Nome .... **Cognome** ....

Geometria per Ingegneria Navale e Industriale
VII Appello — A. A. 2023-2024

16/9/2024

Domande a risposta multipla. Ciascuna domanda ammette una sola risposta esatta che vale 1 punto. Le risposte non vanno giustificate.

Esercizi. Valgono al massimo 20 punti (totale 30/30). Le risposte vanno giustificate.

Ammissione all'orale. Occorrono almeno 5 punti alle risposte multiple e 18 in totale.

Vanno consegnati il foglio con le domande a risposta multipla e i fogli di bella copia con le soluzioni degli esercizi. Scrivere nome e cognome (in stampatello) su tutti i fogli e numerarli. Usare solo penna blu o nera. Il tempo a disposizione è di 3 ore.

Domande a risposta multipla

1) Qual è la rappresentazione trigonometrica del numero complesso $\left(\sqrt{3}+i\right)^2$?

$\boxed{\text{A}}$ $4\left(-\cos\dfrac{2\pi}{3}+i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$

$\boxed{\text{B}}$ $4\left(\cos\dfrac{\pi}{3}+i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$

$\boxed{\text{C}}$ $\cos\dfrac{\pi}{3}+i\sin\dfrac{\pi}{3}$

$\boxed{\text{D}}$ $4\left(\cos\dfrac{\pi}{6}+i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$

2) $\dfrac{-3+i}{i}=$ $\boxed{\text{A}}$ $3+i$ $\boxed{\text{B}}$ $3-i$ $\boxed{\text{C}}$ -2 $\boxed{\text{D}}$ $1+3i$ $\boxed{\text{E}}$ $1-3i$

3) Sia $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ un'applicazione lineare tale che $\dim\ker f=2$. Allora f è

$\boxed{\text{A}}$ iniettiva ma non suriettiva

$\boxed{\text{B}}$ suriettiva ma non iniettiva

$\boxed{\text{C}}$ biiettiva

$\boxed{\text{D}}$ nulla

$\boxed{\text{E}}$ nessuna delle precedenti è vera

4) Consideriamo una matrice $A\in M_5(\mathbb{R})$ di rango 5. Allora le righe di A

$\boxed{\text{A}}$ sono base per $\mathbb{R}^5$

$\boxed{\text{B}}$ sono proporzionali ad una certa riga di A

$\boxed{\text{C}}$ generano $\mathbb{R}^5$ ma possono essere linearmente dipendenti

$\boxed{\text{D}}$ nessuna delle precedenti è vera

5) Una matrice $A \in M_n(\mathbb{R})$ è ortogonale se e solo se

$\boxed{\text{A}}$ $A^{-1}A = I_n$

$\boxed{\text{B}}$ ${}^tAA = I_n$

$\boxed{\text{C}}$ $A = A^{-1}$

$\boxed{\text{D}}$ Le colonne di A sono a due a due ortogonali

6) Dire per quali $k \in \mathbb{R}$ sono incidenti i piani $a, b \subset \mathbb{R}^3$ di equazioni

$$a\colon\ kx + ky - z = 2$$
$$b\colon\ kx - 2ky - z = 1$$

$\boxed{\text{A}}$ $k = 0$ $\boxed{\text{B}}$ $k \neq 0$ $\boxed{\text{C}}$ $k = \pm 1$ $\boxed{\text{D}}$ nessuno $\boxed{\text{E}}$ $\forall\, k \in \mathbb{R}$

7) Qual è l'angolo tra i seguenti vettori di $\mathbb{R}^3$?

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\boxed{\text{A}}$ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\boxed{\text{B}}$ $\dfrac{\pi}{2}$ $\boxed{\text{C}}$ π $\boxed{\text{D}}$ $\dfrac{\pi}{3}$ $\boxed{\text{E}}$ $\dfrac{\pi}{4}$

8) Qual è il determinante della seguente matrice?

$$\begin{pmatrix} i & -2i & 3 \\ 1 & 0 & -i \\ 0 & 1+i & 2 \end{pmatrix}$$

$\boxed{\text{A}}$ 0 $\boxed{\text{B}}$ i $\boxed{\text{C}}$ $2+6i$ $\boxed{\text{D}}$ $1+6i$ $\boxed{\text{E}}$ $4-3i$

9) L'applicazione seguente è lineare

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2, \qquad f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2023\,x + 2024\,y \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\boxed{\text{A}}$ Vero $\boxed{\text{B}}$ Falso $\boxed{\text{C}}$ Nessuna delle precedenti

10) La forma bilineare su $\mathbb{R}^2$ rappresentata, rispetto alla base canonica, dalla seguente matrice, è un prodotto scalare

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -7 & -3 \end{pmatrix}$$

$\boxed{\text{A}}$ Vero $\boxed{\text{B}}$ Falso $\boxed{\text{C}}$ Nessuna delle precedenti

Geometria per Ingegneria Navale e Industriale
VII Appello — A. A. 2023-2024

16/9/2024

Esercizi

1) *(10 punti)* Consideriamo l'applicazione $L_A \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^3)$ determinata dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(a) *(4 punti)* Determinare una base per il nucleo e una base per l'immagine di L_A.

(b) *(6 punti)* Determinare, se esiste, una base $\mathcal{U}$ diagonalizzante per L_A, la matrice di L_A rispetto a tale base e la matrice del cambio di base $M_{\mathcal{U}}^{\mathcal{E}_3}(\mathrm{id}_{\mathbb{R}^3})$.

2) *(10 punti)* Si considerino i due piani $a, b \subset \mathbb{R}^3$ di equazioni rispettivamente

$$a\colon x - 2y + z = -1$$
$$b\colon -x + y + z = 1.$$

(a) *(5 punti)* Determinare una base ortonormale per la giacituta di a.

(b) *(5 punti)* Sia r la retta d'intersezione tra a e b. Determinare l'equazione cartesiana del piano che contiene r e passante per il punto

$$Q = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$