

Nome Cognome

Geometria per Ingegneria Navale e Industriale V Appello – A. A. 2023-2024

16/7/2024

Domande a risposta multipla. Ciascuna domanda ammette una sola risposta esatta che vale 1 punto. Le risposte non vanno giustificate.

Esercizi. Valgono al massimo 20 punti (totale 30/30). Le risposte vanno giustificate.

Ammissione all'orale. Occorrono almeno 5 punti alle risposte multiple e 18 in totale.

Vanno consegnati il foglio con le domande a risposta multipla e i fogli di bella copia con le soluzioni degli esercizi. Scrivere nome e cognome (in stampatello) su tutti i fogli e numerarli. Usare solo penna blu o nera. Il tempo a disposizione è di 3 ore.

Domande a risposta multipla

1) Qual è la rappresentazione trigonometrica del numero complesso $\sqrt{3} - 3i$?

- A $2\left(\cos\frac{\pi}{6} - i\sqrt{3}\sin\frac{\pi}{3}\right)$ C $2\sqrt{3}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$
 B $2\sqrt{3}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$ D $2\sqrt{3}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) - i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$

2) $\frac{2-3i}{1+2i} =$ A $-4-7i$ B $2-3i$ C $-\frac{4}{5} + \frac{7}{5}i$ D $-\frac{4}{5} - \frac{7}{5}i$

3) Sia $f: \mathbb{C}^7 \rightarrow \mathbb{C}^3$ un'applicazione lineare suriettiva.

Allora $\dim \ker f =$ A 1 B 2 C 3 D 4 E 10

4) Consideriamo una matrice $A \in M_{3,4}(\mathbb{R})$ di rango 3. Allora le colonne di A

- A sono linearmente indipendenti
 B generano \mathbb{R}^3
 C generano \mathbb{R}^4
 D nessuna delle precedenti è vera

5) Esistono matrici congruenti $A, B \in M_2(\mathbb{R})$ con $\det A \neq \det B$

- A Vero B Falso C nessuna delle precedenti

6) Dire per quali $k \in \mathbb{R}$ sono parallele le rette $r, s \subset \mathbb{R}^2$ di equazioni

$$r: x + ky = 2 + k^2 \quad s: x - ky = 1$$

- A $k = 0$ B $k \neq 0$ C $k = \pm 1$ D $k \neq \pm 1$ E $\forall k \in \mathbb{R}$

7) Qual è l'angolo tra i seguenti vettori di \mathbb{R}^3 ?

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- A $3\sqrt{2}$ B $\frac{\pi}{2}$ C $\frac{1}{2}$ D $\frac{\pi}{3}$ E 1

8) Qual è il rango della seguente matrice?

$$\begin{pmatrix} 1+i & -2i & 0 \\ 1 & 1 & i \\ 1-i & -4i & 2 \end{pmatrix}$$

- A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

9) L'applicazione seguente è lineare

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 1$$

- A Vero B Falso C Nessuna delle precedenti

10) La seguente matrice rappresenta un prodotto scalare su \mathbb{R}^2 rispetto alla base canonica

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

- A Vero B Falso C Nessuna delle precedenti

Geometria per Ingegneria Navale e Industriale

V Appello – A. A. 2023-2024

16/7/2024

Esercizi

1) (10 punti) Consideriamo l'applicazione $L_A \in \text{End}(\mathbb{R}^2)$ determinata dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(a) (1 punto) Calcolare $L_A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

(b) (2 punti) Verificare che L_A è invertibile e che si ha $L_A = L_A^{-1}$.

(c) (1 punto) L_A è autoaggiunto rispetto al prodotto scalare canonico di \mathbb{R}^2 ?

(d) (6 punti) Determinare una base ortonormale \mathcal{U} di \mathbb{R}^2 che diagonalizza L_A , la matrice $M_{\mathcal{U}}^{\mathcal{U}}(L_A)$ e la matrice del cambio di base $M_{\mathcal{U}}^{\mathcal{E}_2}(\text{id}_{\mathbb{R}^2})$.

2) (10 punti) Si considerino i due piani $H, T \subset \mathbb{R}^3$ di equazioni rispettivamente

$$H: x - y - 5z = 2$$

$$T: x + y + z = 1.$$

(a) (1 punto) Verificare che il punto

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

appartiene a T ma non ad H .

(b) (1 punto) Calcolare la distanza tra A e H .

(c) (8 punti) Determinare equazioni cartesiane per la retta r contenuta nel piano T , passante per il punto A e parallela ad H .