

MATEMATICA E STATISTICA 2024-25
ESERCIZI - FOGLIO 6

VALENTINA BEORCHIA

1. PROGRESSIONI ARITMETICHE

- (1) Calcolare la ragione d di una progressione aritmetica $a_0, a_1, a_2, \dots$, sapendo che:
- (a) $a_{14} = 21$ ed $a_0 = 4$;
 - (b) $a_4 = 22$ ed $a_2 = 8$;
 - (c) $a_5 = 42$ ed $a_0 = 32$;
 - (d) $a_{14} = 63$ ed $a_0 = 7$.
- (2) Si consideri una progressione aritmetica $a_0, a_1, a_2, \dots$ di ragione d .
- (a) Dati $a_0 = \frac{3}{4}$ e $d = \frac{1}{4}$, calcolare a_{30} .
 - (b) Trovare il sesto termine se $a_0 = 4$ e $d = \frac{1}{2}$.
 - (c) Trovare il primo termine se $a_3 = \sqrt{3}$ e $d = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{6}$.
 - (d) Trovare il sesto termine se $a_0 = \sqrt{3}$ e $d = 1 - \sqrt{3}$.
 - (e) Dati $a_0 = -\frac{3}{5}$ e $d = \frac{3}{10}$, calcolare a_{20} .
 - (f) Se il sesto termine è 20 e la ragione è -3 , quanto vale il decimo termine?
 - (g) Sapendo che $a_9 = 22$ e che $d = 11$, calcolare a_{100} .
- (3) Si consideri la progressione aritmetica $a_n = 10 + 3n$. Calcolare il dodicesimo termine.
- (4) Data una progressione aritmetica con $a_0 = \frac{3}{4}$ e $d = -2$, determinare l'indice n per cui vale $a_n = -\frac{29}{4}$.

2. PROGRESSIONI GEOMETRICHE

- (1) Calcolare la ragione q di una progressione geometrica $a_0, a_1, a_2, \dots$, sapendo che:
- (a) $a_1 = 10$ e $a_3 = 250$;
 - (b) $a_2 = \frac{1}{6}$ e $a_4 = \frac{1}{54}$;
 - (c) $a_0 = 3$ e $a_1 = 2$;
 - (d) $a_0 = 3$ e $a_5 = 96$;
 - (e) $a_0 = 10^{-5}$ e $a_6 = 10^7$.
- (2) Si consideri una progressione geometrica $a_0, a_1, a_2, \dots$ di ragione q .
- (a) Dati $a_0 = 3$ e $q = \frac{1}{2}$, calcolare a_{14} .
 - (b) Dati $a_0 = \sqrt{3}$ e $q = -\sqrt{6}$, calcolare a_6 .
 - (c) Dati $a_0 = \frac{1}{16}$ e $q = -2$, calcolare a_9 .
 - (d) Dati $a_0 = \frac{1}{4}$ e $q = \frac{1}{4}$, calcolare a_5 .

3. POLINOMI DI TAYLOR

- (1) Approssimare la funzione $f(x) = \ln(1 + \sin x)$ con il polinomio di Taylor di ordine $n = 2$ e punto iniziale $x_0 = 0$.
- (2) Approssimare la funzione $f(x) = e^{\sin x}$ con il polinomio di Taylor di ordine $n = 2$ e punto iniziale $x_0 = \pi$.
- (3) Approssimare la funzione $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ con il polinomio di Taylor di ordine $n = 2$ e punto iniziale $x_0 = 0$.
- (4) Si scriva il polinomio di Taylor $P_3(x)$ di ordine $n = 3$ e punto iniziale $x_0 = 1$ della funzione $f(x) = x^3 - x$, e si verifichi che $P_3(x) = f(x)$.
- (5) Sia $f(x) = ax^2 + bx + c$ un generico polinomio di grado 2. Si scriva il polinomio di Taylor $P_2(x)$ di ordine $n = 2$ e punto iniziale x_0 generico. Si verifichi che $f(x) = P_2(x)$ per ogni scelta di $x_0 \in \mathbb{R}$.