

Inferenza Statistica

Esame del 9 settembre 2013

Tempo a disposizione 2 ore.

Tra parentesi quadre i punteggi massimi attribuibili per ciascun quesito (Totale: 36).

1. La variabile aleatoria X denota il numero di arrivi di un cliente alla cassa di un supermercato in un giorno ferialo dalle 8 alle 8.30 di mattina. Osservando cosa accade in tutti i giorni feriali della suddetta fascia oraria di un dato anno si osservano i seguenti dati:

Numero di clienti in un dato giorno	meno di 2	3-4	5-8	9-15	oltre15
frequenza	35	70	102	25	18

Si assuma che il numero di clienti sia distribuito come una Poisson di parametro λ .

- a. [4] E' possibile a partire dai dati a disposizione ottenere una stima non distorta del parametro? Si ottenga una stima di λ e si fornisca un intervallo di confidenza al livello del 95% dello stesso.
- b. [5] Si verifichi l'ipotesi che il numero di clienti sia distribuito effettivamente come una variabile di Poisson.
2. La variabile X è distribuita come una esponenziale di parametro $\lambda = 0.1$. Si estraggono casualmente 150 valori x_i dalla popolazione ma si registra solo se ciascun valore estratto è superiore a 8. Per chiarezza si definisca la variabile Y tale che $y_i = 1$ se $x_i > 8$. Per il campione dato $\sum_i^n y_i = 90$.
- a. [4] Si fornisca uno stimatore di massima verosimiglianza di $p = Pr(X \leq 8)$.
- b. [3] Si ottenga la stima (di massima verosimiglianza) di λ .
- c. [4] Dare una valutazione approssimata della varianza dello stimatore ottenuto al punto precedente.
3. Si dispone di un campione casuale di 12 clienti presso la catena di supermercati ALFA e per ciascuno di essi si misura la spesa effettuata in euro. Si dispone poi di un secondo campione di 8 clienti di un secondo supermercato BETA. Si assume ragionevole che Y , il logaritmo della spesa effettuata nei due supermercati dalle popolazioni di clienti, sia distribuito come una gaussiana. Si sono osservati i seguenti valori nei due campioni:
- media del logaritmo della spesa per il campione in ALFA: 3.6
 - media del logaritmo della spesa per il campione in BETA: 3.2
 - somma dei quadrati per il logaritmo della spesa per il campione in ALFA: 163.39
 - somma dei quadrati per il logaritmo della spesa per il campione in BETA: 85.29.
- a. [4] verifichi l'ipotesi nulla di uguaglianza delle varianze del logaritmo della spesa nelle due popolazioni al livello di $\alpha = 0.1$.
- b. [4] Assumendo che le due varianze nei due campioni siano ignote ma uguali, si verifichi l'ipotesi di uguaglianza della media del logaritmo della spesa nelle due popolazioni contro l'ipotesi alternativa che in BETA sia inferiore (si ponga α pari a 0.05).
4. Sia X una variabile aleatoria Bernoulliana di parametro θ . Si immagini di avere un campione di un solo caso. Si definiscano i seguenti due stimatori:
- $$T_1 = x \text{ e } T_2 = 1/2.$$
- a. [4] I due stimatori sono entrambi distorti? Ve ne è almeno uno che non lo è?
- b. [4] Confrontare l'errore quadratico medio dei due stimatori e dire se uno dei due stimatori è preferibile all'altro per qualsiasi valore di θ . In alternativa definire per quali valori risulterebbe T_1 preferibile a T_2 .