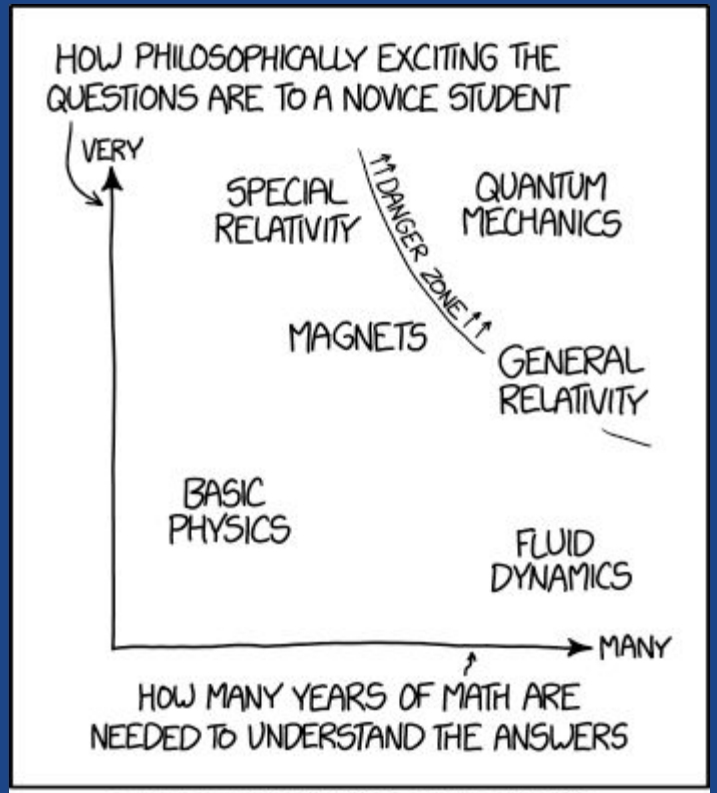
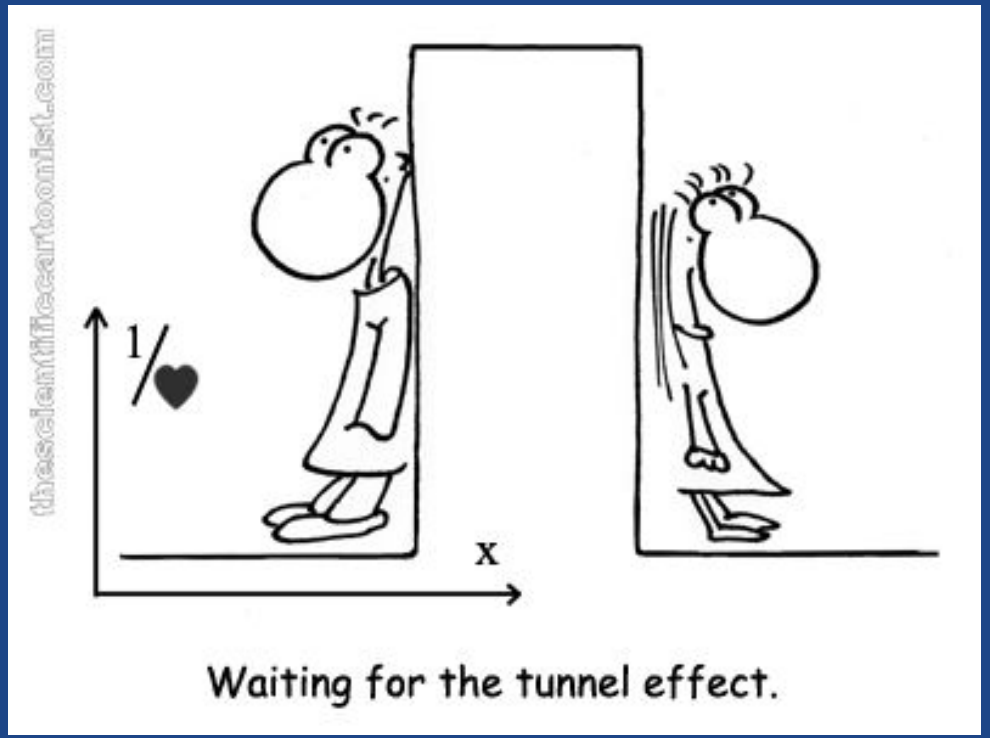
Physics Education Laboratory Lecture 21

Content Knowledge for Quantum Mechanics Physics. The use of metaphors & the history of Physics

Francesco Longo • 09/12/2024



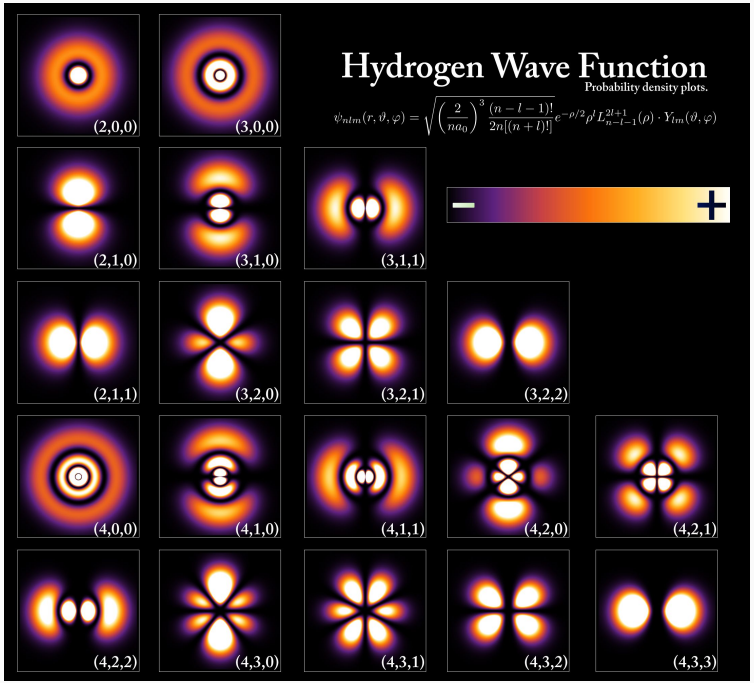
WHY SO MANY PEOPLE HAVE WEIRD IDEAS ABOUT QUANTUM MECHANICS



Waiting for the tunnel effect.

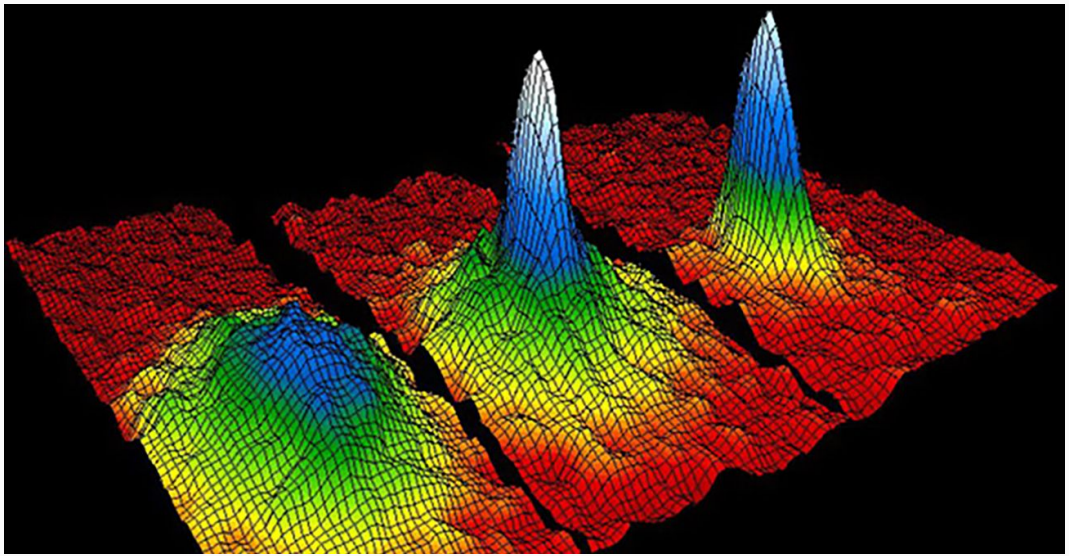
Key Concepts in Quantum Mechanics

- Discrete vs Continuous
- Waves or Particles
- Probability Theory
- What?



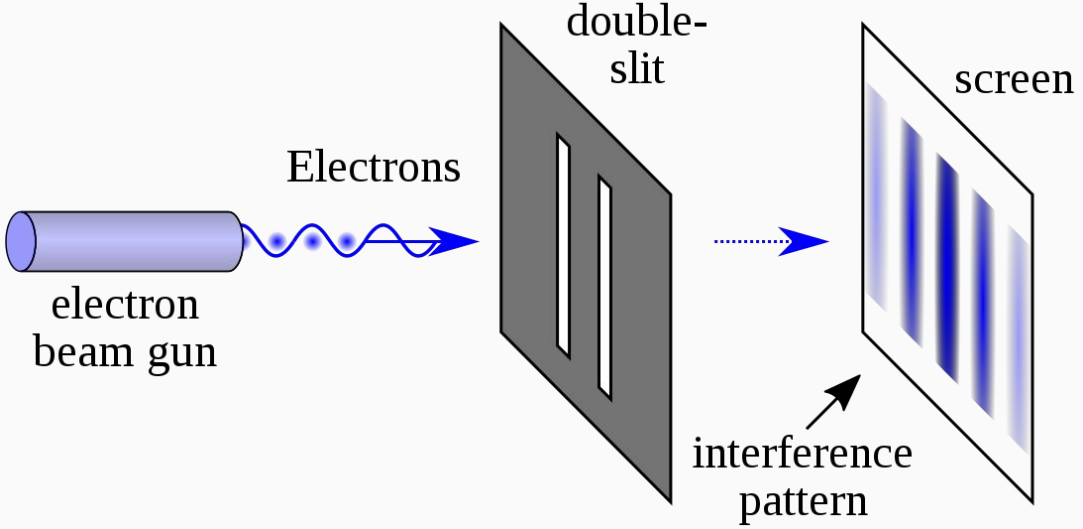
Key Concepts in Quantum Mechanics

- Discrete vs Continuous
- Microscopic vs Macroscopic



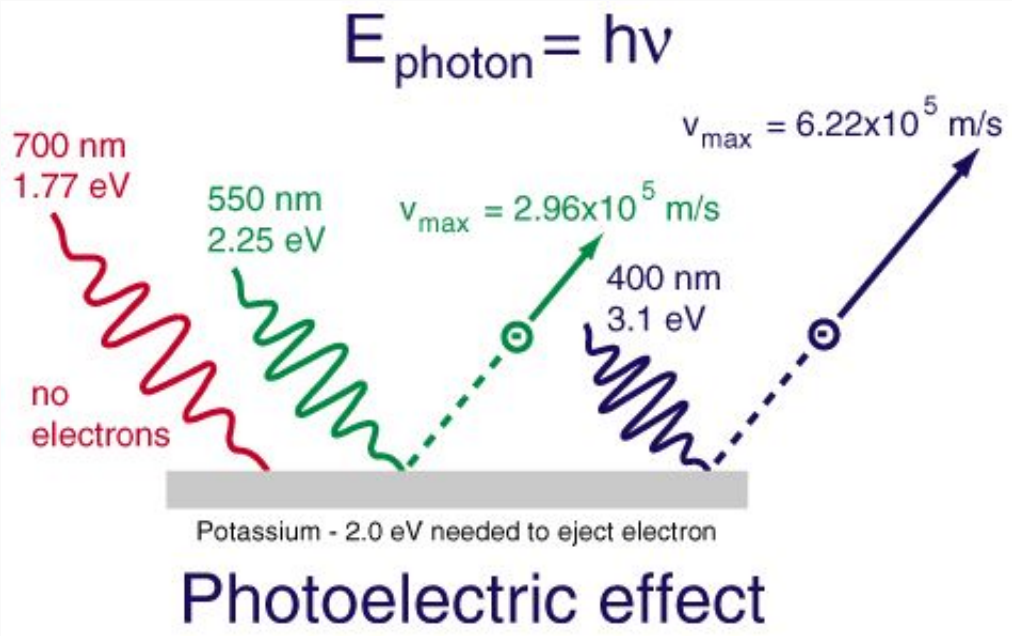
Key Concepts in Quantum Mechanics

- Waves or Particles ?
- The role of the observers



Key Concepts in Quantum Mechanics

- Key Experiments



Key Concepts in Quantum Mechanics

- Theory of Probability
- Schroedinger equation
- What?

Schrödinger equation

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(\vec{r},t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2\nabla^2}{2m} + V(\vec{r})\right]\Psi(\vec{r},t)$$

Second Series *December, 1926* *Vol. 28, No. 6*

THE
PHYSICAL REVIEW

AN UNDULATORY THEORY OF THE MECHANICS OF ATOMS AND MOLECULES

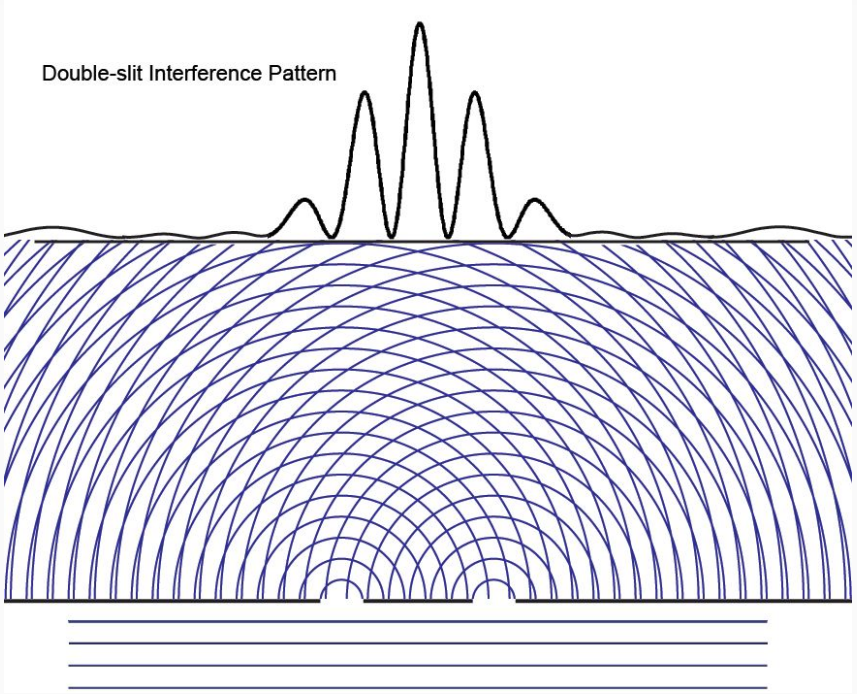
By E. Schrödinger

Abstract

The paper gives an account of the author's work on a new form of quantum theory. §1. The Hamiltonian analogy between mechanics and optics. §2. The analogy is to be extended to include real "physical" or "undulatory" mechanics instead of mere geometrical mechanics. §3. The significance of wave-length;

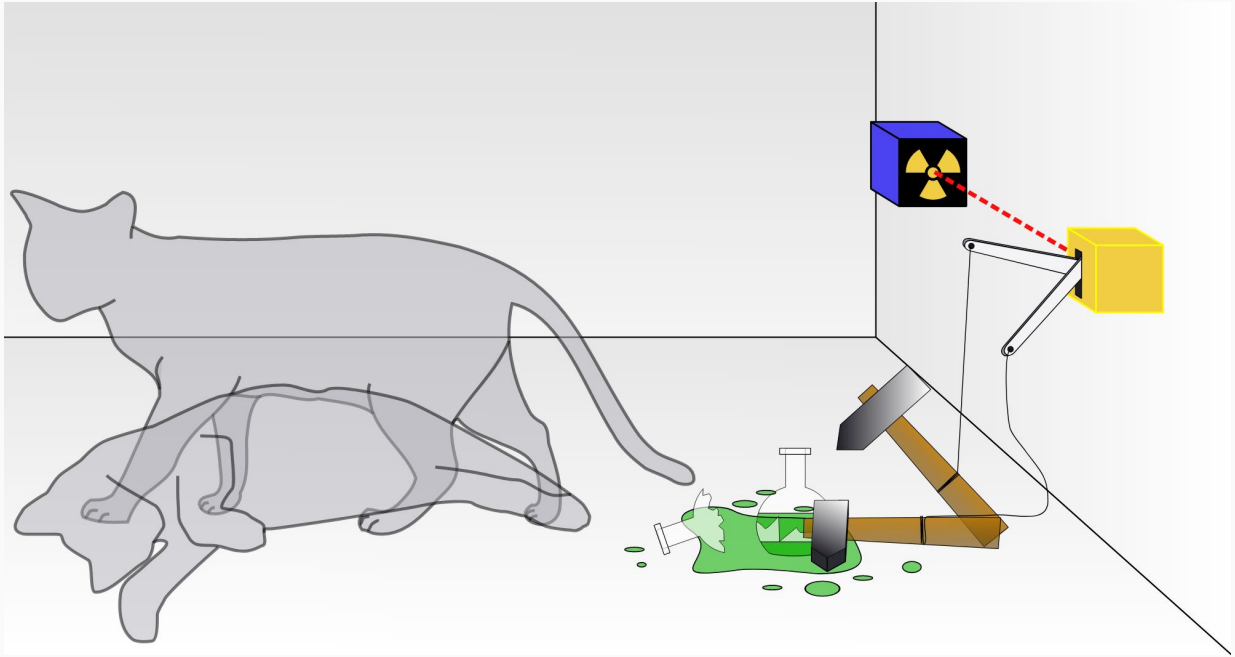
The Nobel Prize in Physics 1933
Erwin Schrödinger, Paul A.M. Dirac

The Nobel Prize in Physics 1933 was awarded jointly to Erwin Schrödinger and Paul Adrien Maurice Dirac "for the discovery of new productive forms of atomic theory."



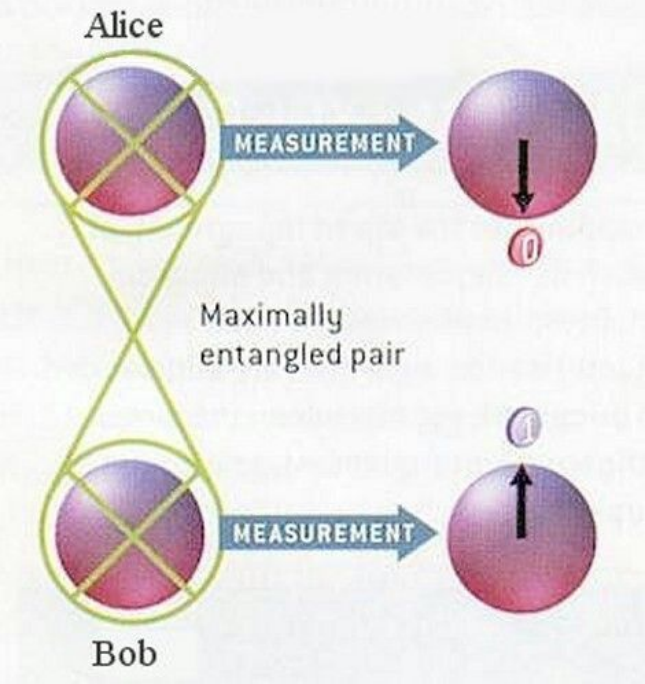
Key Concepts in Quantum Mechanics

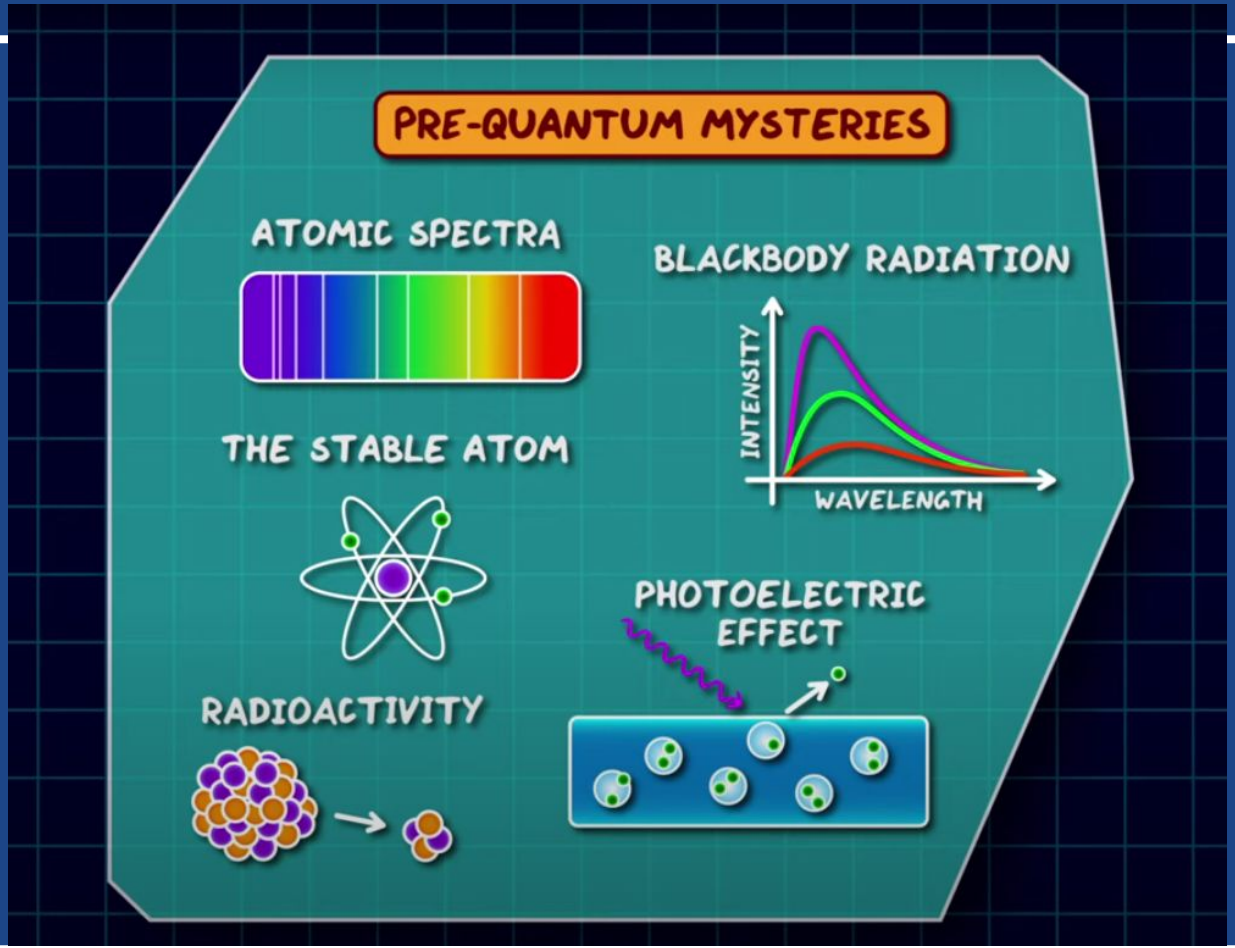
- Quantum paradoxes

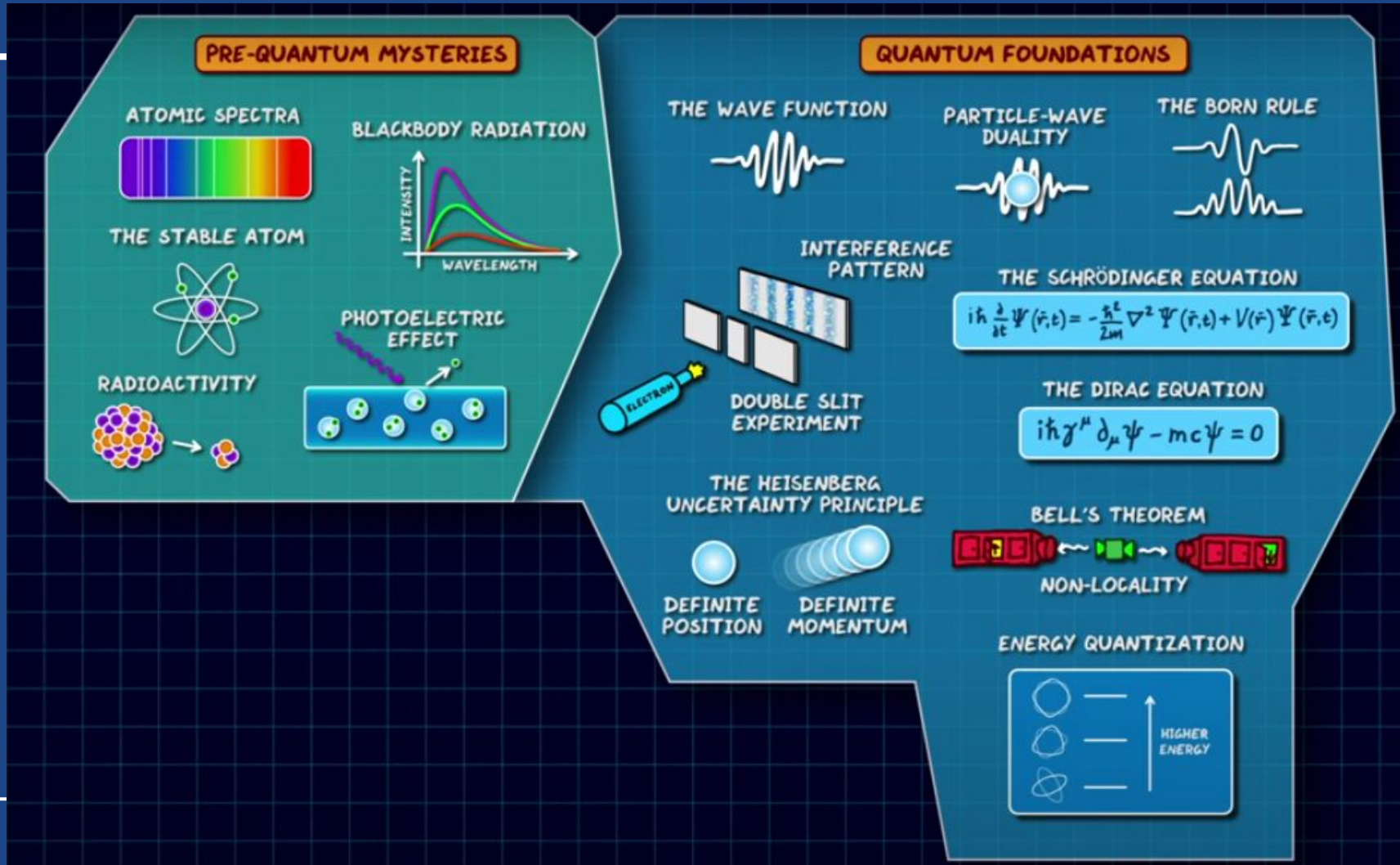


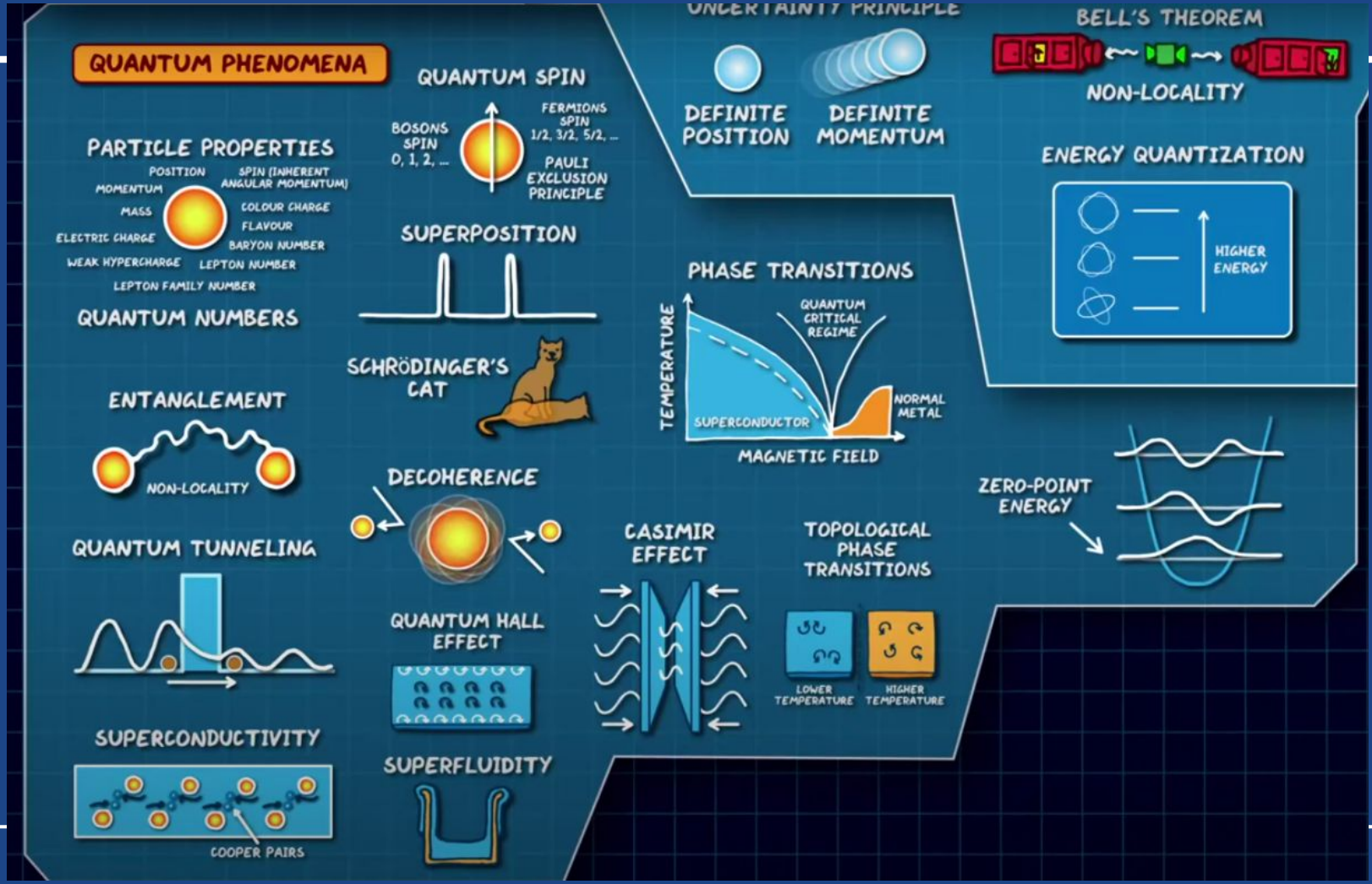
Key Concepts in Quantum Mechanics

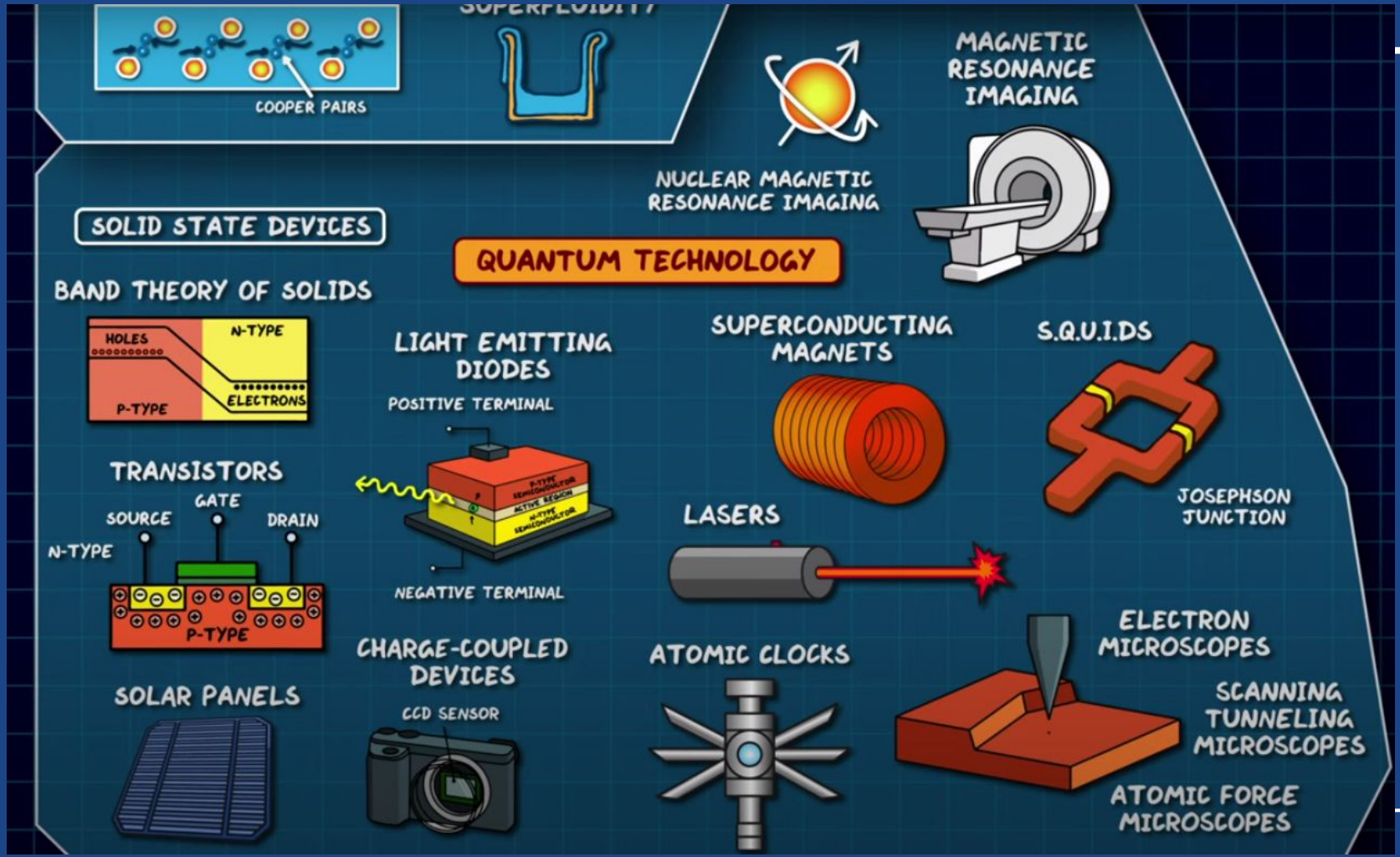
- The entanglement

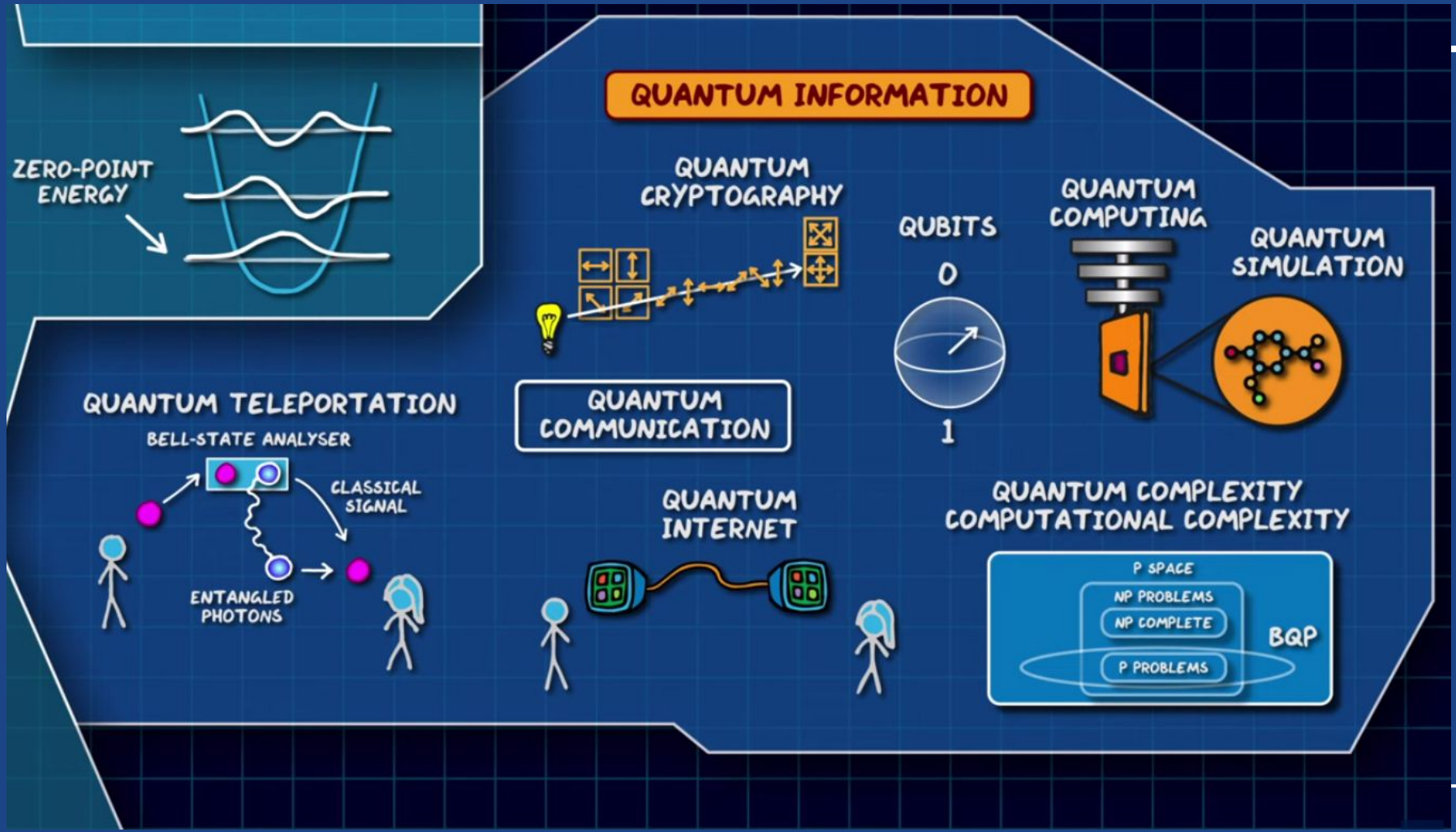



PRE-QUANTUM MYSTERIES
ATOMIC SPECTRA
BLACKBODY RADIATION
INTENSITY
WAVELENGTH
THE STABLE ATOM
PHOTOELECTRIC EFFECT
RADIOACTIVITY


PRE-QUANTUM MYSTERIES
ATOMIC SPECTRA
BLACKBODY RADIATION
INTENSITY
WAVELENGTH
THE STABLE ATOM
PHOTOELECTRIC EFFECT
RADIOACTIVITY
QUANTUM FOUNDATIONS
THE WAVE FUNCTION
PARTICLE-WAVE DUALITY
THE BORN RULE
INTERFERENCE PATTERN
THE SCHRÖDINGER EQUATION
$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\vec{r},t)=-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi(\vec{r},t)+V(\vec{r})\Psi(\vec{r},t)$
ELECTRON
DOUBLE SLIT EXPERIMENT
THE DIRAC EQUATION
$i\hbar\gamma^\mu\partial_\mu\psi-mc\psi=0$
THE HEISENBERG UNCERTAINTY PRINCIPLE
BELL'S THEOREM
NON-LOCALITY
DEFINITE POSITION
DEFINITE MOMENTUM
ENERGY QUANTIZATION
HIGHER ENERGY


QUANTUM PHENOMENA
QUANTUM SPIN
BOSONS SPIN 0, 1, 2, ...
FERMIONS SPIN 1/2, 3/2, 5/2, ...
PAULI EXCLUSION PRINCIPLE
PARTICLE PROPERTIES
POSITION
MOMENTUM
MASS
ELECTRIC CHARGE
WEAK HYPERCHARGE
LEPTON FAMILY NUMBER
SPIN (INHERENT ANGULAR MOMENTUM)
COLOUR CHARGE
FLAVOUR
BARYON NUMBER
LEPTON NUMBER
QUANTUM NUMBERS
SUPERPOSITION
SCHRÖDINGER'S CAT
ENTANGLEMENT
NON-LOCALITY
DECOHERENCE
QUANTUM TUNNELING
QUANTUM HALL EFFECT
SUPERCONDUCTIVITY
COOPER PAIRS
SUPERFLUIDITY
UNCERTAINTY PRINCIPLE
DEFINITE POSITION
DEFINITE MOMENTUM
BELL'S THEOREM
NON-LOCALITY
ENERGY QUANTIZATION
HIGHER ENERGY
PHASE TRANSITIONS
TEMPERATURE
QUANTUM CRITICAL REGIME
SUPERCONDUCTOR
NORMAL METAL
MAGNETIC FIELD
ZERO-POINT ENERGY
CASIMIR EFFECT
TOPOLOGICAL PHASE TRANSITIONS
LOWER TEMPERATURE
HIGHER TEMPERATURE


COOPER PAIRS
MAGNETIC RESONANCE IMAGING
NUCLEAR MAGNETIC RESONANCE IMAGING
SOLID STATE DEVICES
QUANTUM TECHNOLOGY
BAND THEORY OF SOLIDS
HOLES
N-TYPE
P-TYPE
ELECTRONS
LIGHT EMITTING DIODES
POSITIVE TERMINAL
NEGATIVE TERMINAL
SUPERCONDUCTING MAGNETS
S.Q.U.I.DS
JOSEPHSON JUNCTION
TRANSISTORS
SOURCE
GATE
DRAIN
N-TYPE
P-TYPE
LASERS
ELECTRON MICROSCOPES
SCANNING TUNNELING MICROSCOPES
ATOMIC FORCE MICROSCOPES
CHARGE-COUPLED DEVICES
CCD SENSOR
ATOMIC CLOCKS
SOLAR PANELS


ZERO-POINT ENERGY
QUANTUM INFORMATION
QUANTUM CRYPTOGRAPHY
QUBITS
0
1
QUANTUM COMPUTING
QUANTUM SIMULATION
QUANTUM TELEPORTATION
BELL-STATE ANALYSER
CLASSICAL SIGNAL
ENTANGLED PHOTONS
QUANTUM COMMUNICATION
QUANTUM INTERNET
QUANTUM COMPLEXITY
COMPUTATIONAL COMPLEXITY
P SPACE
NP PROBLEMS
NP COMPLETE
P PROBLEMS
BQP

DENSED
ATTER
HYSICS

HSON
TION

J
ES

ANNING
NNELING
ROSCOPES

RCE
PES

QUANTUM BIOLOGY

PHOTOSYNTHESIS

BIRD NAVIGATION

SENSE OF SMELL

ENZYMES

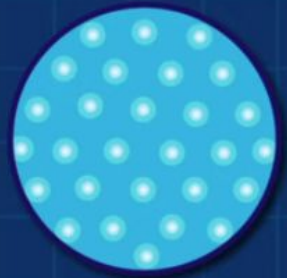
COLD ATOM PHYSICS

DEGENERATE ULTRACOLD GASES

DEGENERATE FERMI GAS

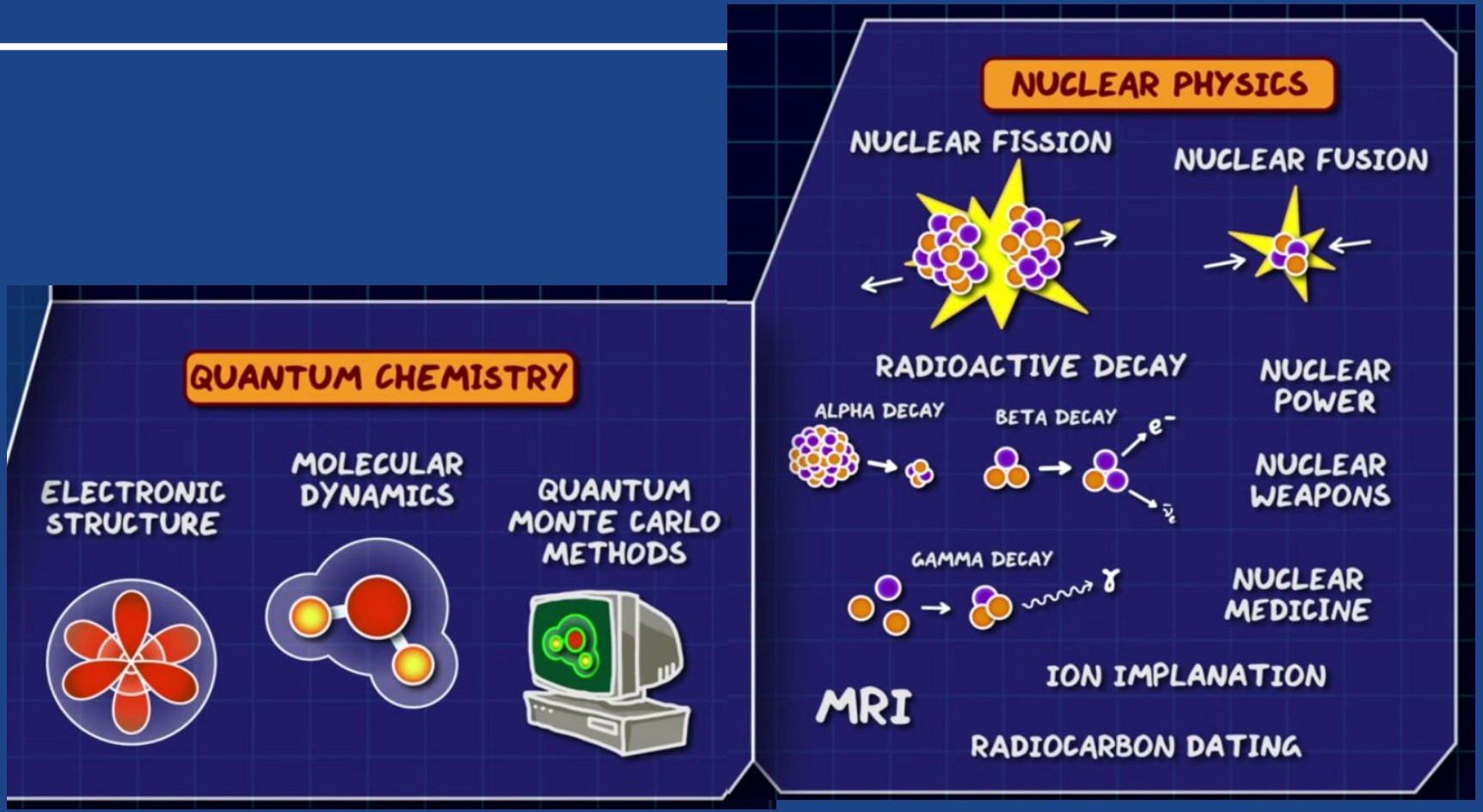
BOSE-EINSTEIN CONDENSATE

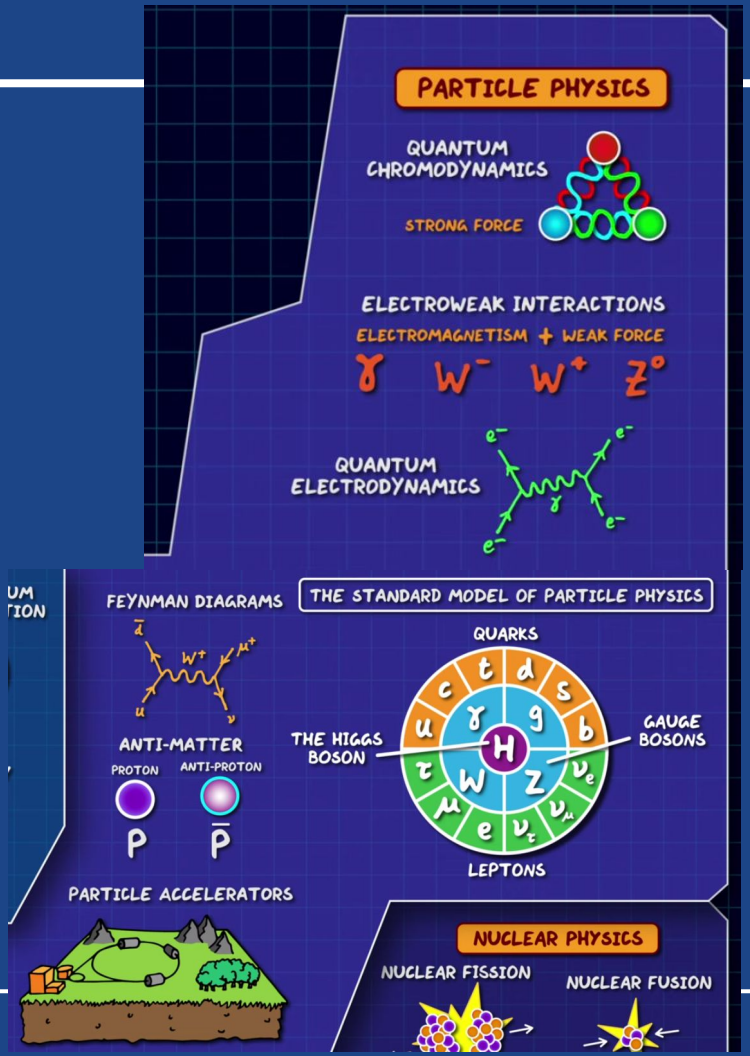
RYDBERG MATTER



QUANTUM SIMULATOR

GRAVITY SENSOR


QUANTUM CHEMISTRY
ELECTRONIC STRUCTURE
MOLECULAR DYNAMICS
QUANTUM MONTE CARLO METHODS
NUCLEAR PHYSICS
NUCLEAR FISSION
NUCLEAR FUSION
RADIOACTIVE DECAY
ALPHA DECAY
BETA DECAY
e-
GAMMA DECAY
NUCLEAR POWER
NUCLEAR WEAPONS
NUCLEAR MEDICINE
ION IMPLANATION
MRI
RADIOCARBON DATING

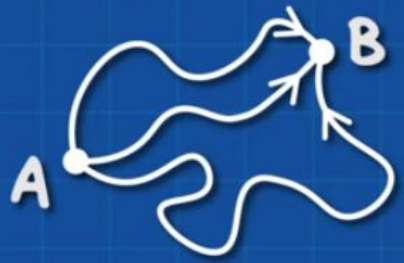

PARTICLE PHYSICS
QUANTUM CHROMODYNAMICS
STRONG FORCE
ELECTROWEAK INTERACTIONS
ELECTROMAGNETISM + WEAK FORCE
γ W⁻ W⁺ Z°
QUANTUM ELECTRODYNAMICS
e⁻ e⁻ e⁻ e⁻ γ
UM TION
FEYNMAN DIAGRAMS
THE STANDARD MODEL OF PARTICLE PHYSICS
QUARKS
ANTI-MATTER
PROTON
ANTI-PROTON
P
P̄
THE HIGGS BOSON
GAUGE BOSONS
LEPTONS
PARTICLE ACCELERATORS
NUCLEAR PHYSICS
NUCLEAR FISSION
NUCLEAR FUSION

QUANTUM THEORY

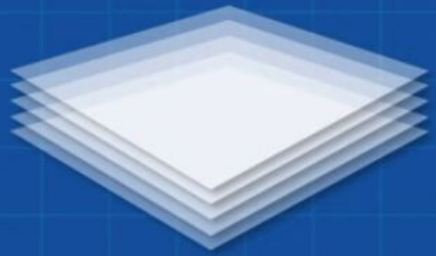
POSTULATES
(PARAPHRASED)

1. WAVE FUNCTION DETERMINES EVERYTHING
2. ALL OBSERVABLES HAVE OPERATORS
3. OBSERVABLES ARE HERMITIAN
4. EIGENFUNCTIONS OF OPERATORS ARE INDEPENDENT
5. EXPECTATION VALUE INTEGRAL
6. TIME DEPENDENT SCHRÖDINGER EQUATION

PATH INTEGRALS



QUANTUM FIELD THEORY



SYMMETRIES

HILBERT SPACE

QUANTUM INFORMATION

QUANTUM

INTERPRETATIONS OF QUANTUM MECHANICS

COPENHAGEN

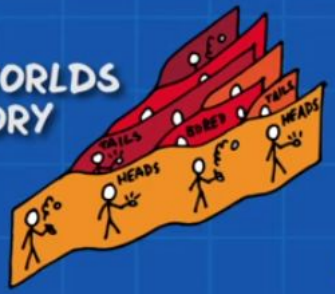
WAVE

PARTICLE

IS THE WAVEFUNCTION REAL?

THE MEASUREMENT PROBLEM

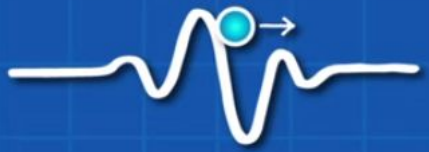
MANY WORLDS THEORY



QBISM

AND MANY OTHERS...

PILOT WAVE



CONSISTENT HISTORIES

TRANSACTIONAL INTERPRETATION

STOCHASTIC INTERPRETATION

QUANTUM DARWINISM

COSMOLOGICAL INTERPRETATION

ALTERNATIVE COLLAPSE

QUANTUM GRAVITY

QUANTUM FIELD THEORY

QUANTUM MECHANICS

SPECIAL RELATIVITY

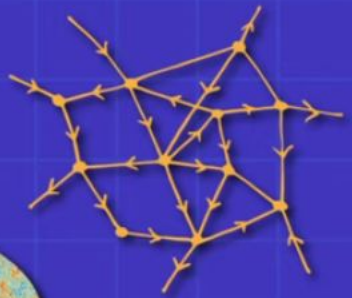
BUT NOT GENERAL RELATIVITY AND SO NOT GRAVITY

QUANTUM GRAVITY

M-THEORY

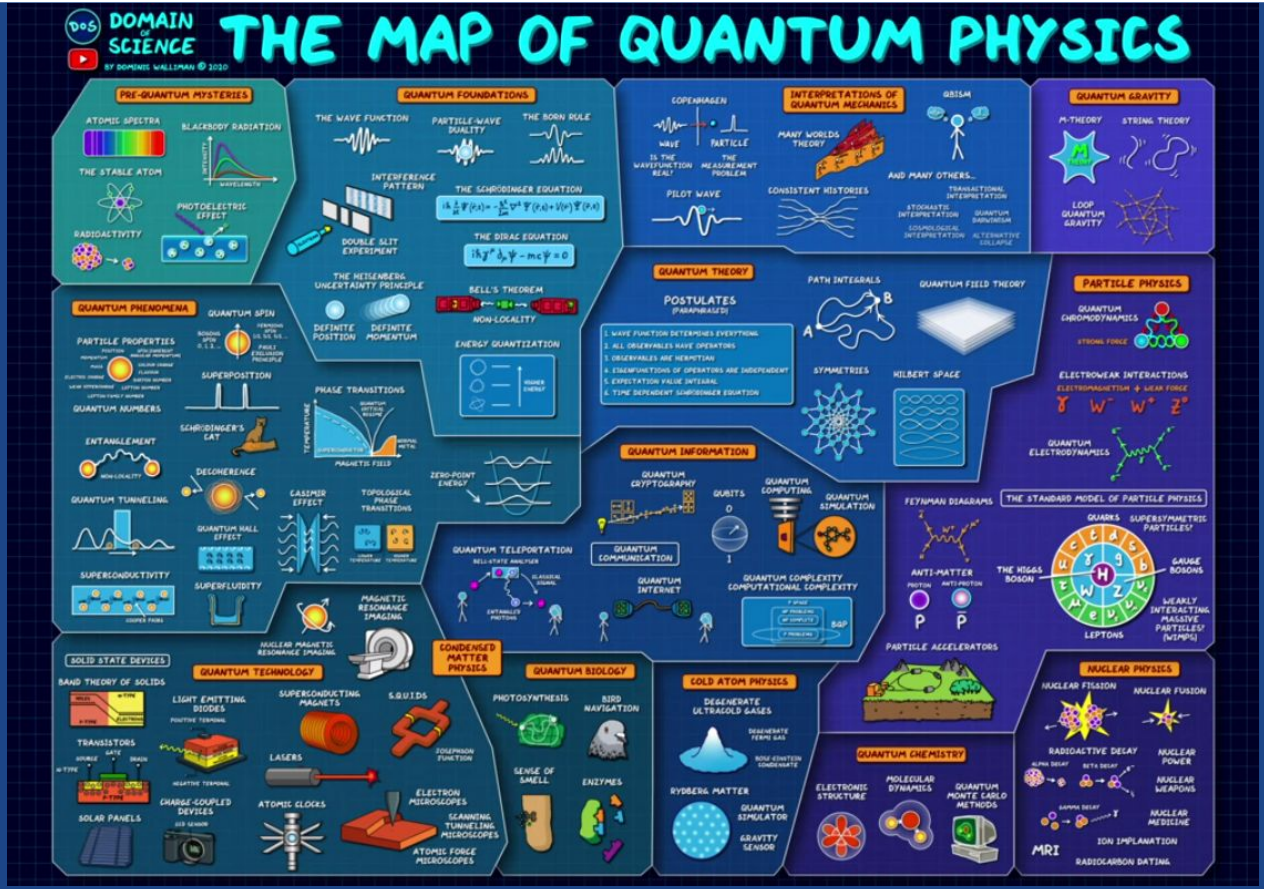
STRING THEORY

LOOP QUANTUM GRAVITY



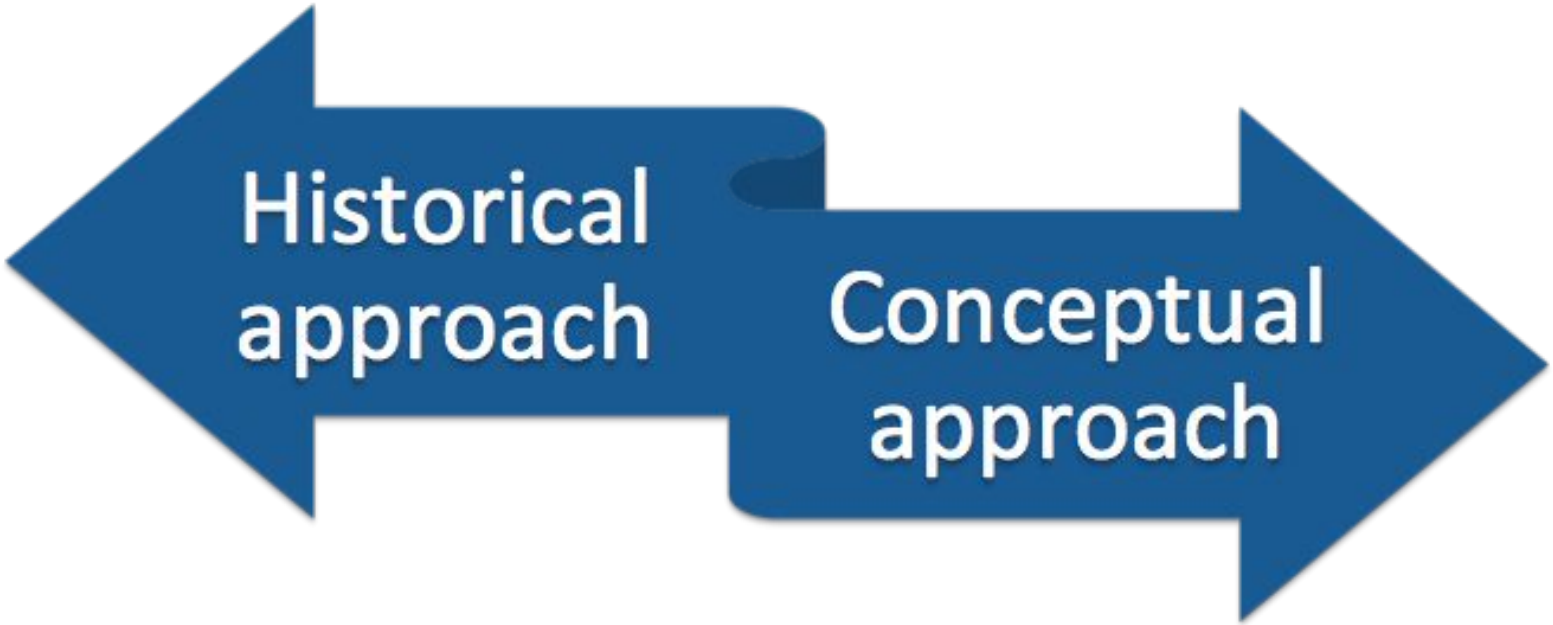
BLACK HOLES

COSMIC MICROWAVE BACKGROUND



https://www.youtube.com/watch?v=gAFAj3pzvAA

WHAT IS REALLY IMPORTANT TO TEACH?


Historical approach
Conceptual approach

ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Riflessioni sull'insegnamento/ apprendimento della fisica quantistica

Olivia Levrini

Dipartimento di Fisica e Astronomia

L' istruzione "tradizionale" per argomenti di fisica quantistica è molto simile in tutti i paesi occidentali.

Interplay between mathematics and physics to catch the nature of a scientific breakthrough: The case of the blackbody

Laura Branchetti*
Department of Mathematical, Physical and Computer sciences, University of Parma, Parma 43124, Italy

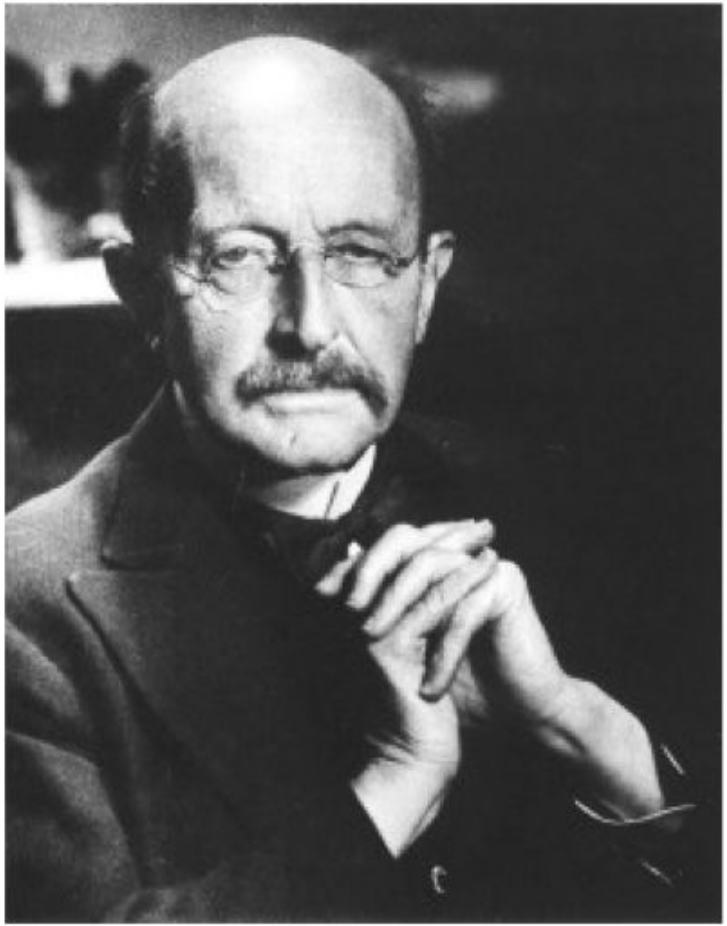
Alessia Cattabriga†
Department of Mathematics, University of Bologna, Bologna 40126, Italy

Olivia Levrini‡
Department of Physics and Astronomy, University of Bologna, Bologna 40126, Italy

(Received 26 December 2018; published 23 September 2019)

This paper aims to provide a contribution to the research in physics education regarding the interplay between mathematics and physics in teaching and learning physics at the university level. The argument is developed through a study focused on the historical case study of the blackbody that led Planck to make one of the most significant scientific breakthroughs in physics: the introduction of discreteness and quantization into physical processes. The study is methodologically guided by the model that Udhen, Karam, Pietrocola, and Pospiech elaborated to highlight the interplay between physics and mathematics within teaching and learning practices [O. Uhden, R. Karam, M. Pietrocola, and G. Pospiech, Modelling mathematical reasoning in physics education, Sci. Educ. Netherlands **21**, 485 (2012).]. The model emphasizes the distinction between the technical and structural roles of mathematics in physics, with the latter role being argued to correspond to processes of mathematization and interpretation. We used this model to analyze Planck's original papers and to reconstruct the reasoning that, thanks to the structural role played by mathematics, paved the way for the quantistic scientific breakthrough. The results of the analysis led us to design a teaching tutorial that we implemented with mathematics and physics university students. Students' reactions are reported to discuss the educational potential of the approach beyond the specific case and to argue for its potential general application to other similar physics topics.

DOI: 10.1103/PhysRevPhysEducRes.15.020130



Max Planck
(Kiel 1858, Gottinga 1947)

a. *On an Improvement of Wien's Equation for the Spectrum (1900a)*
b. *On the Distribution Law of Energy in the Normal Spectrum (1900b)*
c. *...*

"We must now **give the distribution** of the energy over the separate resonators of each group, first of all the distribution of the energy E over the N resonators of frequency ν.

If E considered to be continuously divisible quantity, this distribution is possible in infinitely many ways.

We consider, however – this is the most essential point of **the whole calculation – E to be composed of a very definite number of equal parts and use thereto the constant of nature h= 6.55×10^(–27) erg·sec." (Planck, 1900b)**

"È ben noto come la soluzione che Planck offre al problema della distribuzione spettrale della radiazione emessa da un corpo «nero» si basi **sull'ipotesi, indubbiamente sconcertante, della «quantizzazione» dell'energia**. Il significato di una simile ipotesi non è a prima vista ben chiaro: occorreranno quasi dieci anni di dibattito teorico perché, la comunità scientifica si renda conto che con la teoria di Planck **il concetto stesso di processo fisico deve subire una trasformazione radicale, e non può più essere coerentemente inserito nell'immagine classica della realtà fisica**. La teoria del «corpo nero» impone infatti che le **grandezze dinamiche fondamentali che caratterizzano il comportamento di atomi ed elettroni debbano variare in modo *discontinuo,* passando da un valore all'altro senza percorrere tutti i possibili valori intermedi.** La dottrina atomistica, fino allora centrata sull'ipotesi della limitata divisibilità della materia, deve quindi fare un passo ulteriore ed estendersi anche alla **concezione dei processi fisici elementari**. Anche questi hanno una struttura «atomica», **ossia implicano «transizioni» intere, finite, discontinue**."

(Tarsitani, Dilemma onda-corpuscolo, 1983)

Albert Einstein
(Ulm 1979, Princeton 1955)

[…] mi sembra che le osservazioni effettuate sulla "radiazione del corpo nero", la fotoluminescenza, l'emissione di raggi catodici mediante luce ultravioletta e su altri fenomeni che ***implicano l'emissione o la trasformazione della luce****,* ***possano essere meglio comprese*** *se si adotta* ***l'ipotesi*** *che l'energia della radiazione sia distribuita nello spazio in modo discontinuo. In base all'ipotesi che qui viene avanzata, quando un raggio di luce si propaga partendo da un punto, l'energia non si distribuisce con continuità su di un volume sempre crescente, bensì consiste in un numero finito di quanti di energia, localizzati nello spazio, che si muovono senza suddividersi e che possono essere assorbiti o emessi solo globalmente".*

Albert Einstein, "Un'ipotesi euristica sulla natura della radiazione",
Annalen der Physik 177, 1905

Effetto fotoelettrico e la nuova tappa del dilemma continuo-discreto

“Le due grandi «scoperte» [di Einstein] del 1905, la teoria dei quanti di luce e la teoria della relatività, hanno in comune **l'attacco spregiudicato all'etere**, fino allora considerato in modo pressoché unanime l'ente fisico primario. Dimostrare che una gamma molto ampia di fatti sperimentali **rende necessario attribuire anche alla radiazione una struttura corpuscolare**, significa allora per Einstein indicare una strada per ricomporre lo stridente dualismo tra onde e corpuscoli che caratterizzava il punto di arrivo dei recenti sviluppi della fisica teorica.

Con Einstein il dilemma onda-corpuscolo entra nella sua fase decisiva. La teoria dei quanti di luce non può spiegare tutti i fatti sperimentali, così come non può farlo la teoria ondulatoria. Per la prima volta nella storia della fisica appare allora evidente che *lo stesso oggetto, la radiazione, deve possedere contemporaneamente proprietà corpuscolari e proprietà ondulatorie*. “ (Tarsitani, 1983)

ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

I processi della fisica classica e la legge di continuità

"natura non operator per saltum"

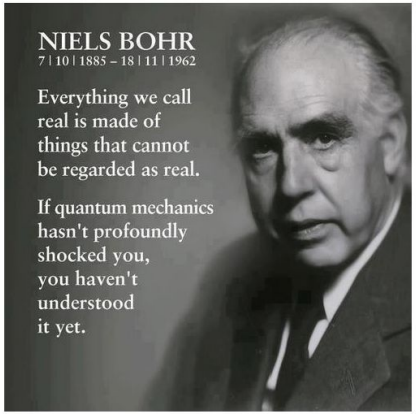
uno dei dogmi centrali della descrizione fisica

ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

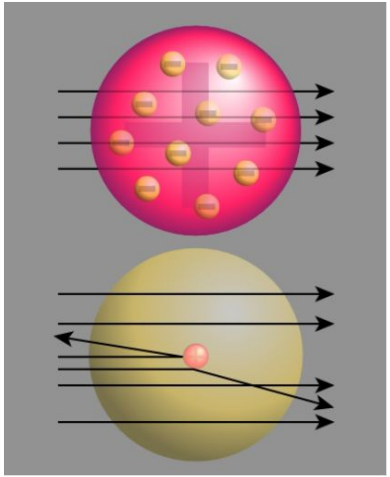
I livelli energetici…

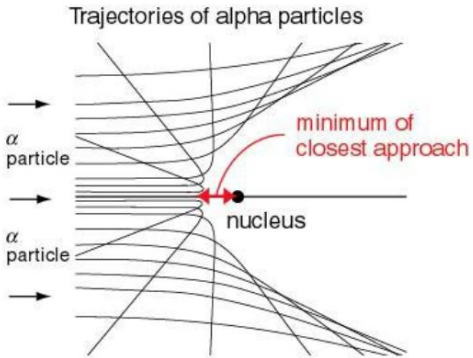
1913: natura facit saltus…

Niels Bohr
(Copenaghen 1885-1962)



L’atomo di Rutherford (1911)





Un “nucleo nudo”

ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

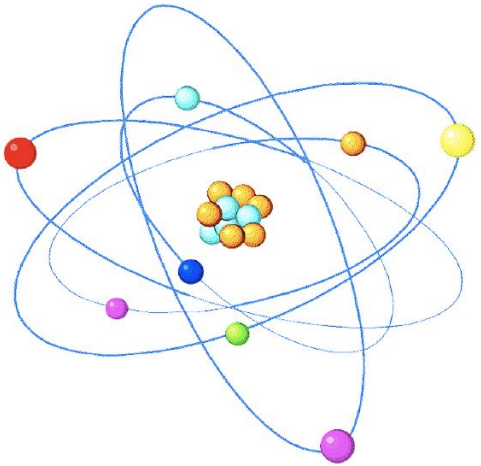
Il problema della struttura atomica…

"Mentre Rutherford e Darwin avevano considerato il nucleo e gli elettroni atomici separatamente, ignorando di volta in volta l'una o l'altra componente dell'atomo, Bohr comprese che una teoria che riuscisse a spiegare il modo in cui le particelle alfa interagivano con gli elettroni atomici ci avrebbe potuto svelare la vera struttura dell'atomo" (Kumar, 2008)

… che necessariamente non era "classica".

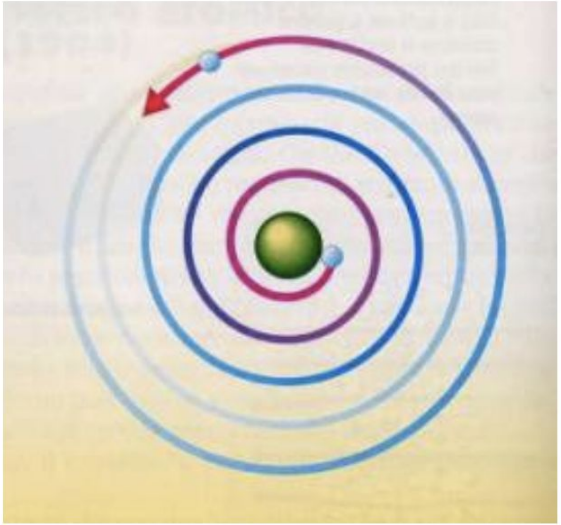
ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

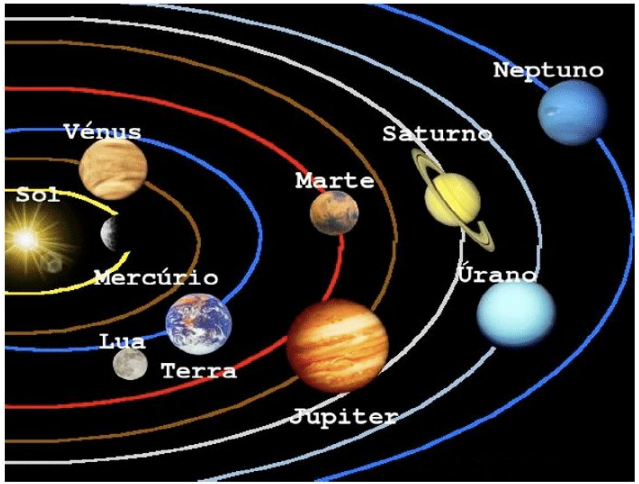
Un “classico” modello planetario, benché elegante, semplicemente non poteva funzionare



ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Il problema della stabilità

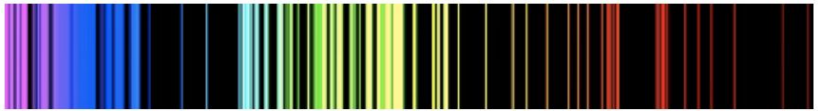




ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

I “fatti” sul tappeto di cui tener conto

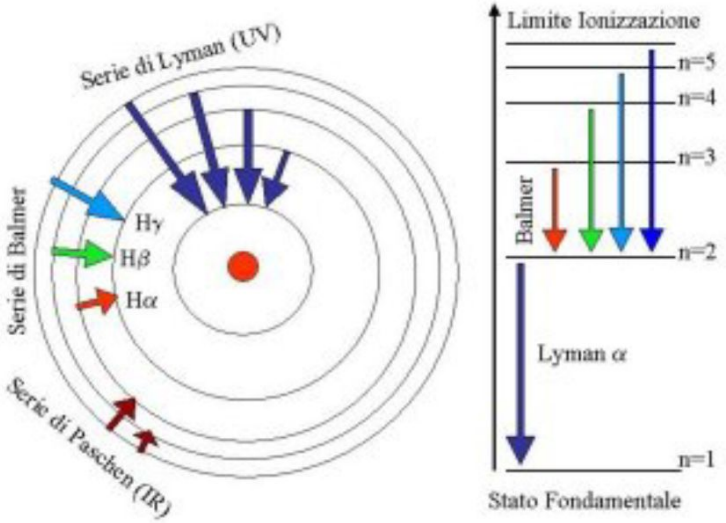
La “firma” dell’azoto



La “firma” del ferro

ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

L’atomo di Bohr e le sue forme di rappresentazione

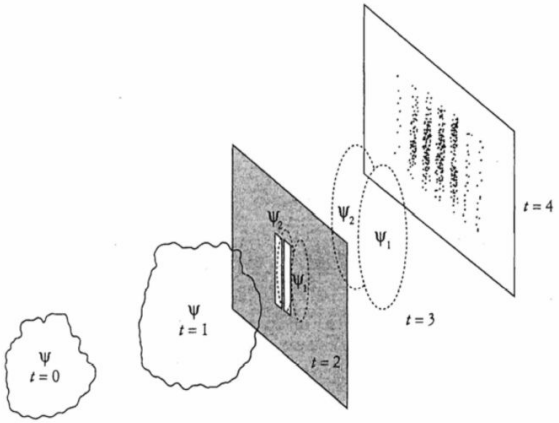


ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

E. SCHRÖDINGER:

"Le particelle sono semplici apparenze" (The Interpretation of Quantum Mechanics, Ox Bow Press, Woodbridge 1995)

"Non si deve attaccare alcun significato speciale al cammino dell'elettrone... e ancor meno alla posizione di un elettrone nel suo cammino.... l'onda...non solo riempie tutto il cammino simultaneamente, ma si estende addirittura notevolmente in tutte le direzioni".



M. BORN: "l'interpretazione [ondulatoria di Schrödinger] sembrava inaccettabile"

(The statistical interpretation of quantum mechanics - Nobel Lecture, December 11, 1954. In Nobel Lectures in Physics 1942-1962, Elsevier, Amsterdam 1964)

"Schrödinger credeva ancora che la sua teoria ondulatoria permettesse un ritorno alla fisica classica deterministica […]
Alla luce dei fatti sperimentali, a noi di Gottinga questa interpretazione sembrava inaccettabile. A quel tempo era infatti già possibile contare le particelle mediante scintillazione o col contatore di Geiger, e fotografare le loro tracce con l'aiuto della camera a nebbia di Wilson."

Il dualismo onda-particella (*)

Introdotto da Einstein nel 1909, a proposito della relazione di Planck sul corpo nero;

Esplorato in tutte le sue possibili accezioni:

-una forma è manifestazione dell'altra (Schrödinger e Born);

-sia onda sia particella (De Broglie, Bohm);

-a volte l'una, a volte l'altra (un po', un po') (Bohr, Pauli).

-la fisica deve occuparsi di *perché* conosce e di *come* conosce (epistemologia e metodologia) e abbandonare ogni pretesa di dire come è fatto il mondo (ontologia) (Heisenberg e Jordan);

(*) Introzzi G. (2010). Il dualismo onda/particella: analisi storica e recenti interpretazioni. Atti Acc. Rov. Agiati, a. 260, 2010, ser. VIII, vol. X, B: 5-18.

I dati ottenuti in **condizioni sperimentali diverse [ponendo l'attenzione a diverse fenomenologie]** non si possono racchiudere in una singola immagine, ma debbono essere considerati complementari. Stando così le cose, l'attribuzione di qualità fisiche tradizionali agli oggetti atomici implica un elemento essenziale di ambiguità, come si vede immediatamente nella contraddizione relativa alle proprietà corpuscolari e ondulatorie degli elettroni e dei fotoni, in cui ci troviamo di fronte a immagini contrastanti, ognuna delle quali si riferisce a un aspetto essenziale dei dati sperimentali.

(Discussione con Einstein sui problemi epistemologici della fisica atomica, 1949, in Autobiografia scientifica, pp. 113- 114)

“Non è affatto sorprendente che il nostro linguaggio sia incapace di descrivere i processi che avvengono negli tomi, visto che ce lo siamo inventati per descrivere le esperienze della vita quotidiana e queste RIGUARDANO OGGETTI DI GRANDI DIMENSIONI. Per di più, è molto difficile modificare il nostro linguaggio in modo tale da renderlo adatto a descrivere i processi atomici, visto che le parole possono solo descrivere cose di cui possiamo formarci immagini mentali; e anche questa è una capacità che ci viene dall’esperienza quotidiana. Per fortuna la matematica non ha queste limitazioni ed è possibile inventare uno schema matematico – la teoria quantistica – che sembra del tutto adatta alla trattazione dei processi atomici; per quel che riguarda la visualizzazione, quindi, ci dobbiamo accontentare di due analogie incomplete – l’immagine ondulatoria e quella corpuscolare.”

(W. Heisenberg)

ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

“La fisica è un tentativo di afferrare concettualmente la realtà fisica, quale la si concepisce indipendentemente dal fatto di essere osservata. In questo senso si parla di “realtà fisica”. Nella fisica prequantistica, non c’era alcun dubbio sul modo di intendere queste cose: nella teoria di Newton, la realtà era rappresentata da punti materiali nello spazio e nel tempo; nella teoria di Maxwell, dal campo nello spazio e nel tempo. Nella meccanica quantistica, la rappresentazione della realtà non è così facile.”

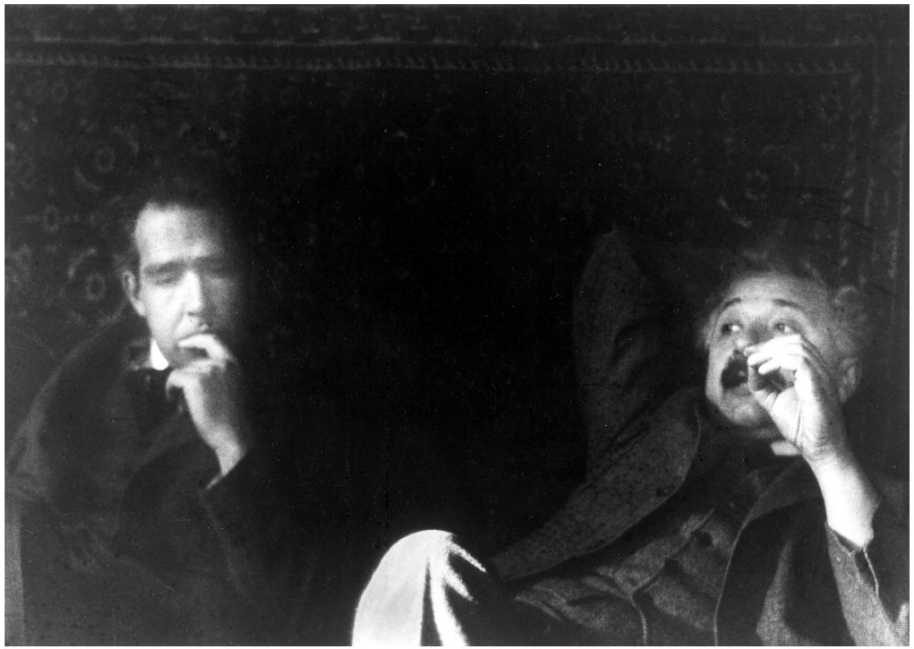
(A. Einstein, Autobiografia scientifica, pp. 49-51)

“La meccanica quantistica è degna di ogni rispetto, ma una voce interiore mi dice che non è ancora la soluzione giusta. È una teoria che ci dice molte cose, ma non ci fa penetrare più a fondo il segreto del gran Vecchio. In ogni caso, sono convinto che questi non gioca a dadi col mondo”.

(A. Einstein, 1926. Lettera a Max Born)

EINSTEIN

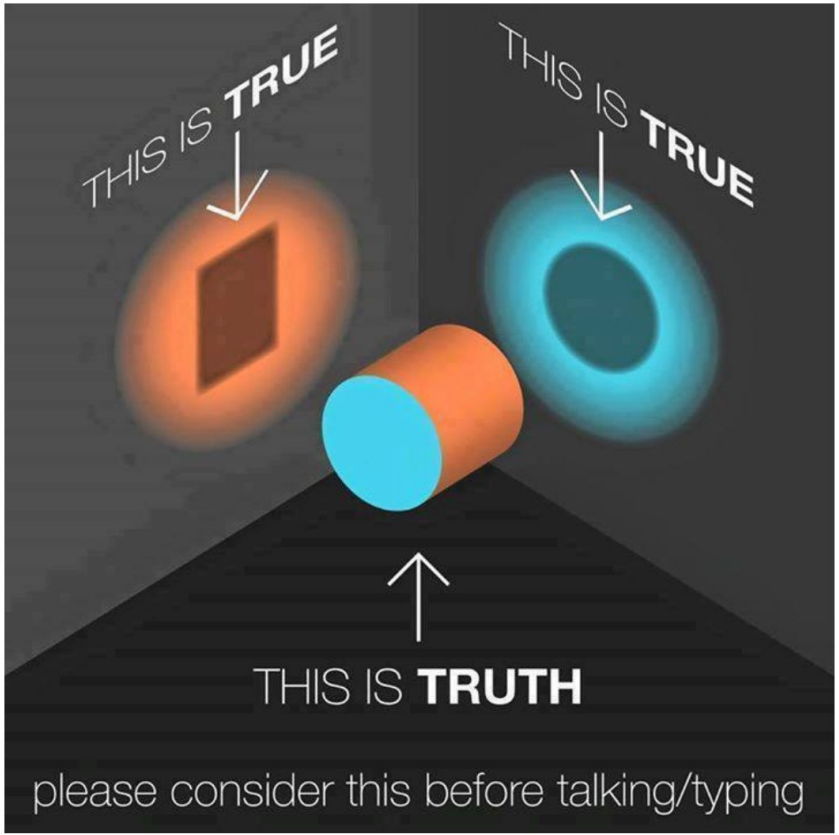
“Credo ancora nella possibilità di un modello di realtà – cioè una teoria – che rappresenti le cose di per sé, e non solamente la probabilità che esse accadano.”



ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Per alcuni fisici….

“I fisici […] hanno capito che il punto essenziale non è se una teoria piaccia o non piaccia, ma se fornisca previsioni in accordo con gli esperimenti. La ricchezza filosofica, la facilità, la ragionevolezza di una teoria sono tutte cose che non interessano” (Feynman)



ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

La relazione di indeterminazione

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

"h tagliato"= $1{,}054 \times 10^{-34}$ Js

Apparentemente…

"[…] una formuletta - in sé piuttosto arida e arcana - che abbiamo imparato a recitare sui libri di Liceo, dal nome fastidiosamente indimenticabile: il principio di indeterminazione di Heisenberg."

(M. Cattaneo, Heisenberg e la rivoluzione quantistica, I grandi della scienza, Le Scienze, 2000)

ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

"… in certo senso cessa di essere valida la legge di causalità"

"Nella formulazione rigorosa della legge causale - ***se conosciamo il presente possiamo calcolare il futuro*** - non è la conclusione ad essere sbagliata bensì la premessa.
Non si possono conoscere con certezza la posizione e la velocità iniziali per cui si può calcolare solo un intervallo di possibilità, per posizione e velocità, in ogni istante futuro.
[….] le leggi e le predizioni della meccanica quantistica 'sono in generale solo di tipo statistico'. Non si può mai predire esattamente il risultato di una singola misura di un qualsiasi processo atomico, ma si può predire solo la probabilità di un risultato in un intervallo di possibilità."

Heisenberg,1927

Nella fisica quantistica **non sarà** più possibile dire che:

a) *l'oggetto possiede valori determinati di posizione e di velocità ad ogni istante,*

b) *l'incertezza è di origine sperimentale*,

c) *la misura rivela il valore della proprietà posseduta dall'oggetto*.

Il concetto di variabili coniugate (la determinazione dell'una determina una indeterminazione nell'altra), di "spettro di valori" e di "probabilità non epistemica"

ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Il '900 e la Meccanica Quantistica

“La difficoltà con la teoria dei quanti risiede nei concetti, o meglio nelle parole che sono utilizzate nell'abituale descrizione della natura, che hanno tutte origine nella teoria classica” - N. Bohr

“Non è affatto sorprendente che il nostro linguaggio sia incapace di descrivere i processi che avvengono negli atomi, visto che ce lo siamo inventati per descrivere le esperienze della vita quotidiana...” - W. Heisenberg

Termini classici come particella, onda, traiettoria o orbita non sono pi. idonei a descrivere la natura dei fenomeni quantistici.
Occorre pensare a quale linguaggio la fisica può utilizzare.

Ruoli della metafora (o dell'analogia) nella storia della Scienza

Nel corso della storia della scienza, la
Metafora è stata oggetto di pareri spesso contrastanti

- Artificio per celare il sapere (Alchimia)
- Fonte di 'inquinamento' del linguaggio scientifico (Bacone)

- Segno d'ingegno (Aristotele)
- Strumento per indagare nuovi fenomeni (Carnot, Keplero...)
- 'Science forming' ed analogia formale (Maxwell)

La metafora nella didattica della Fisica

Strumento noto nella letteratura di ricerca in didattica e che può svolgere differenti ruoli.

"A è B" oppure "A è come B in quanto..."
Attivazione di risorse cognitive per interpretare fenomeni nuovi:
- Circuito elettrico / acqua

Sostitutivo/comparativo (Boyd)

Fa cogliere il meccanismo di ragionamento che sta alla base della modellizzazione:
- Sistema solare / modello atomico

Interazione (Black)

ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Vantaggi:

- Ricerca delle similitudini e dei limiti: grazie alle dinamiche di mapping allena lo studente a ragionare e a migliorare la comprensione concettuale dei contenuti scientifici.
- Accomodamento: richiama all'attenzione dello studente modelli fisici già Incontrati e favorisce così la rappresentazione di nuovi oggetti (corpo nero, fotone, dualismo..)

Svantaggi:

- Eccessiva banalizzazione: termini non chiari e poco comprensibili dagli studenti, metafore eccessivamente cristallizzate o troppo semplici possono allontanare troppo dal concetto che si vuole insegnare generando conoscenze imprecise e approssimative.

Using conceptual metaphor and functional grammar to explore how language used in physics affects student learning

David T. Brookes
Department of Physics; Loomis Laboratory of Physics; 1110 West Green St.; Urbana, IL 61801-3080

Eugenia Etkina
The Graduate School of Education; 10 Seminary Place; New Brunswick, NJ 08901

This paper introduces a theory about the role of language in learning physics. The theory is developed in the context of physics students' and physicists' talking and writing about the subject of quantum mechanics. We found that physicists' language encodes different varieties of analogical models through the use of grammar and conceptual metaphor. We hypothesize that students categorize concepts into ontological categories based on the grammatical structure of physicists' language. We also hypothesize that students over-extend and misapply conceptual metaphors in physicists' speech and writing. Using our theory, we will show how, in some cases, we can explain student difficulties in quantum mechanics as difficulties with language.

PACS numbers: 01.40.Fk;01.40.Ha;03.65.-w

METAFORE SULLA FISICA QUANTISTICA

Tratto da
Fabbri F., *Le metafore nell'insegnamento/apprendimento della fisica quantistica: una sperimentazione con docenti di liceo*. Tesi di Laurea Magistrale in Fisica, Dipartimento di Fisica e Astronomia, Alma Mater Studiorum – Università di Bologna (Relatrici: O. Levrini, L. Branchetti)

I brani riportati di seguito sono stati scelti da diversi libri divulgativi di autori noti (prevalentemente scienziati americani) i quali si propongono, con esempi pittoreschi e avvincenti, di spiegare ad un vasto pubblico concetti di base della meccanica quantistica come indeterminazione o quantizzazione dell'energia. Un ultimo esempio è stato preso invece da un libro di testo universitario di introduzione alla Meccanica Quantistica.
La scelta di ricercare i brani accessibili ad un vasto pubblico con un diverso tipo di conoscenza nella materia specifica, e non in riviste specializzate o testi universitari, è giustificata dal fatto che l'attività è pensata anche per essere realizzata in classi quinte di Liceo.
Le metafore riguardano:

1. la discretizzazione dell'energia
   - Brian Greene (1999), L'universo elegante, Einaudi, p. 44. *Effetto fotoelettrico*
   - Brian Greene (1999), L'universo elegante, Einaudi, p. 41. *Quantizzazione dell'energia e corpo nero*

2. il dualismo onda-corpuscolo:
   - Lévy-Leblond (2003), On the nature of quantons. *Science & Education*. *L'ornitorinco*

3. la funzione d'onda:
   - Jim al-Khalili (2014), La fisica dei perplessi, Nuovi saggi bollati Boringhieri. *Il ladro*

4. concetti di base di fisica quantistica
   - Brian Greene (2004), La trama del cosmo, Einaudi p. 95. *Il menù cinese*
   - David H. McIntyre 2012, Quantum mechanics – A paradigms approach, p. XXI. *I calzini di Erwin.*

Brian Greene (1999), L'universo elegante, Einaudi, p. 44. ***Effetto fotoelettrico***

Per capire come Einstein sia riuscito a spiegare il fenomeno dell'effetto fotoelettrico, torniamo al nostro stanzone, dove ora fa un bel calduccio. L'orrido proprietario detesta i bambini e costringe tutti i minori di quindici anni a vivere in un seminterrato, che gli adulti possono vedere affacciandosi a una balconata. Come crudeltà aggiuntiva, ha stabilito che un bambino può lasciare quel postaccio solo se paga a una guardia una tassa di 950 lire. I bimbi non possiedono denaro, e cosí gli adulti cercano di salvarli gettando loro monete e banconote dalla balconata.

Ricordiamo che i soldi sono stati ridistribuiti in modo che ogni adulto possieda solo banconote e monete di un unico tipo. Il portatore delle cinquanta lire inizia a gettare qualche moneta, ma la somma è troppo scarsa per soddisfare la marea «infinita» di bambini che lottano selvaggiamente per accaparrarsi il denaro. Anche se la quantità di monete da 50 lire gettate è enorme, praticamente nessuno riuscirà in questo modo a raccogliere la cifra sufficiente per andarsene. Lo stesso accade quando iniziano i lanci di monete da 100, 200 e 500 lire. Ma quando il possessore delle 1.000 lire inizia a gettare banconote, succede un fatto nuovo: i fortunati bambini che riescono ad afferrare anche un solo biglietto possono andarsene immediatamente. Al crescere della quantità di banconote gettate cresce anche il numero dei fuggiaschi, ognuno dei quali si ritrova esattamente con 50 lire di resto.

Griglia delle corrispondenze per la metafora dell'effetto fotoelettrico

Termini nella metafora	*Termini del fenomeno fisico reale*
bambini	elettroni
Il proprietario costringe tutti i minori di quindici anni a vivere in un seminterrato	l'elettrone si trova in uno stato legato
Seminterrato/ stanzone	stato legato in cui si trova l'elettrone prima dell'interazione con la radiazione/ orbitale
un bambino può lasciare quel postaccio solo se paga a una guardia una tassa di 950 lire.	un elettrone può essere estratto dall'atomo soltanto a costo di un lavoro di estrazione
tassa	lavoro di estrazione
adulti che lanciano le monete	radiazione incidente
monete/banconote	radiazione (nella forma di "pacchetti discreti" di energia) con cui viene colpito l'atomo e, quindi, l'elettone
50, 100, 1000 lire	valori possibili dei pacchetti di energia
I soldi sono stati ridistribuiti in modo che ogni adulto possieda solo banconote e monete di un unico tipo.	La radiazione incidente non è monocromatica e l'energia trasportata è "distribuita" sulle diverse lunghezze d'onda
Il portatore delle cinquanta lire inizia a gettare qualche moneta	La radiazione di una certa lunghezza d'onda colpisce l'atomo
Raccogliere	Assorbire un fotone
I fortunati bambini che riescono ad afferrare anche un solo biglietto (da 1000 lire) possono andarsene immediatamente.	Gli elettroni colpiti da un fotone "sufficientemente" energetico (che supera il valore di soglia) vengono estratti
Andarsene con il resto	L'elettrone, dopo l'estrazione, possiede una energia cinetica pari a $E = h\nu - W$
resto	Energia cinetica che rimane all'elettrone, una volta estratto $E = h\nu - W$
Al crescere della quantità di banconote gettate cresce anche il numero dei fuggiaschi	Al crescere del numero dei fotoni che interagiscono con l'atomo, cresce l'intensità del fascio di elettroni estratti

Brian Greene (1999), L'universo elegante, Einaudi, p. 41. ***Quantizzazione dell'energia e corpo nero***

Vi trovate insieme con un enorme numero di individui -diciamo un numero «infinito» - inscatolati in uno stanzone gelido, il cui proprietario è un profittatore. Un termostato ultimo modello fa mostra di sé alla parete; ma vi accorgete presto che le tariffe imposte dal proprietario per il riscaldamento sono altissime. Se il termostato viene messo sui 10° C, ognuno deve pagare 100.000 lire al giorno; se si alza a 15° C, la cifra sale a 150.000 e così via. Visto che i vostri compagni di sventura sono infiniti, vi rendete conto che il malvagio proprietario guadagnerà una quantità infinita di denaro non appena il riscaldamento verrà acceso.

Ma leggendo meglio il contratto di affitto, vi accorgete di una possibile scappatoia. Il proprietario è un uomo molto occupato e non intende dare resto, soprattutto a un numero infinito di inquilini. Esiste dunque un sistema basato sulla fiducia: solo chi può pagare la cifra esatta paga interamente, gli altri danno quello che hanno. Vi viene allora in mente di raccogliere tutti i soldi dei vostri compagni e di organizzare il pagamento in questa maniera: un individuo prende tutte le monete da 50 lire, un altro tutte quelle da 100, e così via; in questo strano mondo, però, esistono strane banconote, e dopo quelle da 500 000 lire ve ne sono altre di valore ancora superiore, senza un limite massimo. Spavaldamente, posizionate il termometro a 25°C. Subito il proprietario si presenta a riscuotere il dovuto (250.000 lire a testa). Ecco cosa succede: chi ha le monete da 50 lire gliene dà 5000, chi ha quelle da 100 lire gliene dà 2500 e così via, fino ad arrivare a chi ha le banconote da 50 000, che ne paga 5, e a chi ha quelle da 100.000, che ne dà solo 2 (perché con 3 il proprietario dovrebbe dare resto). Tutti gli altri, però, hanno solo banconote da 500 000 in su, e quindi non possono pagare, perché ci sarebbe comunque un resto. Il proprietario, che si aspettava una quantità infinita di denaro, si ritrova invece con la misera somma di 2.450 000 lire (ci sono 9 tipi di monete e banconote dalle 50 alle 50.000 lire, e quindi 9 persone che possono pagare 1e 250.000; aggiungendo 1e 200.000 pagate da chi ha le banconote da 100.000 il conto torna).

Planck si comportò in modo molto simile nei confronti delle pretese dell'energia infinita. Arditamente, avanzò l'ipotesi che l'energia trasportata da un'onda elettromagnetica potesse presentarsi - come il denaro contante - solo in pacchetti ben precisi. Introdotta una «Moneta energetica», i valori possibili sono solo multipli interi di questa unità: uno, due, tre eccetera, e nient'altro, proprio come non esiste un quarto di cento lire o mezza banconota da mille. Come gli inquilini che non possono pagare il proprietario perché hanno banconote troppo grandi, se un'onda ha un'energia minima intrinseca più grande del valore che dovrebbe teoricamente fornire all'energia totale, non «paga» e rimane inerte.

Griglia delle corrispondenze per la metafora del corpo nero

Termini nella metafora	***Termini del fenomeno fisico reale***
Numero infinito di individui	Onde all'interno del corpo nero/ oscillatori
Stanzone gelido	Interno della cavità rappresentante un corpo nero
Termostato	Misuratore della temperatura e, quindi, indicatore dell'equilibrio termico all'interno della cavità.
Numero infinito di individui	Numero degli oscillatori delle pareti su cui può essere distribuita l'energia totale presente nella cavita (nell'ipotesi classica di continuità del campo stesso).
Tariffa imposta dal proprietario (a seconda della temperatura)	Quantità di energia emesso da ciascun oscillatore, in virtù della temperatura, nell'ipotesi termodinamica classica
Quantità infinita di denaro guadagnata dal proprietario	Catastrofe ultravioletta
50,100,...,50000 lire	Discretizzazione dei "pacchetti" d'energia che il campo può scambiare con gli oscillatori delle pareti
Raccogliere i soldi […] organizzare il pagamento	Quantizzazione/ nuovo modo di "contare"
Un individuo prende tutte le monete da 50 lire, un altro tutte quelle da 100, e così via	Divisione delle energie degli oscillatori in base alla loro frequenza, come multipli di una grandezza fondamentale, come illustra il postulato di Planck [*Qualsiasi grandezza fisica con un grado di libertà la cui "coordinata" è una funzione sinusoidale del tempo può possedere solo energie totali E tali che sia soddisfatta la relazione* $E=nh\upsilon$]
Il proprietario si ritrova invece con la misera somma di 2.450 000 lire (ci sono 9 tipi di monete e banconote dalle 50 alle 50.000 lire, e quindi 9 persone che possono pagare 1e 250.000; aggiungendo 1e 200.000 pagate da chi ha le banconote da 100.000 il conto torna).	Tramite le intuizioni di Planck, sostituendo all'integrale per il calcolo dell'energia media una sommatoria sui valori discreti dell'energia, si riesce superare i risultati di Rayleigh-Jeans ed evitare la catastrofe ultra violetta

Jim al-Khalili (2014), La fisica dei perplessi, Nuovi saggi bollati Boringhieri. ***Metafora del ladro***

Un ladro è appena uscito di prigione e la polizia non è per nulla convinta che abbia cambiato vita, per cui, studiando una cartina della citta, cerca di seugire i suoi movimenti dopo il rilascio. I poliziotti non riescono a determinare esattamente dove di trovi il ladro in ogni istante, ma possono cercare di indovinare la probabilità che avvengano furti negli appartamenti dei vari quartieri. Per cominciare, le case vicino alla prigione saranno più a rischio, ma l'aera interessati si allarga con il tempo; si può anche dire con relativa certezza che le zone più ricche saranno più a rischio di quelle povere. Questa ondata di crimini dovuti a un solo uomo si estende in tutta la città, e si può considerare come un'onda di probabilità: non è una cosa tangibile, o reale, è solo un insieme di numeri astrattamente assegnati a ogni luogo in città. In modo simile, la funzione d'onda si estende dal punto in cui l'elettrone è stato visto l'ultima volta e ci permette di calcolare quanto è probabile che ora si trovi in un punto o in un altro.

Gli investigatori si accorgono che la loro intuizione era corretta quando avviene un furto in un certo appartamento. Questo cambia la distribuzione di probabilità, perché ora si sa che il ladro sarà nei paraggi della scena del crimine. Allo stesso modo, se l'elettrone viene rilevato in un certo punto, allora la sua funzione d'onda cambia immediatamente. Nel momento della rilevazione ci sarà probabilità zero di trovarlo in qualunque altro posto, e poi la funzione d'onda evolve nel tempo e si estende di nuovo.

Griglia delle corrispondenze per la metafora della funzione d'onda

Termini nella metafora	*Termini del fenomeno fisico reale*
Ladro	Elettrone
Polizia	Osservatore/scienziato/sperimentatore
Cartina della città	Spazio in cui l'elettrone può essere trovato (scatola vuota, in un orbitale, in una buca di potenziale...)
I poliziotti non riescono a determinare esattamente dove di trovi il ladro in ogni istante	La posizione dell'elettrone non è determinabile con certezza sulla base di una legge deterministica
Probabilità che avvengano furti nei vari quartieri	Probabilità di trovare l'elettrone nei vari punti dello spazio
Furto	Interazione tra l'elettrone e lo strumento (atto della misura)
Distribuzione di probabilità di trovare il ladro	Distribuzione di probabilità di trovare l'elettrone
Le case vicino alla prigione saranno più a rischio, ma l'area interessata si allarga con il tempo.	La funzione d'onda evolve nel tempo
Questo [il furto] cambia la distribuzione di probabilità, perché ora si sa che il ladro sarà nei paraggi della scena del crimine.	L'atto della misura permette di affermare che, subito dopo la misura stessa, l'elettrone si trova in una zona precisa

Brian Greene (2004), La trama del cosmo, Einaudi p. 95. ***Il menù cinese***

Per capire di che cosa si tratta [il principio di indeterminazione], pensiamo al menù a prezzo fisso di alcuni ristoranti cinesi: le pietanze sono elencate in due colonne, A e B. Se ordiniamo il primo piatto della colonna A, non possiamo ordinare il primo piatto della colonna B; se ordiniamo il secondo piatto della colonna A, non possiamo ordinare il secondo della colonna B, e così di seguito. In questo modo il ristorante istituisce una sorta di dualismo alimentare, una complementarietà culinaria (che impedisce, in particolare, al cliente di scegliere tutti i piatti più cari). Nei menù cinesi a prezzo fisso possiamo avere l'anatra alla pechinese o l'aragosta alla cantonese, ma non entrambe.

Il principio di indeterminazione di Heisenberg fa una cosa molto simile: a grandi linee, inserisce le caratteristiche fisiche del mondo microscopico in due elenchi distinti A e B. La conoscenza della prima caratteristica dell'elenco A compromette sostanzialmente la capacità di conoscere la prima della lista B; la conoscenza della seconda caratteristica dell'elenco A compromette la capacità di conoscere la seconda dell'elenco B, e così via. Inoltre, proprio cose se ci fosse concesso di assaporare un piatto contenente un po' di anatra alla pechinese e di aragosta alla cantonese, ma solo in proporzioni tali da corrispondere allo stesso prezzo totale, quanto più precisa è la nostra conoscenza di un aspetto della lista A, tanto meno precisa sarà quella dell'aspetto corrispondente della lista B. L'incapacità fondamentale di determinare simultaneamente tutte le caratteristiche dei due elenchi, ossia di stabilire con certezza tutte le proprietà del mondo microscopico, è l'indeterminazione illustrata dal principio di Heisenberg.

Griglia delle corrispondenze per la metafora del principio di indeterminazione.

Termini nella metafora	*Termini del fenomeno fisico reale*
Menù a prezzo fisso	Oggetto quantistico
Piatti	Proprietà dell'oggetto/ grandezze misurabili
Divisione in colonna A e colonna B	Divisione in due classi di proprietà dell'oggetto non commutabili
Anatra alla pechinese/aragosta alla cantonese	Esempio di grandezze coniugate da misurare: es. posizione e quantità di moto
Prezzo totale fissato	Il prodotto delle dispersioni è sempre $\geq \hbar/2$
Ordiniamo	Misuriamo una grandezza del sistema
Possiamo avere […] ma non entrambi Tanto più precisa è....tanto meno precisa sarà...	Possiamo conoscere una grandezza del sistema con la precisione che vogliamo ma non entrambe le grandezze. Tanto più precisa è la misura dell'una, tanto meno precisa sarà l'altra

David H. McIntyre 2012, Quantum mechanics – A paradigms approach, p. XXI. *I calzini di Erwin*

Erwin aveva una collezione di calzini molto semplice – rossi o blu, per andare all'università o per giocare a pallone, corti o lunghi a seconda che li portasse con pantaloni o pantaloncini.

Erwin teneva i calzini in due cassetti: in uno teneva i calzini rossi e nell'altro quelli blu, ritenendo di poter capire se erano lunghi o corti semplicemente toccandoli.

Ma non era proprio così: infatti ogni volta che dal cassetto dei calzini rossi, estraeva due calze lunghe o due corte, c'era una probabilità del 50% che ognuno dei due fosse rosso o blu; stesso risultato per il cassetto blu. I calzini sembravano aver *dimenticato* la proprietà che Erwin aveva determinato precedentemente, ovvero il loro colore!

Erwin decise così di organizzare i calzini secondo la loro lunghezza: fece un cassetto con i calzini lunghi ed uno per i calzini corti. Quando però andava a prendere da uno dei due cassetti due calze rosse o blu, c'era una probabilità del 50% che ognuno dei due fosse lungo o corto...avevano *dimenticato* la proprietà di essere lunghi o corti.

Griglia delle corrispondenze per la metafora dei calzini.

Termini nella metafora	***Termini del fenomeno fisico reale (in riferimento ad un apparato Stern & Gerlach)***
Erwin	Scienziato/sperimentatore
Collezione di calzini	Insieme di oggetti quantistici (fascio di fotoni, elettroni...)
Colore (rossi o blu) Lunghezza (corti o lunghi)	Coppia di grandezze fisiche che non commutano, ciascuna delle quali può assumere soltanto due valori (es. spin lungo z e spin lungo x)
Calzini rossi e blu	Ad esempio, stato di spin z su e di spin z giù
Calzini lunghi e corti	Ad esempio, stato di spin x su e di spin x giù
"Erwin teneva i calzini in due cassetti: in uno teneva i calzini rossi e nell'altro quelli blu."	Lo scienziato prepara il sistema fisico, facendolo passare attraverso uno strumento di misura, ad esempio attraverso un apparato di Stern e Gerlach disposto in modo tale da misurare lo spin degli atomi d'argento lungo z.
Due cassetti	I due autostati (possibili esiti di una misura) di una grandezza come lo spin
"[Erwin] dal cassetto dei calzini rossi estrae due calze lunghe o due corte" [] "andava a prendere da uno dei due cassetti [o corto o lungo] due calze rosse o blu"	Lo scienziato seleziona il fascio con spin z su e, su questo, fa una misura di spin x, facendolo passare attraverso un apparato di Stern e Gerlach disposto lungo x. Quindi seleziona il fascio corrispondente a spin x su o a spin x giù e lo fa di nuovo passare attraverso un apparato di Stern e Gerlach disposto lungo z.
Se scelgo un calzino lungo o corto "c'è una probabilità del 50% che ognuno dei due fosse rosso o blu" Se scelgo un calzino rosso o blu " c'è una probabilità del 50% che ognuno dei due fosse lungo o corto"	Se lo scienziato seleziona gli atomi dal fascio corrispondente a spin x su o giù, c'è una probabilità del 50% che gli atomi di ciascun fascio abbiamo spin z su o giù. Se lo scienziato seleziona gli atomi dal fascio corrispondente a spin z su o giù, c'è una probabilità del 50% che gli atomi di ciascun fascio abbiamo spin x su o giù.
"I calzini sembravano aver *dimenticato* la proprietà che Erwin aveva determinato precedentemente" "avevano *dimenticato* la proprietà di essere lunghi o corti."	Gli atomi sembrano aver dimenticato la proprietà che lo scienziato aveva determinato nella misura che aveva preceduto quella della variabile coniugata, ad esempio avevamo dimenticato la proprietà di avere spin z su, se su questo fascio poi faccio una misura di spin x.
Proprietà di colore Proprietà di lunghezza	Non si può dire che gli oggetti quantistici abbiano una proprietà determinata: questa proprietà, in generale, esiste solo in uno stato di sovrapposizione.

Quantum Mechanics in Textbooks

18 PARTICELLE E ONDE

"

▸ Qual è la lunghezza d'onda di de Broglie di una pallina da tennis?

▸ Risposta a pag. 220

1 CORPUSCOLI E ONDE: DUE MODELLI PER I FENOMENI

In 3 minuti
- $E = hf$
- Il principio di indeterminazione

Un **corpuscolo**, o particella, è un ente a cui possiamo attribuire in ogni istante una posizione; l'insieme delle posizioni assunte nel tempo costituisce la traiettoria di un corpuscolo. Le leggi della dinamica ci permettono di descrivere la legge oraria del corpuscolo, una volta che sono note le forze che agiscono su di esso.

Un'**onda** è un fenomeno di propagazione di una perturbazione, soggetta al principio di sovrapposizione: dove agiscono due perturbazioni, la perturbazione risultante è la somma algebrica delle perturbazioni concorrenti. Questo dà luogo ai fenomeni di interferenza e diffrazione, caratteristici dei fenomeni ondulatori.

Abbiamo usato questi modelli, in modo più o meno esplicito, per interpretare molti fenomeni fisici: i moti di oggetti diversi, spesso considerandoli come particelle puntiformi dotate di massa (anche quando erano pianeti o stelle); gli urti tra oggetti, sempre utilizzando il modello del corpuscolo; un modello per l'atomo come costituito da piccole particelle cariche, gli elettroni e i protoni, e neutre, i neutroni; il suono, interpretandolo come onde di pressione che si propagano in un mezzo materiale; la luce, interpretandola come onde elettromagnetiche, cioè onde dei campi elettrico e magnetico (decisivo per l'interpretazione della luce come un'onda è stato l'esperimento di Young che evidenzia il fenomeno di interferenza).

Tra la fine del XIX secolo e i primi decenni del XX, tuttavia, una serie di risultati sperimentali e modelli teorici mettono in discussione alcuni risultati precedenti:

- in alcuni esperimenti la luce mostra comportamenti che non si riescono a interpretare con un modello ondulatorio e si spiegano invece con un modello corpuscolare;
- in alcuni esperimenti gli elettroni mostrano fenomeni di interferenza, che potrebbero essere descritti con un modello ondulatorio.

Elenchiamo alcuni di questi risultati, che poi discuteremo nel dettaglio:

Metà dell'Ottocento	Gli spettri di emissione di diversi elementi chimici, mostrano righe separate, invece che spettri continui.
1887	Hertz descrive l'effetto fotoelettrico (Lenard nel 1902 lo farà in modo più quantitativo) in base al quale la luce che colpisce un metallo provoca l'emissione di elettroni.
Fine dell'Ottocento	Non si riesce a derivare una legge che descriva lo spettro di emissione della radiazione del corpo nero.
1900	Planck ottiene una legge che descrive i dati sull'emissione del corpo nero basandosi sull'ipotesi che la luce venga assorbita e emessa dagli atomi sotto forma di pacchetti discreti di energia (corpuscoli).
1905	Einstein interpreta l'effetto fotoelettrico ipotizzando che la luce sia composta da corpuscoli.
1913	Bohr propone un modello atomico che comprende gli spettri a righe, ipotizzando che gli elettroni in un atomo abbiano alcune proprietà ondulatorie.
1914	Esperimento Franck-Hertz: un atomo può assorbire quantità di energia solo se queste sono multiple di un valore fondamentale.
1923	L'effetto Compton, in base al quale la luce che incide su un elettrone rimbalza cambiando frequenza, viene interpretato considerando la luce come composta da corpuscoli.
1927	Esperimento di Davisson-Germer: gli elettroni che passano attraverso un cristallo di nichel mostrano una figura di interferenza come se fossero onde.

Il quadro fornito da questi risultati fu raccolto da Bohr nel cosiddetto **principio di complementarietà**:

> sia la radiazione che le particelle esibiscono proprietà ondulatorie o caratteristiche corpuscolari a seconda dell'apparato sperimentale con cui interagiscono.

Questo principio cercava di spiegare i nuovi fenomeni osservati tenendo insieme il modello corpuscolare e quello ondulatorio. Come vedremo al termine del capitolo, il principio di complemetarietà è stato poi superato dallo sviluppo concettuale successivo della fisica quantistica.

2 L'EFFETTO FOTOELETTRICO E I FOTONI

L'effetto fotoelettrico

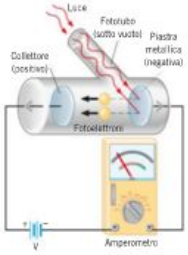


Figura 1
Nell'effetto fotoelettrico, una superficie metallica emette elettroni quando è illuminata da un fascio di luce di frequenza sufficientemente elevata. Questi fotoelettroni possono essere raccolti su una piastra positiva, producendo una corrente.

L'effetto fotoelettrico fu studiato sistematicamente negli ultimi anni dell'Ottocento dal fisico tedesco Philipp Lenard (1862-1947). La figura 1 mostra l'apparato sperimentale: un fascio di luce incide su una placca metallica, racchiusa all'interno di un tubo in cui è stato praticato il vuoto. La superficie del metallo emette elettroni, che si muovono verso un elettrodo positivo, chiamato *collettore*, e producono una corrente di elettroni rilevabile con un amperometro. Tali elettroni, estratti con l'ausilio della luce, vengono chiamati **fotoelettroni**.

Per misurare l'energia cinetica massima posseduta dagli elettroni emessi dal metallo si può

applicare una differenza di potenziale variabile e di segno opposto, che invece di attirare gli elettroni verso il collettore li respinga: il valore minimo V_{stop} della ddp per cui la corrente si annulla è detto potenziale di arresto. Il lavoro compiuto dal campo elettrico per fermare gli elettroni è numericamente uguale all'energia cinetica degli elettroni più energetici: $eV_{stop} = K_{max}$. In questo modo misurando V_{stop} si può ricavare K_{max}.

Se si misura l'**energia cinetica massima dei fotoelettroni al variare dell'intensità e della frequenza della luce incidente**, si osservano le seguenti caratteristiche:

- esiste una frequenza minima f_0, detta frequenza di soglia, al di sotto della quale non vengono emessi elettroni qualunque sia il valore dell'intensità della luce incidente;
- al di sopra della frequenza di soglia, K_{max} dipende linearmente dalla frequenza (figura 2) e non dipende dall'intensità;
- per un valore fissato della frequenza l'intensità di corrente cresce con l'intensità della luce incidente.

Figura 2
I fotoni possono espellere gli elettroni da un metallo quando la frequenza della luce supera un valore minimo f_0. Per frequenze superiori, gli elettroni emessi hanno un valore massimo di energia cinetica K_{max} che dipende linearmente dalla frequenza, come mostra il grafico.

Difficoltà interpretative

Nel suo complesso, l'effetto fotoelettrico si potrebbe spiegare così: la radiazione elettromagnetica colpisce l'elettrone trasferendogli la sua energia; con questa energia l'elettrone può sfuggire all'attrazione del reticolo cristallino del metallo.

Se però si interpreta l'effetto fotoelettrico utilizzando il modello ondulatorio per la radiazione incidente, i risultati sperimentali lasciano alcuni dubbi:

- non si capisce perché debba esistere una frequenza di soglia; la potenza trasportata da un'onda è infatti proporzionale al quadrato della sua ampiezza: così se la radiazione incide su un elettrone per un tempo sufficientemente lungo, dovrebbe riuscire comunque a trasferire all'elettrone l'energia necessaria per farlo uscire dal metallo;
- non si capisce perché l'energia cinetica massima dei fotoelettroni dipenda solo dalla frequenza della radiazione incidente e non dalla sua intensità, dalla quale dipende l'energia trasportata dalla radiazione.

L'ipotesi del fotone

Nel 1905 Einstein ipotizzò che la luce di frequenza f potesse essere considerata come un insieme di particelle, che in seguito vennero chiamati **fotoni**, ciascuno con un'energia:

Energia di un fotone $E = hf$ [1]

dove h è la costante di Planck.

Secondo questa ipotesi, quando aumenta l'intensità della luce, aumenta il numero di fotoni ma l'energia di ciascuno di essi rimane invariata.

Einstein utilizzò l'ipotesi del fotone per spiegare le caratteristiche dell'**effetto fotoelettrico**. Secondo Einstein, quando la luce colpisce un metallo un fotone può cedere la propria energia a un elettrone del metallo: se questa energia è maggiore o uguale al lavoro necessario per estrarre l'elettrone dal metallo, l'elettrone viene emesso.

Il lavoro minimo W_0 per estrarre un elettrone è detto **lavoro di estrazione** e dipende dal metallo. Ma quanto vale l'energia cinetica massima K_{max} di un fotoe-

lettrone che fuoriesce del metallo? Einstein applicò il principio di conservazione dell'energia e propose la seguente relazione per le grandezze coinvolte nell'effetto fotoelettrico:

$$hf = K_{max} + W_0 \qquad [2]$$

dove hf è l'energia del fotone, K_{max} l'energia cinetica massima del fotoelettrone e W_0 il lavoro di estrazione del metallo.

In base all'equazione [2], l'energia cinetica massima di un fotoelettrone risulta:

$$K_{max} = hf - W_0$$

Ora siamo in grado di interpretare meglio il grafico di figura 2. Sappiamo che la frequenza di soglia f_0 è la minima frequenza che la luce incidente deve avere per strappare un elettrone al metallo. In questo caso particolare, il fotoelettrone viene emesso con energia cinetica nulla, così l'energia del fotone hf_0 risulta uguale al lavoro di estrazione W_0: $0 = hf_0 - W_0$. La frequenza di soglia risulta dunque $f_0 = W_0/h$. Per valori di f minori di f_0, K_{max} è negativa ed è per questo che non si ha emissione di elettroni; per valori di f maggiori di f_0, invece, K_{max} cresce linearmente con f.

Il fatto che un solo fotone interagisca con un solo elettrone spiega perché l'energia cinetica dei fotoelettroni non dipende dall'intensità. L'aumento dell'intensità della luce, infatti, provoca soltanto l'aumento del numero dei fotoni, ma l'energia che essi trasportano e che possono trasferire agli elettroni del metallo dipende solo dalla frequenza.

RICORDA

Lavoro di estrazione

Il lavoro di estrazione di un metallo è l'energia minima richiesta per espellere un elettrone dal metallo stesso. Un elettrone che ha ricevuto questa energia ha energia cinetica nulla.

Esempio 1 L'effetto fotoelettrico per una superficie di argento

Il lavoro di estrazione dell'argento è $W_0 = 4{,}73$ eV.

▸ Determina la frequenza minima che la luce deve possedere per estrarre elettroni dalla sua superficie.

La soluzione

Poiché $1\text{ eV} = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ J, il lavoro di estrazione espresso in joule è

$$W_0 = (4{,}73\text{ eV})\left(\frac{1{,}60 \cdot 10^{-19}\text{ J}}{1\text{ eV}}\right) = 7{,}57 \cdot 10^{-19}\text{ J}$$

La frequenza di soglia f_0 è la frequenza per cui l'energia del fotone è uguale al lavoro di estrazione W_0 del metallo. Usando l'equazione [2] con $K_{max} = 0$, otteniamo

$$hf_0 = W_0 \quad \rightarrow \quad f_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{7{,}57 \cdot 10^{-19}\text{ J}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\text{ J s}} = \boxed{1{,}14 \cdot 10^{15}\text{ Hz}}$$

che corrisponde a una lunghezza d'onda $\lambda_0 = 263$ nm, nella regione ultravioletta dello spettro.

Esempio 2 La massima velocità dei fotoelettroni

Una luce monocromatica con una lunghezza d'onda di 95 nm colpisce una superficie di selenio, che ha un lavoro di estrazione di 5,9 eV. Gli elettroni emessi hanno un'energia cinetica diversa da zero.

▸ Determina la massima velocità con cui gli elettroni vengono espulsi.

La soluzione

L'energia cinetica massima K_{max} dei fotoelettroni è $K_{max} = (1/2)mv^2_{max}$, da cui si ottiene l'equazione

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2K_{max}}{m}}$$

dove m è la massa dell'elettrone, che vale $m = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg.
Dal principio di conservazione dell'energia $hf = K_{max} + W_0$ ricaviamo

$$K_{max} = hf - W_0$$

Sappiamo che $f\lambda = c$, da cui segue

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

Combinando i vari passaggi si ottiene algebricamente

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2K_{max}}{m}} = \sqrt{\frac{2(hf - W_0)}{m}} = \sqrt{\frac{2\left(h\frac{c}{\lambda} - W_0\right)}{m}}$$

Numericamente risulta

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2\left[(6{,}63 \cdot 10^{-34}\text{ J s})\frac{3{,}00 \cdot 10^8\text{ m/s}}{95 \cdot 10^{-9}\text{ m}} - (5{,}9\text{ eV})\frac{1{,}60 \cdot 10^{-19}\text{ J}}{1\text{ eV}}\right]}{9{,}11 \cdot 10^{-31}\text{ kg}}} =$$

$$= \boxed{1{,}6 \cdot 10^6\text{ m/s}}$$

Si noti che nel calcolo abbiamo convertito il lavoro di estrazione da elettronvolt a joule ($1\text{ eV} = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ J).

La quantità di moto di un fotone

Abbiamo visto che il fotone può interagire con un elettrone come se fosse una particella. Il fotone però è una particella molto particolare: nel vuoto si muove sempre alla velocità della luce c ed è privo di massa. Di conseguenza l'energia totale di un fotone coincide con la sua energia cinetica, perché la sua energia a riposo è uguale a zero.

Se consideriamo la relazione tra energia e quantità di moto ottenuta in relatività

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$$

osserviamo che per una particella di massa nulla la quantità di moto è $p = \frac{E}{c}$, che nel caso di un fotone diventa $p = \frac{hf}{c}$. Anche per il fotone questa grandezza ha carattere vettoriale e la sua direzione e verso sono quelle del fascio di luce.

Esempio 3 Quanti fotoni spara una lampadina?

Un LED da 6 W converte energia elettrica in energia luminosa con un rendimento pari a circa il 21%. Supponiamo che la luce sia verde (lunghezza d'onda nel vuoto = 555 nm).

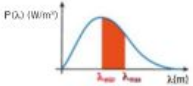
▸ Determina il numero di fotoni emessi dal LED ogni secondo.

λ e $\lambda + \Delta\lambda$ (l'unità di misura di $P(\lambda) \cdot \Delta\lambda$ è infatti $\frac{W}{m^3} \cdot m = \frac{W}{m^2}$, la stessa dell'irraggiamento).

Considerando un intervallo generico $[\lambda_{min}; \lambda_{max}]$, l'irraggiamento in tale intervallo è dato da

$$I_{\lambda_{min}\lambda_{max}} = \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} P(\lambda) \cdot \Delta\lambda$$

e corrisponde all'area sottesa dallo spettro nell'intervallo considerato.



L'irraggiamento complessivo dell'oggetto quindi è dato dall'area totale sottesa dallo spettro.

L'ipotesi di quantizzazione di Planck

Negli ultimi anni dell'Ottocento i fisici cercarono di derivare la distribuzione di corpo nero utilizzando le equazioni di Maxwell, ma si scontrarono con difficoltà insormontabili. Infatti le leggi della fisica classica prevedono che, a una fissata temperatura, l'energia irradiata aumenti all'aumentare della frequenza (e quindi al diminuire della lunghezza d'onda) contrariamente a quanto mostrano le curve sperimentali e a quanto impone il principio di conservazione dell'energia.

Questa incompatibilità tra figura classica e evidenze sperimentali venne chiamata «catastrofe ultravioletta».

Nel 1900 il fisico tedesco Max Planck (1858-1947) affrontò il problema in modo radicalmente nuovo e riuscì a derivare l'espressione analitica della distribuzione di corpo nero facendo questa ipotesi:

> l'interazione fra radiazione e materia avviene per scambio di pacchetti discreti di energia, detti **quanti**.

Planck fece uso di un modello in cui il corpo nero è composto da un gran numero di oscillatori atomici (cioè atomi che si comportano come oscillatori armonici), ciascuno dei quali emette e assorbe onde elettromagnetiche. Per ottenere l'accordo tra curve teoriche e sperimentali, Planck ipotizzò che l'energia E di un oscillatore atomico (*) avesse solo i valori discreti $E = hf$, $2hf$, $3hf$ e così via. In altre parole, egli suppose che:

$$E = nhf \quad \text{con} \quad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad [3]$$

dove n è un numero naturale, f è la frequenza della radiazione e h una costante.

Oggi sappiamo che h, detta **costante di Planck**, è una delle costanti fondamentali della fisica e vale

$$h = 6{,}626\,068\,76 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}$$

L'idea radicalmente nuova di Planck è che l'energia di un oscillatore atomico non è una grandezza continua, cioè in grado di assumere qualsiasi valore, ma è *quantizzata*, cioè può assumere solo valori discreti (hf, $2hf$, $3hf$ ecc.).

La conservazione dell'energia richiede che l'energia trasportata dalle onde elettromagnetiche sia uguale a quella persa dagli oscillatori atomici del modello

(*) Attualmente è noto che l'energia di un oscillatore armonico vale $E = (n + 1/2)hf$, ma il termine aggiuntivo 1/2 non è fondamentale per la nostra discussione.

di Planck. Supponiamo, per esempio, che un oscillatore con energia $3hf$ emetta un'onda elettromagnetica. Secondo la fisica classica, l'energia dell'onda emessa può assumere un qualsiasi valore tra 0 e $3hf$. Al contrario, nel modello di Planck l'energia dell'onda può essere solo uno di questi valori: hf, $2hf$, $3hf$.

Il risultato è una curva in accordo con i dati sperimentali perché, a differenza della previsione classica (vedi figura 5), tende a zero per piccole lunghezze d'onda evitando così la «catastrofe ultravioletta».

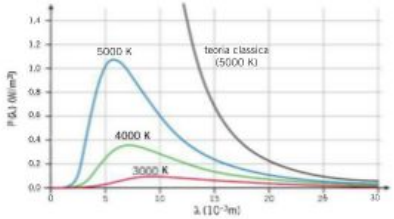


Figura 5
Spettro di emissione di un corpo nero a diverse temperature. Nelle curve continue secondo il modello di Planck a differenza di quelle previste dalla teoria classica, l'intensità tende a zero per piccole lunghezze d'onda.

Lo stesso Planck riteneva che la sua ipotesi fosse solo un artificio di calcolo e che la sua base fisica, cioè la quantizzazione dell'energia, non fosse fondata. In realtà pochi anni dopo il modello proposto da Einstein per l'effetto fotoelettrico riprese la stessa idea e aprì la strada a una rivoluzione concettuale (figura 6).

Figura 6
Un termometro a raggi infrarossi determina la temperatura di un oggetto misurando una porzione dello spettro di emissione.

4 LA QUANTITÀ DI MOTO DI UN FOTONE E L'EFFETTO COMPTON

Einstein propose l'ipotesi del fotone nel 1905, ma solo nel 1923 essa cominciò a essere universalmente accettata, quando il fisico americano Arthur H. Compton (1892-1962) la utilizzò per spiegare i risultati sperimentali delle sue ricerche sulla diffusione dei raggi X da parte degli elettroni della grafite.

Secondo il modello ondulatorio della luce i raggi X sono onde elettromagnetiche ad alta frequenza. Quando colpiscono un elettrone questo dovrebbe oscillare con la stessa frequenza dell'onda che lo ha investito e poi emettere a sua volta un'onda sferica, sempre della stessa frequenza. Un rivelatore, posto in qualunque direzione in uscita dal bersaglio di grafite, dovrebbe così ricevere raggi X con la stessa frequenza usata per bombardare il bersaglio.

Quello che si osserva in realtà è molto diverso. A ogni angolo si rilevano raggi X che hanno due frequenze diverse: una parte della radiazione rilevata ha la stessa frequenza della radiazione incidente, una parte ha invece una frequenza minore (quindi lunghezza d'onda maggiore), diversa a seconda dell'angolo tra il rivelatore e il bersaglio (figura 7).

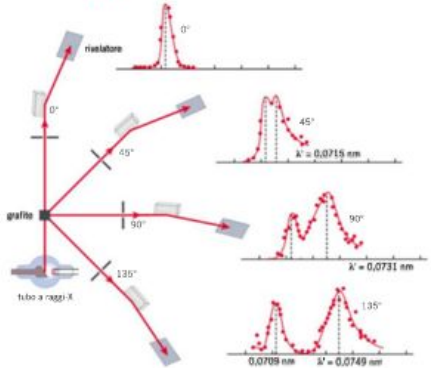


Figura 7
Lo spettro in lunghezza d'onda dei raggi X diffusi da un bersaglio di grafite. A ogni angolo, oltre alla componente con la stessa lunghezza d'onda λ_0 della radiazione incidente è presente una componente di lunghezza d'onda $\lambda' > \lambda_0$.

Anche in questo caso il modello corpuscolare della luce permette l'interpretazione del fenomeno osservato: vediamo come.

L'interazione tra un fotone e un elettrone può essere analizzata come urto elastico tra due corpi, durante il quale si conservano l'energia cinetica e la quantità di moto totali. Si suppone che l'elettrone sia inizialmente fermo e sostanzialmente libero, ovvero non vincolato agli atomi del materiale cui appartiene. In base al principio di conservazione dell'energia si ha

$$hf = hf' + K \qquad [4]$$

dove K è l'energia cinetica del fotone dopo l'urto e si è usata la relazione $E = hf$ per le energie dei fotoni. Ne deriva che $hf' = hf - K$, cioè che l'energia e la corrispondente frequenza f' del fotone diffuso sono inferiori a quelle del fotone incidente, proprio come osservato da Compton. Poiché $\lambda' = c/f'$, la lunghezza d'onda del raggio X diffuso è maggiore rispetto a quella del raggio X incidente.

Nell'ipotesi in cui l'elettrone sia inizialmente fermo, la conservazione della quantità di moto totale richiede che

$$\begin{matrix}\text{quantità di moto}\\ \text{del fotone incidente}\end{matrix} = \begin{matrix}\text{quantità di moto}\\ \text{del fotone diffuso}\end{matrix} + \begin{matrix}\text{quantità di moto}\\ \text{dell'elettrone}\end{matrix} \qquad [5]$$

Per ottenere un'espressione per il modulo p della quantità di moto di un fotone, ricordiamo che l'energia e la quantità di moto di una particella sono legate dalla relazione $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$. Un fotone ha massa nulla ($m = 0$ kg), quindi la sua quantità di moto è

$$p = \frac{E}{c}$$

Poiché $E = hf$ e $c = \lambda f$, la quantità di moto di un fotone di frequenza f è

$$p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{\lambda f} = \frac{h}{\lambda} \qquad [6]$$

Poiché la quantità di moto è una grandezza vettoriale, facendo riferimento alla figura 8 la conservazione della quantità di moto totale si può scrivere

$$\frac{h}{\lambda}\hat{x} = \left(\frac{h}{\lambda'}\cos\theta + m_e v_e \cos\varphi\right)\hat{x} + \left(-\frac{h}{\lambda'}\sin\theta + m_e v_e \sin\varphi\right)\hat{y} \qquad [7]$$

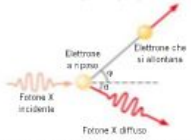


Figura 8
In un esperimento eseguito da Arthur H. Compton, un fotone X urta un elettrone fermo. Il fotone diffuso e l'elettrone si allontano lungo direzioni differenti.

La conservazione dell'energia è data invece da questa espressione:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda'} + \frac{1}{2}\,m_e v_e^2 \qquad [8]$$

Le equazioni [7] e [8] ci permettono di ricavare la relazione tra la lunghezza d'onda del fotone incidente λ, la lunghezza d'onda del fotone diffuso λ' e l'angolo di diffusione θ:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta) \qquad [9]$$

dove m è la massa dell'elettrone. La quantità $h/(mc)$ viene chiamata **lunghezza d'onda Compton** dell'elettrone e ha il valore $h/(mc) = 2{,}43 \cdot 10^{-12}$ m. Dal momento che $\cos\theta$ è compreso tra +1 e −1, la variazione di lunghezza d'onda $\lambda' - \lambda$ può andare da 0 a $2h/(mc)$, a seconda del valore di θ, un fatto che Compton aveva osservato.

La presenza di raggi X della stessa frequenza del fascio incidente è dovuta agli urti contro gli elettroni più interni, fortemente legati all'atomo. In questo caso a subire il rinculo è l'intero atomo, che ha una massa molto maggiore di quella dell'elettrone, e la lunghezza d'onda diffusa secondo la formula [9] è quasi identica a quella originale.

Nell'effetto Compton l'elettrone rimbalza poiché acquista una parte della quantità di moto del fotone. In linea di principio, dunque, la quantità di moto che i fotoni possiedono può essere usata per far muovere altri corpi. La figura 9 mostra un sistema di propulsione in via di studio per i viaggi ai confini del Sistema Solare che utilizza una larga vela. L'idea è che la luce solare, colpendo la vela, crei una forza in grado di spingere la navicella lontano dal Sole, nello stesso modo in cui il vento muove una barca a vela.

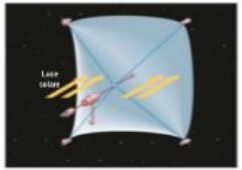


Figura 9
La luce solare che colpisce la vela solare fornisce la propulsione per questa navicella interstellare.

5 LA LUNGHEZZA D'ONDA DI DE BROGLIE E LA NATURA ONDULATORIA DEI CORPI MATERIALI

Figura 10
Sia una particella in moto sia un'onda possiedono energia, quantità di moto e lunghezza d'onda. La fotografia mostra un notevole ingrandimento del moscerino della frutta, ottenuto con un microscopio elettronico. Questo microscopio utilizza elettroni al posto della luce. La risoluzione dei dettagli è eccezionale perché la lunghezza d'onda di un elettrone può risultare molto inferiore rispetto a quella della luce visibile. I colori sono frutto di un'elaborazione grafica.

Gli esperimenti che abbiamo considerato finora mostrano la manifestazione del principio di complementarietà per la luce.

L'effetto fotoelettrico e l'effetto Compton forniscono una chiara evidenza del fatto che la luce può manifestare caratteristiche corpuscolari attribuibili ai pacchetti di energia chiamati fotoni. D'altro canto, l'interferenza e la diffrazione sono fenomeni in cui la luce si comporta come un'onda.

Nel 1923 il fisico francese Louis de Broglie (1892-1987) avanzò la sorprendente ipotesi che le particelle materiali possano manifestare un comportamento di tipo ondulatorio. Egli suppose che tutti i corpi materiali in movimento abbiano associata una lunghezza d'onda (figura 10) e che questa sia data dalla stessa relazione [6] che vale per un fotone:

Lunghezza d'onda di de Broglie $\lambda = \frac{h}{p}$ [10]

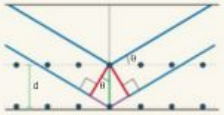
dove h è la costante di Planck e p è il modulo della quantità di moto relativistica della particella.

Oggi λ è nota come **lunghezza d'onda di de Broglie** della particella.

Esempio 4 L'esperimento di Davisson e Germer

Nel 1927 i fisici americani Clinton J. Davisson e Lester H. Germer pensarono di verificare sperimentalmente l'ipotesi di de Broglie, cioè che a ogni particella fosse associata un'onda. Davisson e Germer inviarono un fascio di elettroni su un cristallo di nichel e osservarono che il fascio, riflesso dai piani del reticolo cristallino, produceva una figura di diffrazione.

In figura, i punti neri rappresentano le posizioni dei nuclei degli atomi nel reticolo cristallino. Gli elettroni (le linee blu) vengono mandati contro il cristallo in modo che la loro traiettoria formi un angolo θ con la superficie. Gli elettroni possono essere riflessi dal primo piano cristallino (cioè la superficie del cristallo) oppure dal secondo piano cristallino, a distanza d dal primo.



Se in seguito alla riflessione gli elettroni riflessi dal primo piano interferiscono con quelli riflessi dal secondo, si può osservare a quali angoli θ si ha un massimo di interferenza e a quali angoli si ha un minimo. Poiché i due fasci sono paralleli, quando interferiscono la differenza di cammino è data dai due tratti viola in figura.

- Esprimi la differenza di cammino Δs tra gli elettroni riflessi dal primo piano e quelli riflessi dal secondo in funzione della distanza reticolare d (il segmento verde) e dell'angolo di incidenza θ.

- Esprimi la lunghezza d'onda degli elettroni in funzione dell'angolo θ per cui si ha un massimo di interferenza.
- Sulla base della relazione di de Broglie, calcola l'espressione della lunghezza d'onda di un elettrone in funzione della differenza di potenziale usata per accelerarlo.

La soluzione

- Ciascuno dei due tratti viola ha lunghezza $d\sin\theta$, quindi i due percorsi differiscono di una lunghezza

$$\Delta s = \boxed{2d\sin\theta}$$

- Se i due fasci si incontrano in un rivelatore, dovremmo avere interferenza costruttiva quando la differenza di cammino è un multiplo della lunghezza d'onda ($\Delta s = n\lambda$).

  Il primo massimo è previsto quindi quando:

$$\lambda = \boxed{2d\sin\theta}$$

- La lunghezza d'onda così ottenuta si può confrontare con quella prevista dalla formula di de Broglie. Una differenza di potenziale V fa raggiungere agli elettroni la velocità di

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$$

quindi una quantità di moto $p = mv$ e infine una lunghezza d'onda

$$\lambda = \frac{h}{p} = \boxed{\frac{h}{\sqrt{2\,meV}}}$$

Negli esperimenti è stato usato un fascio di elettroni accelerato con differenza di potenziale entro 300 V e le velocità raggiunte sono dell'ordine di 0,03c: possiamo quindi trascurare gli effetti relativistici e usare le relazioni classiche per energia e quantità di moto.

La lunghezza d'onda ricavata dalla figura di diffrazione degli elettroni coincide proprio con quella prevista dall'ipotesi di de Broglie.

Anche altre particelle diverse dagli elettroni possono manifestare proprietà ondulatorie. Per esempio, si usa la diffrazione di neutroni per studiare le strutture dei cristalli. La figura 11 paragona le figure di diffrazione da parte di un cristallo di sale (NaCl) ottenibili con neutroni e con raggi X.

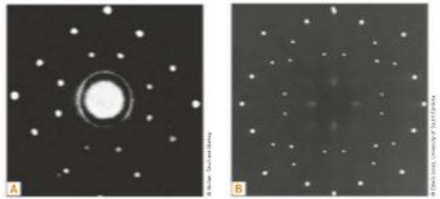


Figura 11
Figura di diffrazione con i neutroni (A) e con i raggi X (B) da parte di un cristallo di cloruro di sodio (NaCl).

Sebbene ogni particella in movimento possieda una lunghezza d'onda di de Broglie, gli effetti di tale lunghezza d'onda sono osservabili solo nel caso di particelle la cui massa sia molto piccola, dell'ordine, per esempio, di quella dell'elettrone o del neutrone.

Esempio 5 Un elettrone e una pallina da tennis a confronto

Determina la lunghezza d'onda di de Broglie:

- di un elettrone (massa = $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg) in moto a una velocità di $6 \cdot 10^6$ m/s;
- di una pallina da tennis (massa = 0,06 kg) in moto a una velocità di 13 m/s.

La soluzione

Le velocità sono piccole rispetto a quella della luce, quindi possiamo ignorare gli effetti relativistici ed esprimere la quantità di moto come il prodotto tra la massa e la velocità.

- Dall'equazione [10] otteniamo

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{(9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg})(6{,}0 \cdot 10^{6}\ \text{m/s})} = \boxed{1{,}2 \cdot 10^{-10}\ \text{m}}$$

Una lunghezza d'onda di de Broglie di $1{,}2 \cdot 10^{-10}$ m è più o meno uguale alle distanze interatomiche di un solido, come il cristallo di nichel usato da Davisson e Germer, e, quindi, porta agli effetti di diffrazione osservati.

- Un calcolo simile a quello precedente mostra che la lunghezza d'onda di de Broglie di una pallina da tennis è $\lambda = 8{,}5 \cdot 10^{-34}$ m. Questa lunghezza d'onda è notevolmente piccola, anche se paragonata con le dimensioni di un atomo (10^{-10} m) o di un nucleo (10^{-14} m). Quindi il rapporto λ/d tra questa lunghezza d'onda e la larghezza d di un'apertura ordinaria, come una finestra, è così piccolo che non è possibile osservare la diffrazione di una pallina da tennis da parte di una finestra.

6 ONDE DI PROBABILITÀ

Sia la luce sia le particelle si comportano in alcuni esperimenti come onde e in altri come corpuscoli.

In particolare, sia per la luce sia per le particelle possiamo dire che:

- la loro propagazione può essere prevista utilizzando un modello ondulatorio;
- la loro interazione con la materia (quindi anche con un rivelatore) si può descrivere bene con un modello corpuscolare.

In altri termini:

- possiamo calcolare con il modello ondulatorio *dove* troveremo massimi e minimi di interferenza sia per la luce che per le particelle;
- la misura dell'intensità dei massimi e dei minimi è in realtà un *conteggio* di interazioni corpuscolari (quanti fotoni o quanti elettroni interagiscono con il rivelatore).

L'equazione di de Broglie per la lunghezza d'onda di una particella non offre però alcuno spunto per capire di che tipo sia l'onda associata a una particella materiale. Per avere una prima idea della natura di tale onda, osserviamo la figura 12. La parte A mostra la figura a frange su uno schermo, ottenuta eseguendo

un esperimento di Young con la doppia fenditura con l'utilizzo di elettroni al posto della luce. Le frange chiare hanno luogo nei punti in cui le onde provenienti dalle fenditure interferiscono costruttivamente, mentre le frange scure corrispondono a zone in cui le onde interferiscono distruttivamente.

Quando un elettrone passa attraverso la doppia fenditura e colpisce lo schermo, il punto di arrivo diventa luminoso; le parti B, C e D della figura 12 illustrano il modo in cui questi punti diventano sempre più numerosi al passare del tempo. Con l'accumularsi degli elettroni sullo schermo, i punti luminosi finiscono per formare la figura a frange evidente nella parte D.

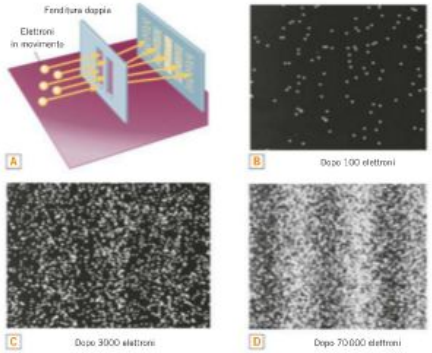


Figura 12
In questa versione dell'esperimento di Young che utilizza elettroni, la caratteristica figura a frange diventa evidente solo dopo che un numero sufficiente di elettroni ha colpito lo schermo (da A. Tonomura, J. Endo, T. Matsuda, T. Kawasaki e H. Ezawa, *Am. J. Phys.* 57 (2): 117, Feb 1989).

L'esperimento di Young con gli elettroni è stato ripetuto nel 1974 a Bologna da tre fisici italiani, Pier Giorgio Merli, Gian Franco Missiroli e Giulio Pozzi, che riuscirono a costruire un apparato in grado di far arrivare un solo elettrone alla volta sullo schermo. Anche loro ottennero una figura di interferenza, dimostrando che l'interferenza ottenuta non è causata dall'interferenza di una particella con un'altra ma dal comportamento ondulatorio dell'elettrone.

Le frange luminose si ottengono quindi dove esiste un'alta probabilità che gli elettroni colpiscano lo schermo, quelle scure dove la probabilità è bassa.

È questa la chiave per comprendere che cosa sono le onde associate alle particelle. **Le onde associate alle particelle sono onde di probabilità**, il cui valore in un determinato punto dello spazio fornisce un'indicazione della probabilità di trovare la particella in tale punto. Nella zona in cui è situato lo schermo, l'andamento della probabilità associato con le onde dà luogo alla figura a frange. Il fatto che non siano visibili frange nella parte B della figura non significa che lì non siano presenti onde di probabilità; semplicemente sono troppo pochi gli elettroni che hanno colpito lo schermo e la figura non è ancora riconoscibile.

La distribuzione di probabilità che porta alle frange della figura 12 è analoga a quella dell'intensità luminosa responsabile delle frange nell'originario esperimento di Young. Si è dimostrato che l'intensità della luce è proporzionale al quadrato dei campi elettrico o magnetico associati all'onda. In modo analogo, nel caso delle onde associate alle particelle la probabilità è proporzionale al quadrato

del modulo di una grandezza ψ (lettera greca «psi»), che viene chiamata **funzione d'onda** della particella.

Nel 1925 il fisico austriaco Erwin Schrödinger (1887-1961) e il fisico tedesco Werner Heisenberg (1901-1976) svilupparono in maniera indipendente due formulazioni teoriche per calcolare la funzione d'onda. Essi fondarono così una nuova branca della fisica chiamata **meccanica quantistica**. Il termine **quanto** si riferisce al fatto che su scala atomica, laddove occorre considerare le onde associate alle particelle, l'energia è quantizzata, in modo che solo certe particolari energie sono permesse.

La meccanica quantistica è essenziale per capire la struttura atomica e i fenomeni a essa collegati e l'equazione di Schrödinger per il calcolo della funzione d'onda è ormai largamente usata. Esploreremo la struttura dell'atomo basata sulle idee della meccanica quantistica nel prossimo capitolo.

L'esperimento influenza il risultato

L'interpretazione delle onde associate alle particelle come onde di probabilità ci permette di capire in che modo l'allestimento di un esperimento può influenzare il risultato.

Prepariamo un esperimento di Young con doppia fenditura per un fascio di elettroni in modo da poter aprire una, l'altra o entrambe le fenditure (figura 13):

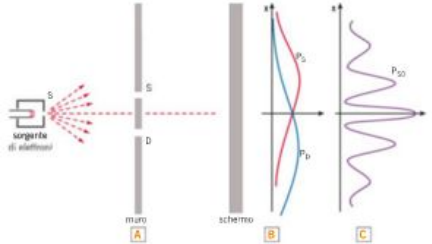


Figura 13
A. Un fascio di elettroni viene mandato contro una parete con una doppia fenditura.
B. Distribuzione degli elettroni ottenuta aprendo una sola fenditura alla volta.
C. Distribuzione degli elettroni ottenuta con entrambe le fenditure aperte.

- la curva rossa rappresenta la distribuzione di intensità di elettroni che si ottiene aprendo solo la fenditura di sinistra;
- la curva blu rappresenta la distribuzione di intensità di elettroni che si ottiene aprendo solo la fenditura di destra;
- la curva viola rappresenta la distribuzione di intensità di elettroni che si ottiene aprendo entrambe le fenditure e *non* è uguale alla somma delle altre due curve.

La distribuzione degli elettroni sullo schermo indica che il fascio si propaga come un'onda. Solo nel momento in cui avviene l'interazione con lo schermo, l'elettrone si comporta come una particella puntiforme ed è possibile dire che «si trova in un punto».

Se ora inseriamo nell'esperimento un rivelatore per determinare da che fenditura passano gli elettroni, sullo schermo appare una figura diversa (figura 14). L'interazione con il rivelatore impone infatti all'elettrone di specificare la sua posizione e l'elettrone si comporta allora da particella. La curva di intensità che si ottiene (curva nera) è in questo caso data dalla somma delle due curve ottenute chiudendo una fenditura alla volta.

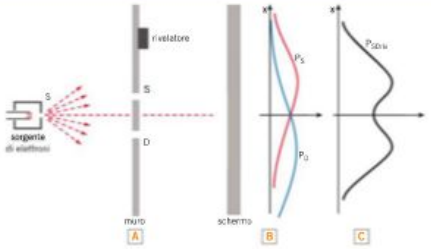


Figura 14
L'esperimento degli elettroni con doppia fenditura viene ripetuto con un dispositivo che permette di sapere da che fenditura è passato l'elettrone: in questo caso, la distribuzione che si ottiene è la somma delle due distribuzioni che si hanno con una sola fenditura aperta.

In fisica quantistica **il procedimento di misura** non è più separabile dal fenomeno fisico, nel senso che **concorre a determinare le caratteristiche del sistema**: un fenomeno non può più essere descritto «in sé», ma in relazione al particolare modo scelto per osservarlo.

In particolare, nell'esempio analizzato l'elettrone si comporta come corpuscolo nella sua interazione con il rivelatore di fenditura o con lo schermo e si comporta come un'onda quando lasciato libero di propagarsi.

L'ANGOLO MATEMATICO

La descrizione matematica del comportamento degli elettroni si basa sulla funzione d'onda.

A ogni punto x dello schermo è associato il valore $\psi(x)$ della funzione d'onda, ma l'unica grandezza osservabile è l'intensità di elettroni sullo schermo, che è proporzionale alla probabilità $P(x)$ che un elettrone arrivi in quel punto, data da $P(x) = |\psi_S(x)|^2$.

Se apriamo solo la fenditura sinistra avremo una certa funzione d'onda $\psi_S(x)$ e quindi

$$P_S(x) = |\psi_S(x)|^2$$

Se apriamo solo la fenditura destra avremo un'altra funzione d'onda e quindi

$$P_D(x) = |\psi_D(x)|^2$$

Se apriamo entrambe le fenditure la funzione d'onda sarà la somma dei due casi precedenti $\psi_{SD}(x) = \psi_S(x) + \psi_D(x)$, e la probabilità che l'elettrone arrivi in x è

$$P_{SD}(x) = |\psi_S(x) + \psi_D(x)|^2$$

che è diversa dalla somma delle due probabilità. Il fatto che la formula preveda di calcolare prima la somma e poi il modulo quadrato permette di avere anche interferenza distruttiva tra le onde di probabilità.

Se infine teniamo entrambe le fenditure aperte, ma con il rivelatore di fenditura presente, la funzione d'onda deve tener conto anche dell'interazione col rivelatore di fenditura e la probabilità di trovare l'elettrone in un certo punto dello schermo è la somma delle probabilità nei casi di singola fenditura:

$$P_{SD\text{riv}}(x) = |\psi_S(x)|^2 + |\psi_D(x)|^2 = P_S(x) + P_D(x)$$

7 IL PRINCIPIO DI INDETERMINAZIONE DI HEISENBERG

Il fatto che la propagazione di luce e particelle sia descrivibile in termini di onde di probabilità significa che i concetti di posizione, traiettoria e velocità vanno interpretati con molta più cautela di quanto non accada per gli oggetti macroscopici. Il principio di indeterminazione di Heisenberg che discutiamo in questo paragrafo è un modo per tenere conto di alcuni degli aspetti ondulatori nella propagazione delle particelle senza necessariamente abbandonare del tutto il linguaggio classico.

In base a quanto visto nel paragrafo precedente, le frange chiare della figura 12 corrispondono ai punti in cui la probabilità che un elettrone colpisca lo schermo è alta. Dal momento che è presente un certo numero di frange chiare, ciò significa che esiste un certo numero di punti dello schermo in cui questa probabilità è diversa da zero.

Non possiamo prevedere esattamente quale punto dello schermo verrà colpito dal singolo elettrone. Tutto ciò che possiamo fare è indicare la probabilità che l'elettrone vada a finire in un determinato punto. Non è più possibile affermare, come suggerito dalle leggi di Newton, che il singolo elettrone, inviato contro la doppia fenditura, proceda lungo una determinata traiettoria e colpisca un punto preciso dello schermo.

Questo semplice modello non funziona quando una particella di dimensioni paragonabili a quelle di un elettrone passa attraverso una coppia di fenditure ravvicinate. Poiché in tali circostanze diventa importante la natura ondulatoria delle particelle, si perde la possibilità di prevedere il percorso seguito dal singolo elettrone. Solo il comportamento medio di un elevato numero di particelle risulta prevedibile, mentre il comportamento della singola particella non è determinabile a priori.

Per analizzare più chiaramente la natura di questa indeterminazione, consideriamo degli elettroni inviati attraverso una fenditura singola, come in figura 15.

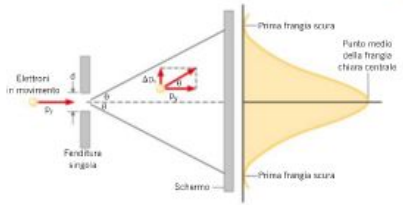


Figura 15
Quando un numero sufficiente di elettroni passa attraverso una fenditura singola e colpisce uno schermo, viene prodotta una figura a frange chiare e scure (qui viene mostrata solo la frangia centrale). Questa figura è dovuta alla natura ondulatoria dell'elettrone ed è analoga a quella prodotta dalle onde luminose.

Dopo che un numero sufficientemente elevato di elettroni avrà colpito lo schermo, emergerà una figura di diffrazione. La figura che riguarda gli elettroni consiste in un'alternanza di frange chiare e scure ed è analoga a quella associata alla diffrazione della luce. La figura 15 riproduce la fenditura e le prime frange scure da entrambi i lati della frangia chiara centrale. La frangia centrale è chiara perché in tutta la zona compresa tra le frange scure gli elettroni colpiscono lo schermo. Trascurando gli elettroni che colpiscono lo schermo al di fuori della frangia centrale, l'apertura angolare con cui gli elettroni vengono diffratti è fornita dall'angolo θ riportato nella figura.

Per giungere nei punti appartenenti all'intervallo della frangia centrale alcuni elettroni devono aver acquisito una componente della quantità di moto lungo l'asse x, nonostante siano pervenuti sulla fenditura viaggiando lungo l'asse y e quindi siano privi di una quantità di moto iniziale lungo l'asse x. La figura mostra che la componente x della quantità di moto acquisita può valere al massimo Δp_x. Il simbolo Δp_x corrisponde alla differenza tra il massimo valore della quantità di moto acquisita dall'elettrone dopo il passaggio attraverso la fenditura e il suo valore nullo prima di attraversarla. Δp_x rappresenta quindi l'**indeterminazione** nella componente x della quantità di moto, in quanto tale componente può assumere tutti i valori compresi tra zero e Δp_x.

È possibile collegare Δp_x con la larghezza d della fenditura. Per farlo, supponiamo che l'equazione $\sin\theta = m\lambda/d$, $m = 1, 2, 3 \ldots$, applicabile alle onde luminose, sia utilizzabile anche per particelle con lunghezza d'onda di de Broglie λ. Tale equazione scritta per $m = 1$, $\sin\theta = \lambda/d$, specifica l'angolo θ che localizza la prima frangia scura. Se θ è piccolo, allora $\sin\theta = \tan\theta$. Inoltre, la figura 15 indica che $\tan\theta = \Delta p_x/p_y$, dove p_y è la componente y della quantità di moto dell'elettrone. Quindi $\Delta p_x/p_y \approx \lambda/d$. Ma $p_y = h/\lambda$ secondo l'equazione di de Broglie, in modo che

$$\frac{\Delta p_x}{p_y} = \frac{\Delta p_x}{h/\lambda} \approx \frac{\lambda}{d}$$

Di conseguenza

$$\Delta p_x \approx \frac{h}{d} \qquad [11]$$

in cui si nota che minore è la larghezza della fenditura, maggiore risulta l'indeterminazione nella componente x della quantità di moto dell'elettrone.

Fu Heisenberg il primo a ipotizzare che l'indeterminazione Δp_x nella componente x della quantità di moto sia collegata all'indeterminazione nella componente x della posizione dell'elettrone che attraversa la fenditura. Siccome l'elettrone può attraversare la fenditura di larghezza d in un suo punto qualsiasi, l'indeterminazione nella componente x della posizione dell'elettrone è $\Delta x = d$. Sostituendo Δx a d nell'equazione [11] si ottiene che $\Delta p_x \approx h/\Delta x$, ovvero $(\Delta p_x) \cdot (\Delta x) \approx h$.

Il risultato ottenuto nel caso di un esperimento di diffrazione può essere generalizzato e assume la forma di principio, noto come **principio di indeterminazione di Heisenberg**.

Quantità di moto e posizione $(\Delta p_x) \cdot (\Delta x) \geq \dfrac{h}{4\pi}$ [12]

dove Δx è l'indeterminazione nella componente x della posizione di una particella e Δp_x è l'indeterminazione nella componente x della quantità di moto della particella.

Il principio di indeterminazione di Heisenberg fissa alcuni limiti alla precisione con cui posizione e quantità di moto di una particella possono essere contemporaneamente specificati. Tali limiti non sono semplicemente dovuti a tecniche di misurazione poco precise: essi sono limiti fondamentali imposti dalla natura e non è possibile «aggirarli».

L'equazione [12] indica che Δp_x e Δx non possono essere entrambe arbitrariamente piccole. Se una delle due è piccola, l'altra deve essere grande, in modo che il loro prodotto sia maggiore o uguale a $h/4\pi$. Per esempio, se la posizione di una particella è esattamente nota, in modo che Δx sia zero, allora Δp_x risulta avere un valore «infinitamente grande» e quindi la quantità di moto della particella

è completamente indeterminata. Al contrario, se supponiamo che Δp_x sia zero, allora è Δx che assume un valore «infinitamente grande» e la posizione della particella è del tutto indeterminata. In altre parole, il principio di indeterminazione di Heisenberg afferma che **è impossibile specificare contemporaneamente con precisione assoluta sia la quantità di moto sia la posizione di una particella**.

Esiste un principio di indeterminazione anche a proposito dell'energia e del tempo.

Energia e tempo $$(\Delta E) \cdot (\Delta t) \geq \frac{h}{4\pi} \qquad [13]$$

dove ΔE è l'indeterminazione nell'energia di una particella che si trova in un determinato stato e Δt è l'indeterminazione nell'intervallo di tempo durante il quale la particella permane in quello stato.

Il prodotto delle indeterminazioni nell'energia ΔE di una particella in un certo stato e nell'intervallo di tempo Δt durante il quale la particella rimane in quello stato è maggiore o uguale a $h/4\pi$. Quindi **l'indeterminazione nell'energia di una particella in un certo stato è tanto maggiore quanto più brevemente la particella si mantiene in tale stato**.

RICORDA

Osservazione sul principio di indeterminazione di Heisenberg

Il principio di indeterminazione di Heisenberg afferma che il prodotto tra Δp_i e Δx è maggiore o uguale a $h/4\pi$. L'indeterminazione minima si ha quando tale prodotto vale $h/4\pi$.

Esempio 6 Piccole e grandi masse

Supponiamo che la posizione di un corpo lungo la direzione x sia nota con precisione tale da comportare un'indeterminazione nella posizione pari solo a $\Delta x = 1{,}5 \cdot 10^{-11}$ m.

- Determina la minima indeterminazione nella quantità di moto del corpo.
- Stabilisci la corrispondente minima indeterminazione nella velocità del corpo nel caso in cui esso sia un elettrone ($m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg).
- Esegui lo stesso calcolo nel caso in cui il corpo sia una pallina da ping-pong di massa $2{,}2 \cdot 10^{-3}$ kg.

La soluzione

- La minima indeterminazione nella componente x della quantità di moto è

$$\Delta p_x = \frac{h}{4\pi \Delta x} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{4\pi (1{,}5 \cdot 10^{-11}\ \text{m})} = \boxed{3{,}5 \cdot 10^{-24}\ \text{kg} \cdot \text{m/s}}$$

- Dal momento che $\Delta p_x = m \Delta v_x$, la minima indeterminazione sulla velocità dell'elettrone è

$$\Delta v_x = \frac{\Delta p_x}{m} = \frac{3{,}5 \cdot 10^{-24}\ \text{kg} \cdot \text{m/s}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}} = \boxed{3{,}8 \cdot 10^{6}\ \text{m/s}}$$

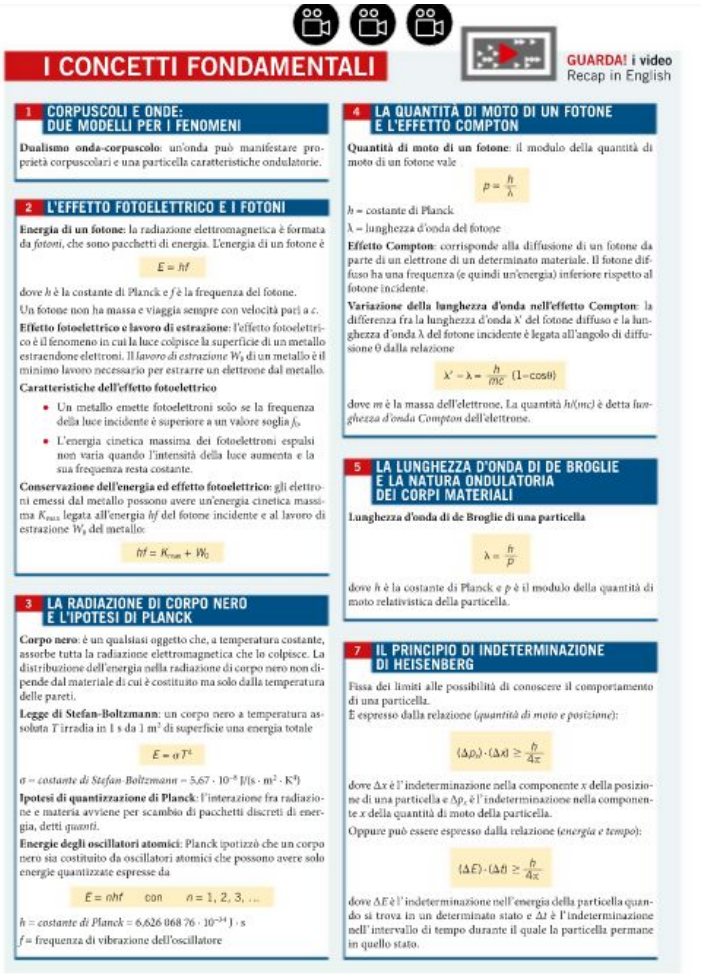
Quindi la piccola indeterminazione nella componente x della posizione dell'elettrone dà luogo a un'elevata indeterminazione sulla sua velocità.

- L'indeterminazione nella velocità della pallina da ping-pong è

$$\Delta v_x = \frac{\Delta p_x}{m} = \frac{3{,}5 \cdot 10^{-24}\ \text{kg} \cdot \text{m/s}}{2{,}2 \cdot 10^{-3}\ \text{kg}} = \boxed{1{,}6 \cdot 10^{-21}\ \text{m/s}}$$

Visto che la massa della pallina da ping-pong è relativamente grande, la piccola indeterminazione nella componente x della sua posizione dà luogo a un'indeterminazione nella sua velocità molto minore di quella dell'elettrone. Quindi, al contrario di quanto avviene per l'elettrone, possiamo sapere contemporaneamente dove si trova la palla e a che velocità si sta muovendo, con una precisione decisamente alta.

Key concepts



I CONCETTI FONDAMENTALI

GUARDA! i video
Recap in English

1 CORPUSCOLI E ONDE: DUE MODELLI PER I FENOMENI

Dualismo onda-corpuscolo: un'onda può manifestare proprietà corpuscolari e una particella caratteristiche ondulatorie.

2 L'EFFETTO FOTOELETTRICO E I FOTONI

Energia di un fotone: la radiazione elettromagnetica è formata da *fotoni*, che sono pacchetti di energia. L'energia di un fotone è

$$E = hf$$

dove h è la costante di Planck e f è la frequenza del fotone.

Un fotone non ha massa e viaggia sempre con velocità pari a c.

Effetto fotoelettrico e lavoro di estrazione: l'effetto fotoelettrico è il fenomeno in cui la luce colpisce la superficie di un metallo estraendone elettroni. Il *lavoro di estrazione* W_0 di un metallo è il minimo lavoro necessario per estrarre un elettrone dal metallo.

Caratteristiche dell'effetto fotoelettrico

- Un metallo emette fotoelettroni solo se la frequenza della luce incidente è superiore a un valore soglia f_0.
- L'energia cinetica massima dei fotoelettroni espulsi non varia quando l'intensità della luce aumenta e la sua frequenza resta costante.

Conservazione dell'energia ed effetto fotoelettrico: gli elettroni emessi dal metallo possono avere un'energia cinetica massima K_{max} legata all'energia hf del fotone incidente e al lavoro di estrazione W_0 del metallo:

$$hf = K_{max} + W_0$$

3 LA RADIAZIONE DI CORPO NERO E L'IPOTESI DI PLANCK

Corpo nero: è un qualsiasi oggetto che, a temperatura costante, assorbe tutta la radiazione elettromagnetica che lo colpisce. La distribuzione dell'energia nella radiazione di corpo nero non dipende dal materiale di cui è costituito ma solo dalla temperatura delle pareti.

Legge di Stefan-Boltzmann: un corpo nero a temperatura assoluta T irradia in 1 s da 1 m^2 di superficie una energia totale

$$E = \sigma T^4$$

σ = *costante di Stefan-Boltzmann* = $5{,}67 \cdot 10^{-8}$ J/(s · m^2 · K^4)

Ipotesi di quantizzazione di Planck: l'interazione fra radiazione e materia avviene per scambio di pacchetti discreti di energia, detti *quanti*.

Energie degli oscillatori atomici: Planck ipotizzò che un corpo nero sia costituito da oscillatori atomici che possono avere solo energie quantizzate espresse da

$$E = nhf \quad \text{con} \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

h = *costante di Planck* = $6{,}626\,068\,76 \cdot 10^{-34}$ J · s

f = frequenza di vibrazione dell'oscillatore

4 LA QUANTITÀ DI MOTO DI UN FOTONE E L'EFFETTO COMPTON

Quantità di moto di un fotone: il modulo della quantità di moto di un fotone vale

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

h = costante di Planck

λ = lunghezza d'onda del fotone

Effetto Compton: corrisponde alla diffusione di un fotone da parte di un elettrone di un determinato materiale. Il fotone diffuso ha una frequenza (e quindi un'energia) inferiore rispetto al fotone incidente.

Variazione della lunghezza d'onda nell'effetto Compton: la differenza fra la lunghezza d'onda λ' del fotone diffuso e la lunghezza d'onda λ del fotone incidente è legata all'angolo di diffusione θ dalla relazione

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$$

dove m è la massa dell'elettrone. La quantità $h/(mc)$ è detta *lunghezza d'onda Compton* dell'elettrone.

5 LA LUNGHEZZA D'ONDA DI DE BROGLIE E LA NATURA ONDULATORIA DEI CORPI MATERIALI

Lunghezza d'onda di de Broglie di una particella

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

dove h è la costante di Planck e p è il modulo della quantità di moto relativistica della particella.

7 IL PRINCIPIO DI INDETERMINAZIONE DI HEISENBERG

Fissa dei limiti alle possibilità di conoscere il comportamento di una particella.
È espresso dalla relazione (*quantità di moto e posizione*):

$$(\Delta p_x) \cdot (\Delta x) \geq \frac{h}{4\pi}$$

dove Δx è l'indeterminazione nella componente x della posizione di una particella e Δp_x è l'indeterminazione nella componente x della quantità di moto della particella.

Oppure può essere espresso dalla relazione (*energia e tempo*):

$$(\Delta E) \cdot (\Delta t) \geq \frac{h}{4\pi}$$

dove ΔE è l'indeterminazione nell'energia della particella quando si trova in un determinato stato e Δt è l'indeterminazione nell'intervallo di tempo durante il quale la particella permane in quello stato.

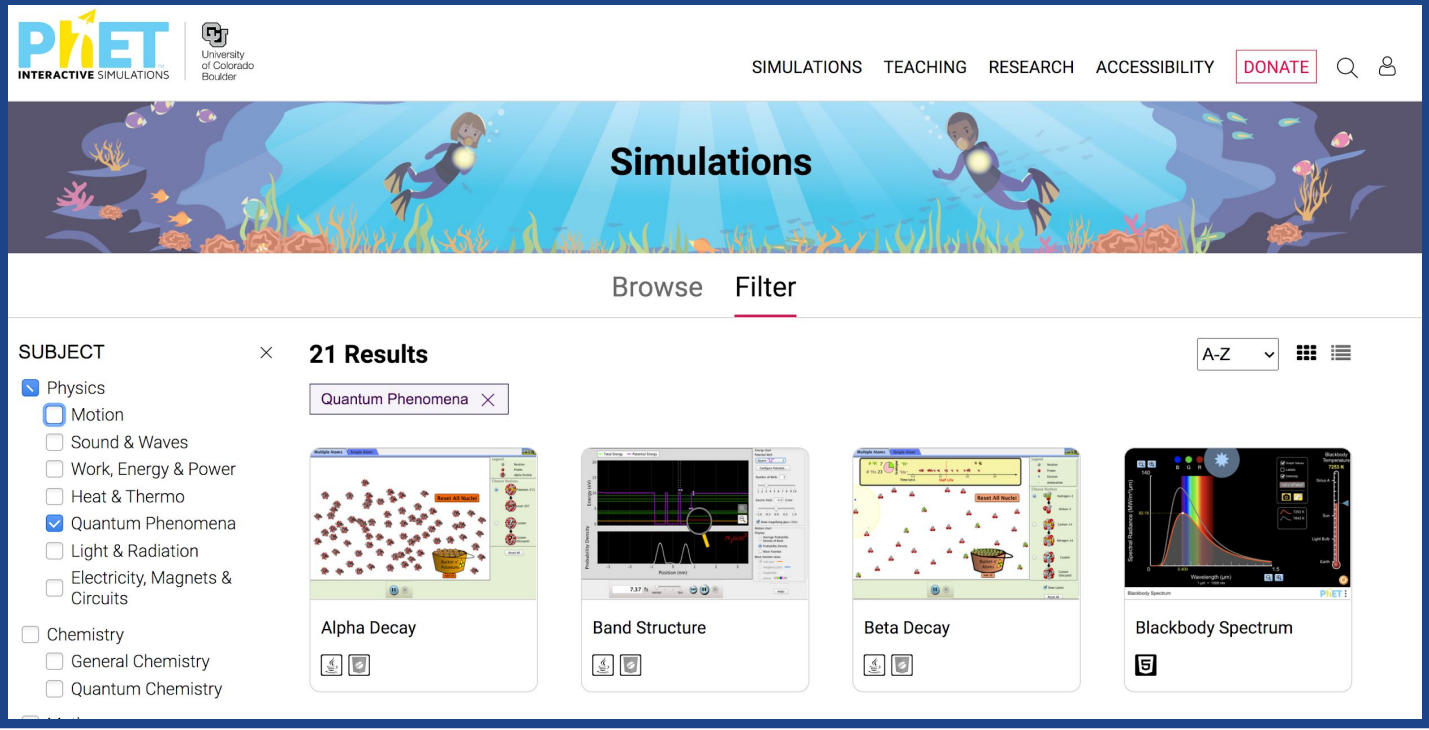
CAPITOLO 21 LA TEORIA ATOMICA	
Competenze	**Obiettivi minimi**
Comprendere le principali tappe del passaggio dalla fisica classica alla fisica moderna Conoscere e descrivere gli esperimenti che portarono alla scoperta dell'elettrone e della quantizzazione della carica elettrica Descrivere i limiti dell'interpretazione classica degli spettri a righe Conoscere e confrontare i modelli atomici	Illustrare l'esperimento di Thomson Illustrare l'esperimento di Millikan Conoscere la legge della diffrazione dei raggi X Conoscere i modelli atomici di Thomson e Rutherford
Contenuti	**Schede**
Dalla fisica classica alla fisica moderna Il moto browniano I raggi catodici e la scoperta dell'elettrone L'esperimento di Millikan e l'unità fondamentale di carica Gli spettri a righe I raggi X I primi modelli dell'atomo e la scoperta del nucleo	La fisica risponde *La tomografia assiale computerizzata* CLIL Physics *Synchrotron light*

CAPITOLO 22 LA FISICA QUANTISTICA	
Competenze	**Obiettivi minimi**
Argomentare l'ipotesi quantistica di Planck sulla radiazione del corpo nero Analizzare i singoli esperimenti, mostrare i limiti della spiegazione classica e la necessità di un'ipotesi di quantizzazione dell'energia Definire e descrivere i fotoni Descrivere le ipotesi di Bohr per il modello atomico e le caratteristiche del modello Applicare le ipotesi quantistiche nella risoluzione dei problemi Identificare e analizzare i comportamenti di onde e particelle Comprendere il significato del principio di indeterminazione di Heisenberg	Conoscere l'ipotesi di Planck sulla radiazione del corpo nero Comprendere l'effetto fotoelettrico Comprendere l'effetto Compton Definire energia e quantità di moto per i fotoni Conoscere le caratteristiche dell'atomo di Bohr Calcolare orbite, energie e spettri dell'atomo di idrogeno Conoscere i numeri quantici e il loro significato Calcolare l'indeterminazione su posizione o quantità di moto di una particella

CAPITOLO 22 LA FISICA QUANTISTICA	
Contenuti	**Schede**
La radiazione del corpo nero e l'ipotesi di Planck I fotoni e l'effetto fotoelettrico La massa e la quantità di moto del fotone L'effetto Compton Il modello di Bohr dell'atomo di idrogeno L'ipotesi di de Broglie e il dualismo onda-particella Dalle onde di de Broglie alla meccanica quantistica La teoria quantistica dell'atomo di idrogeno Il principio di indeterminazione di Heisenberg L'effetto tunnel quantistico	La fisica risponde *I pannelli fotovoltaici* CLIL Physics *Quantum information and teleportation*

Quantum Mechanics Simulations

https://phet.colorado.edu/



Developing and researching PhET simulations for teaching quantum mechanics

S. B. McKagan, K. K. Perkins, M. Dubson, C. Malley, S. Reid, R. LeMaster, and C. E. Wieman

Citation: American Journal of Physics **76**, 406 (2008); doi: 10.1119/1.2885199
View online: https://doi.org/10.1119/1.2885199
View Table of Contents: https://aapt.scitation.org/toc/ajp/76/4
Published by the American Association of Physics Teachers

https://doi.org/10.1119/1.2885199

ABSTRACT

Quantum mechanics is counterintuitive, difficult to visualize, mathematically challenging, and abstract. The Physics Education Technology (PhET) Project now includes 18 simulations on quantum mechanics designed to improve the learning of this subject. These simulations include several key features to help students build mental models and intuition about quantum mechanics: visual representations of abstract concepts and microscopic processes that cannot be directly observed, interactive environments that directly couple students' actions to animations, connections to everyday life, and efficient calculations so that students can focus on the concepts rather than the mathematics. Like all PhET simulations, these are developed using the results of research and feedback from educators, and are tested in student interviews and classroom studies. This article provides an overview of the PhET quantum simulations and their development. We also describe research demonstrating their effectiveness and discuss some insights about student thinking.

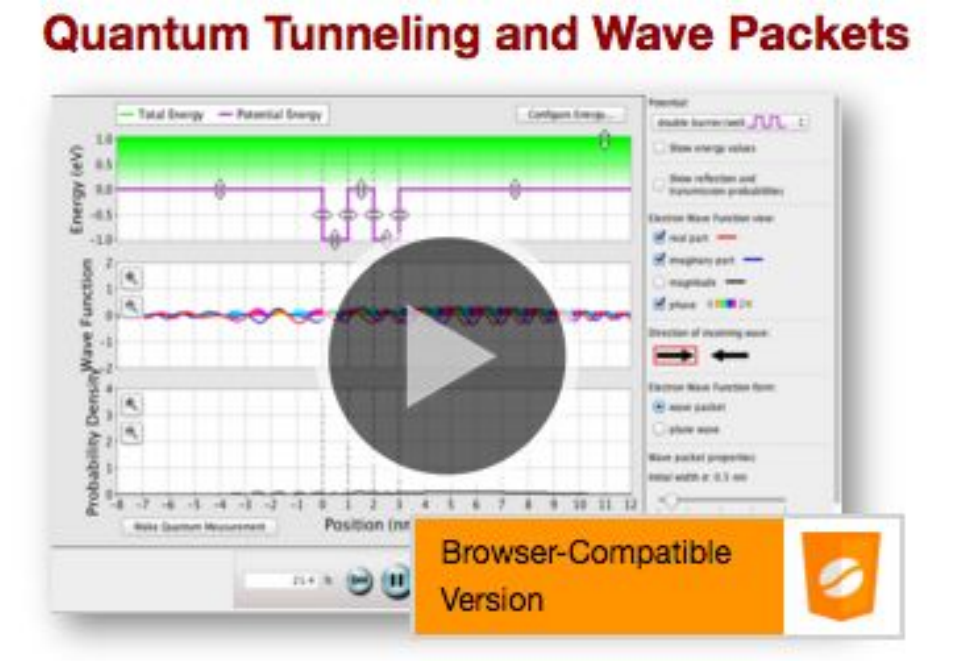
https://doi.org/10.1119/1.2885199

Table I. PhET simulations on quantum mechanics.

Fundamental principles	Historical experiments	Applications
Quantum Tunneling and Wave Packets	Photoelectric Effect	Lasers
Quantum Wave Interference	Davisson-Germer: Electron Diffraction	Neon Lights and Other Discharge Lamps
Quantum Bound States	Stern–Gerlach Experiment	Simplified MRI
Double Wells and Covalent Bonds	Rutherford Scattering	Semiconductors
Band Structure	Models of the Hydrogen Atom	Conductivity
Fourier: Making Waves	Blackbody Spectrum	Nuclear Physics

https://doi.org/10.1119/1.2885199

Quantum Tunneling and Wave Packets



https://phet.colorado.edu/en/simulation/quantum-tunneling

MQ nella formazione degli insegnanti

GLI INSEGNANTI RIFLETTONO SUI NODI CONCETTUALI DELLA MECCANICA QUANTISTICA

M. Michelini, L. Santi, A. Stefanel
Unità di Ricerca in Didattica della Fisica, Università di Udine

1. Introduzione

Accanto alla formazione in rete sulla meccanica quantistica (MQ) nell'ambito di IDIFO sono state proposte diverse attività nei workshop in presenza. Esse erano in particolare mirate alla riflessione e alla discussione sui nodi concettuali fondanti della teoria:

- una tavola rotonda di presentazione e confronto sulle diverse impostazioni delle proposte sull'insegnamento della MQ offerte in IDIFO (Sperandeo 2004; Stefanel 2008, Battaglia et al. 2010) e delle esperienze di sperimentazione
- una serie di seminari partecipati sui suoi contenuti concettuali, epistemologici, storici
- un work-shop di analisi approfondita di una proposta didattica basata sulla ricerca (Ghirardi et al. 1997; Michelini et al. 2000)
- approfondimenti sull'analisi di casi proposti in forma problematica, come angoli di riflessione di percorsi didattici sulla MQ, in particolare incentrati su: logica quantistica; formalismo; aspetti storici; nodi concettuali

http://www.fisica.uniud.it/URDF/articoli/ftp/2010/2010-43.pdf

MQ nella formazione degli insegnanti

Q1.1 Il comportamento quantistico: quali sono gli elementi che lo caratterizzano/identificano.
Q1.2 Le proprietà di un sistema: conoscerle o non conoscerle implica l'esistenza di tali proprietà?
Q1.3 La misura: come cambiano significato e ruolo della misura in MQ rispetto alla fisica classica?
Q1.4 Il risultato di una misura: sua prevedibilità e natura oggettiva delle proprietà misurate
Q1.5 Il dominio della MQ: Si può applicare la MQ ai sistemi macroscopici?

http://www.fisica.uniud.it/URDF/articoli/ftp/2010/2010-43.pdf

MQ nella formazione degli insegnanti

Q2.1 Perché insegnare MQ?
Q2.2 Concetti di base irrinunciabili in una proposta didattica in MQ. Spiegare le ragioni delle scelte.
Q2.3 Quali aspetti privilegiare (formali, storici, logici, concettuali, applicativi)?

http://www.fisica.uniud.it/URDF/articoli/ftp/2010/2010-43.pdf

Quantum Physics Conceptual Survey

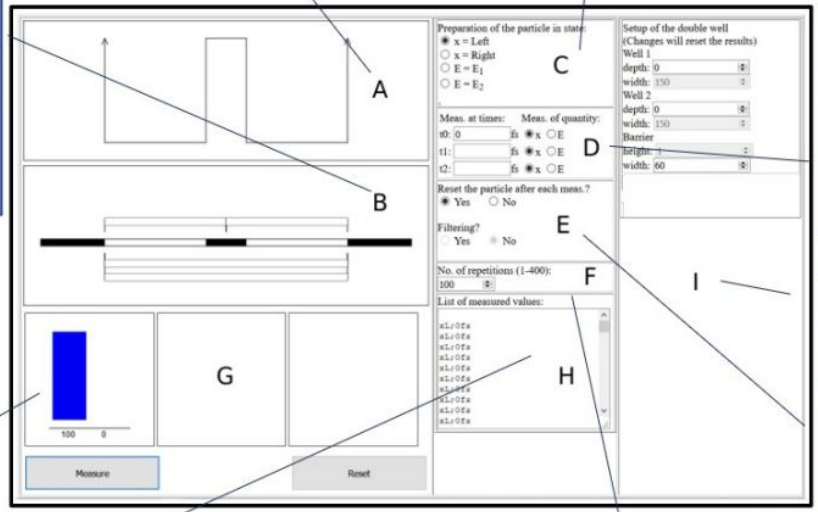
https://drive.google.com/file/d/1ldpAQgjotTTmEFQzrFsxhPz5U0RW7Xe0/view?usp=sharing

Quantum Physics
ISLE approach

L'area A mostra la doppia buca di potenziale.

L'area B mostra ciò che la buca di potenziale potrebbe essere fisicamente. Sarebbe un filo unidimensionale con aree in cui l'elettrone si muove liberamente (aree bianche) e aree dove non può accedere (aree nere)

L'area C permette di preparare lo stato iniziale dell'elettrone: puoi scegliere se inizialmente metterlo nella buca a sinistra o destra (x=Left o x=Right) o puoi scegliere il livello di energia (E=E1 o E=E2).



L'area D permette di decidere il tempo della misura espresso in femtosecondi (1 fs equivale a 1x10^-15 s). Puoi eseguire in totale tre misure. Puoi scegliere se misurare posizione o energia.

L'area G mostra la statistica dei risultati sotto forma di istogrammi. Gli istogrammi ci dicono quante volte la particella è stata misurata a sinistra e quante volte è stata misurata a destra. Per ogni tempo di misura scelto in D vi è un istogramma.

L'area I permette di modificare le impostazioni della buca. Non verrà usata.

L'area H mostra i singoli risultati.

L'area F ti permette di eseguire più misure della stessa particella automaticamente, senza dover ogni volta premere manualmente il tasto Measure.

L'area E ti serve quando devi fare misure una dopo l'altra. Se selezioni 'Yes', dopo una misura la particella ritorna allo stato iniziale definito nell'area C, se selezioni 'No', la simulazione non ritorna allo stato di preparazione iniziale.