

Nome Cognome

Geometria per Ingegneria Navale e Industriale VI Appello — A. A. 2023-2024

29/7/2024

Domande a risposta multipla. Ciascuna domanda ammette una sola risposta esatta che vale 1 punto. Le risposte non vanno giustificate.

Esercizi. Valgono al massimo 20 punti (totale 30/30). Le risposte vanno giustificate.

Ammissione all'orale. Occorrono almeno 5 punti alle risposte multiple e 18 in totale.

Vanno consegnati il foglio con le domande a risposta multipla e i fogli di bella copia con le soluzioni degli esercizi. Scrivere nome e cognome (in stampatello) su tutti i fogli e numerarli. Usare solo penna blu o nera. Il tempo a disposizione è di 3 ore.

Domande a risposta multipla

- 1) Qual è la rappresentazione trigonometrica del numero complesso $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$?
- A $\frac{1}{2} \left(-\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$ C $-\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$
- B $\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}$ D $\frac{1}{2} \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$
- 2) $\frac{1+3i}{1+2i} =$ A $7+i$ B $\frac{7}{5} + \frac{1}{5}i$ C $\frac{3}{2}$ D $\frac{7}{5} - \frac{1}{5}i$ E $1 + \frac{3}{2}i$
- 3) Sia $f: \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^3$ un'applicazione lineare tale che $\dim \ker f = 3$. Allora f è
- A iniettiva ma non suriettiva D nulla
- B suriettiva ma non iniettiva E nessuna delle precedenti è vera
- C biiettiva
- 4) Consideriamo una matrice $A \in M_4(\mathbb{C})$ di rango 1. Allora le colonne di A
- A sono base per \mathbb{C}^4
- B sono proporzionali ad una certa colonna di A
- C generano \mathbb{C}^4
- D nessuna delle precedenti è vera

5) Se due matrici $A, B \in M_2(\mathbb{R})$ hanno lo stesso determinante allora sono simili.

- A Vero B Falso C nessuna delle precedenti

6) Dire per quali $k \in \mathbb{R}$ sono paralleli i piani $a, b \subset \mathbb{R}^3$ di equazioni

$$a: 2x + ky - z = 2 + k^4 \quad s: kx - 2y + z = 1$$

- A $k = 0$ B $k \neq 0$ C $k = \pm 1$ D nessuno E $\forall k \in \mathbb{R}$

7) Qual è l'angolo tra i seguenti vettori di \mathbb{R}^3 ?

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- A $2\sqrt{2}$ B $\frac{\pi}{2}$ C π D $\frac{\pi}{3}$ E 0

8) Qual è il rango della seguente matrice?

$$\begin{pmatrix} 1+i & -2i & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 1-i & 0 \end{pmatrix}$$

- A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

9) L'applicazione seguente è lineare

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad f \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y - 1 \\ y - x \end{pmatrix}$$

- A Vero B Falso C Nessuna delle precedenti

10) La forma bilineare su \mathbb{R}^2 rappresentata, rispetto alla base canonica, dalla seguente matrice, è un prodotto scalare

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

- A Vero B Falso C Nessuna delle precedenti

Geometria per Ingegneria Navale e Industriale

VI Appello – A. A. 2023-2024

29/7/2024

Esercizi

1) (10 punti) Consideriamo l'applicazione $L_A \in \text{End}(\mathbb{R}^2)$ determinata dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) (4 punti) Determinare una base per il nucleo e una base per l'immagine di L_A .
(b) (6 punti) Determinare una base \mathcal{U} di \mathbb{R}^2 che diagonalizza L_A e la matrice di L_A rispetto a tale base.

2) (10 punti) Si considerino i due piani $a, b \subset \mathbb{R}^3$ di equazioni rispettivamente

$$a: x - 2z = 1$$

$$b: y + z = 1.$$

- (a) (4 punti) Determinare una base per la giacitura di a .
(b) (6 punti) Determinare equazioni cartesiane della retta r parallela ai due piani a e b , e passante per il punto

$$Q = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$