche”*.

Abel, come scrisse ancora nell’introduzione, fu indotto a considerare una classe molto estesa di funzioni: quella le cui derivate sono espresse per mezzo di equazioni algebriche, ossia funzioni del tipo

$$(1) \quad u(x) = \int_{x_0}^x R(x, y(x)) dx$$

dove R è una funzione razionale degli argomenti e $y(x)$ una funzione algebrica di x , cioè una funzione definita implicitamente da una equazione polinomiale $\chi(x, y) = 0$.

Integrali del tipo

$$(2) \quad u(x) = \int \frac{p(x)}{\sqrt{P(x)}} dx$$

dove $p(x)$ e $P(x)$ sono polinomi e $P(x)$ ha grado $n \geq 2$, si presentarono nello studio di problemi di meccanica e nella determinazione della lunghezza degli archi di curve piane già a partire dall’ultimo ventennio del XVII secolo. Il calcolo di questi integrali nel caso in cui $P(x)$ ha grado 2, non presentò difficoltà. Ma il caso in cui $n \geq 3$ presentò invece parecchie difficoltà. I primi integrali ad essere considerati furono quelli del tipo

$$(3) \quad u(x) = \int \frac{p(x) dx}{\sqrt{a_0 x^4 + a_1 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_4}}$$

dove $a_0x^4 + a_1x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ ha radici distinte.

Tra questi compare l'integrale

$$(4) \quad u(x) = \int \frac{a^2 + \alpha^2 x^2}{\sqrt{(a^2 - x^2)(a^2 + \alpha^2 x^2)}} dx$$

che esprime la lunghezza di un arco dell'ellisse $x^2 a^{-2} + y^2 b^{-2} = 1$ (qui $b > a$ e si è posto $\alpha^2 = (b^2 - a^2)/a^2$).

Per questa ragione gli integrali (3) furono poi detti *integrali ellittici*.

Per molto tempo si cercò di esprimere tali integrali mediante le funzioni "elementari", ossia le funzioni razionali, trigonometriche, esponenziali e logaritmiche; poi i matematici dell'epoca si convinsero che questi integrali esprimevano funzioni trascendenti del tutto nuove.

Le questioni delle quali si occupò Abel ebbero origine dalle ricerche di G. Fagnano sugli archi di lemniscata, ossia della curva definita dall'equazione

$$(x^2 + y^2)^2 - x^2 + y^2 = 0$$

Posto $r^2 = x^2 + y^2$, la lunghezza dell'arco di questa curva è data dall'integrale

$$\int_0^{\bar{r}} \frac{1}{\sqrt{1 - r^4}} dr.$$

Fonti

- "L'equazione impossibile" di Mario Livio - 2005 Rizzoli
- "La Memoria parigina di Abel e la sua importanza per la geometria" di Andrea Del Centina