

1

Nello spazio di Hilbert H è dato il sistema ortonormale completo $\{e^{(n)}\}_{n \geq 1}$. Si definisca

$$f^{(n)} = e^{(n)} - e^{(2n)}, \quad n \geq 1.$$

Si mostri $\{f^{(n)}\}_{n \geq 1}$ è un sistema completo (non ortonormale).

2

Si mostri che l'operatore di traslazione sulle successioni: $T_k : \ell^2 \rightarrow \ell^2$ dato da $(T_k[a])_n = a_{n+k}$, $k \in \mathbb{N}$ è un operatore continuo.