

martedì 24 settembre 2024 ore 8-10 Enunciato del Principio di Induzione, p. 43 Barozzi et al. Applicazioni del Principio di Induzione: la disuguaglianza di Bernoulli, p. 47 Barozzi et al. ; sommatorie, somma dei numeri naturali $\leq n$, p. 44 Barozzi et al. , somme geometriche di ragione $x \neq 1$

mercoledì 25 settembre 2024 ore 8-10 Fattoriali e coefficienti binomiali, p. 43 e p. 56 Barozzi et al. Formula di Newton del binomio (solo enunciata), p. 57 Barozzi et al. con la dimostrazione di un lemma che giustifica l'algoritmo del Triangolo di Tartaglia. Assegnati esercizi delle sezioni (0.6), (0.7). Assioma di completezza: classi separate ed elemento di separazione, p. 33 Barozzi et al. Definizione di estremo superiore di un insieme limitato superiormente: dimostrazione della sua unicità; inizio della dimostrazione dell'esistenza.

Giovedì 26 settembre 2024 ore 8-10 Termine della dimostrazione dell'esistenza dell'estremo superiore per sottoinsiemi di \mathbb{R} limitati superiormente. Definizione di massimo. Caso degli insiemi illimitati superiormente. Estremo inferiore di un sottoinsieme di \mathbb{R} , minimo. Verifica che $\sup \mathbb{N} = +\infty$ (con dim.). Principio di Archimede (con dim.). Dimostrazione del prodotto notevole relativo a $a^n - b^n$.

Venerdì 27 settembre 2024 ore 8-10 Definizione della funzione valore assoluto $|x|$ e proprietà, p. 35 Barozzi et al. In particolare, dimostrazione della disuguaglianza triangolare (la proprietà 3 del Teorema 0.6.8 in Barozzi et al.). Definizione di $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ per L numero reale e per una funzione a valori reali definita su un sottoinsieme X di \mathbb{R} con $\sup X = +\infty$.

martedì 1 ottobre 2024 ore 8-10 Definizione di successione. Esempi. Definizione di limite di una successione di numeri reali (per limiti finiti). Teorema dell'unicità del limite (con dim.). Svolgimento di vari esercizi.

mercoledì 2 ottobre 2024 ore 8-10 Definizioni di $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ e di $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$. Regole della somma (dimostrata nel caso di limiti reali), 1.5.5 Barozzi et al., del prodotto, 1.5.5 Barozzi et al., e del quoziente, 1.5.16 Barozzi et al., queste ultime due solo enunciate. Qualche esempio. Verifica che se $\text{card } X < +\infty$ con X sottoinsieme di \mathbb{R} allora esiste $\max X$.

giovedì 3 ottobre 2024 ore 8-10 Teorema del confronto, 1.4.2 Barozzi et al. Teorema dei Carabinieri (con dim.), 1.4.7 Barozzi et al. Esempi: per $b > 1$ verifica di $\lim_{n \rightarrow +\infty} b^n = +\infty$ 1.4.12 Barozzi et al. ; per $b > 1$ verifica di $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{b^n}{n} = +\infty$; per $b > 1$ e qualsiasi verifica di $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{b^n}{n^2} = +\infty$; per $b > 1$ verifica di $\lim_{n \rightarrow +\infty} b^{1/n} = 1$ 1.4.13 Barozzi et al.

Venerdì 4 ottobre ore 8-10 Vari esercizi: Verifica che se $|a| < \varepsilon$ per ogni $\varepsilon > 0$ allora , 1.2.11 Barozzi et al.; verifica che nella definizione di limite non serve considerare tutti i $\varepsilon > 0$ ma basta prendere ε in un

sottoinsieme di $(0, +\infty)$ il cui estremo inferiore sia uguale a 0; verifica che per $b > 1$ e qualsiasi N verifica di $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{b^n}{n^N} = +\infty$. Funzioni monotone. Dimostrazione dell'esistenza del limite di funzioni monotone, Teorema 1.8.11 Barozzi et al.

A partire dal lunedì 7 ottobre nella fascia 16-18 Aula Magna Edificio M ci saranno esercitazioni tenute dal dott. Ariel Surya Boiardi.

martedì 8 ottobre 2024 ore 8-10 La successione $(1 + 1/n)^n$ è strettamente crescente, 1.8.8 Barozzi et al. : numero di Neper. Funzioni di variabile reale. Grafico di una funzione Funzioni iniettive, suriettive e biiettive. Funzioni inverse di funzioni biiettive e loro grafico. Funzioni periodiche. Definizione di $\arcsin(x)$ e di $\arctan(x)$, p. 152 Barozzi et al. Un esercizio che combina prodotto notevole e limiti.

mercoledì 9 ottobre 2024 ore 8-10 Immagine di un insieme e controimmagine di un insieme. Funzione $[x]$, la parte intera di x , funzione segno funzione di Heaviside Funzioni pari, dispari. Inizio della discussione delle funzioni iperboliche, $\sinh(x)$, $\cosh(x)$ e definizione di $\tanh(x)$, sez. 2.5 Barozzi et al. Definizione di o piccolo. Calcolo di $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt[n]{x^2 + 1} - \sqrt[n]{x^2 + x + 1}) = 0$ per ogni $n \geq 3$

giovedì 10 ottobre 2024 ore 8-10 Grafico di $\tanh(x)$ Definizione di punto di accumulazione per un sottoinsieme X di \mathbb{R} . Esempi, casi $X=(0,1)$, \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} . Chiusura di un insieme. Definizione di sottosuccessione.

Venerdì 11 ottobre 2024 ore 8-10 Definizione di $\lim_{x \rightarrow y} f(x) = L$ per L in \mathbb{R} per y un punto di accumulazione del dominio di f . Definizione di continuità di una funzione $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ in un punto y in X . Teorema sulle regole dei limiti (somma, prodotto, quoziente, tutte senza dim). Teoremi del confronto e dei Carabinieri (solo gli enunciati). Definizione di $\lim_{x \rightarrow y} f(x) = +\infty$ e di $\lim_{x \rightarrow y} f(x) = -\infty$. Inizio della verifica della continuità di $\sin(x)$ in 0.

martedì 15 ottobre 2024 ore 8-10 Continuità della funzione valore assoluto. Verifica della continuità di $\sin(x)$ e di $\cos(x)$ in 0 e verifica della continuità di $\sin(x)$ in tutto \mathbb{R} . Dimostrazione di $\lim_{x \rightarrow 0} \sin(x)/x = 1$. Definizione di limite destro e limite sinistro, 4.6.3 Barozzi et al. Relazione tra limite e limiti destro e sinistro, 4.6.6 Barozzi et al. Teorema sui limite destro e sinistro per funzioni monotone (senza dim.), 4.6.9 Barozzi et al. Dimostrazione della continuità di b^x .

Mercoledì 16 ottobre, giovedì 17 ottobre e venerdì 18 ottobre le lezioni di Analisi Matematica 1 sono cancellate perché le relative aule saranno utilizzate per Porte Aperte.

martedì 22 ottobre 2024 ore 8-10 Teorema degli zeri per funzioni continue, 4.2.3 Barozzi et al. Esempio dell'esistenza di uno zero reale per polinomi a coefficienti reali di grado dispari. Teorema dei valori intermedi, 4.2.8 Barozzi et al. Logaritmo. Teorema di Bolzano Weierstrass, con dim.

mercoledì 23 ottobre 2024 ore 8-10 Teorema di Weierstrass per funzioni continue (con dim.), 4.2.13 Barozzi et al. Composizione di funzioni. Teorema della continuità della funzione inversa (solo enunciato), 4.3.5 Barozzi et al. Continuità delle composizioni di funzioni continue (solo enunciata), 4.3.3 Barozzi et al. Esempio: continuità di x^a .

giovedì 24 ottobre 2024 ore 8-10 Verifica che $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 1/x)^x = e$ $\lim_{y \rightarrow 0} \log(1 + y)/y = 1$ (con dim), $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - 1)/x = 1$ (con dim), vedi anche Barozzi et al. p.247, $\lim_{x \rightarrow 0} [(x + 1)^a - 1]/x = a$ (senza dim.). Rapporti incrementali, 5.2.1 Barozzi et al., e significato geometrico, 5.2.2 Barozzi et al

Venerdì 25 ottobre 2024 ore 8-10 Definizione di derivata, 5.2.3 Barozzi et al. Retta tangente al grafico in un punto, formula (5.2.4) Barozzi et al. Dim. di $(c)'=0$, di $(e^x)' = e^x$ e di $(x^a)' = a x^{a-1}$ (regola della potenza). $(\log x)' = x^{-1}$ (con dim). Teorema di continuità nei punti dove una funzione è derivabile, 5.2.12 Barozzi et al. Teorema sull'algebra delle derivate (con dimostrazione di regole del prodotto e del quoziente), 5.3.7 Barozzi et al.

martedì 29 ottobre 2024 ore 8-10 Calcolo di $(\sin x)'$, $(\cos x)'$ e $(\tan x)'$ di $(e^{-x})'$ $(\sinh x)'$, $(\cosh x)'$ e $(\tanh x)'$. Teorema della derivata della funzione inversa (con dim.), 5.3.16 Barozzi et al. Esempi: derivata di $\arcsin(x)$ e di $\arctan(x)$. Regola della catena, cioè derivata della composizione di due funzioni (con dim). Esempio: calcolo di $(x^x)'$.

mercoledì 30 ottobre 2024 ore 8-10 Teorema di Fermat, con dim., 5.5.6 Barozzi et al. Tre esempi in uno dei quali si dimostra che $1+x \leq e^x$ su \mathbb{R} . Teorema di Rolle, con dim., 5.6.1 Barozzi et al.

giovedì 31 ottobre 2024 ore 8-10 Teorema di Lagrange, con dim., 5.6.2 Barozzi et al. Enunciato del Teorema di Cauchy. Prima regola dell'Hopital (con dim.). Enunciato della seconda regola dell'Hopital (nel caso $\frac{0}{0}$) e vari commenti sull'enunciato.

martedì 5 novembre 2024 ore 8-10 Dimostrazione della seconda regola dell'Hopital (nel caso $\frac{0}{0}$). Terza regola dell'Hopital (senza dim.). Qualche esempio di limite relativo alle regole dell'Hopital. Un esercizio con la parte intera.

mercoledì 6 novembre 2024 ore 8-10 Tre distinte definizioni di funzione convessa. Caratterizzazioni in termini di f' e di f'' . Funzioni concava. Flessi.

giovedì 7 novembre 2024 ore 8-10 Utilizzo di f'' per trovare i flessi, vari esempi. Un esempio di studio di funzione. Rette asintotiche a $+\infty$ e a $-\infty$.

Venerdì 8 novembre 2024 ore 8-10 Definizione di polinomio di Taylor, 5.9.4 Bartozzi et al. Polinomi di McLaurin. Derivazione dei polinomi di McLaurin di e^x , $\sin(x)$ e $\cos(x)$. Un esercizio sui limiti

martedì 12 novembre 2024 ore 8-10 Prodotti (o produttorie). Derivate di qualsiasi ordine di x^a , di $(1+x)^a$ e polinomi di McLaurin di quest'ultima. Dimostrazione che il polinomio di Taylor di ordine n in x_0 è l'unico polinomio di grado $\leq n$ che ha le stesse derivate di f nel punto x_0 fino all'ordine n .

mercoledì 13 novembre 2024 ore 8-10 Dimostrazione della Formula di Peano per il resto. Discussione sul fatto che se $p(x)$ è un polinomio di grado minore o uguale di n con $p(x) = o((x-x_0)^n)$ allora $p(x)$ è il polinomio nullo (con dim.). Dimostrazione del fatto che se $f(x) = p(x) + o((x-x_0)^n)$ con $p(x)$ un polinomio di grado minore o uguale di n , allora p è il polinomio di Taylor di ordine n di f in x_0 . Calcolo di tutti i polinomi di McLaurin della funzione $f(x) = x^2 \sin(x^3)$

giovedì 14 novembre 2024 ore 8-10 Polinomi di McLaurin di $(1+x)^{-1}$, $(1-x)^{-1}$, $(1+x^2)^{-1}$. Derivate di qualsiasi ordine e polinomi di McLaurin di $\log(1+x)$. Formula di Lagrange per il resto (con dim.), 5.9.7 Barozzi et al. Esempi: approssimazione del numero di Neper e con un numero razionale con un errore più piccolo di 10^{-3} .

Venerdì 15 novembre 2024 ore 8-10 Verifica che il numero di Neper e è irrazionale. Calcolo di vari polinomi di McLaurin: per $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$; esercizio 4 esame del 12/02/2024; esercizio 4 esame del 08/07/2024.

martedì 19 novembre 2024 ore 8-10 Cenni introduttivi all'integrazione. Decomposizioni Δ di intervalli e loro calibro $|\Delta|$. Raffinamenti di decomposizioni Somme superiori $S(\Delta)$ e somme inferiori $s(\Delta)$ associate ad una data funzione f . Calcolo di $S(\Delta)$ e $s(\Delta)$ nel caso di funzioni costanti, funzione di Dirichlet, funzioni crescenti e funzioni decrescenti. Lemma sul fatto che $s(\Delta) \leq s(\Delta') \leq S(\Delta') \leq S(\Delta)$ se Δ' è un raffinamento di Δ (senza dim.). Lemma sul fatto che date due decomposizioni esiste una decomposizione che è un raffinamento di entrambe (senza dim.). Corollario sul fatto che $s(\Delta') \leq S(\Delta)$ per ogni coppia Δ', Δ (con dim.). Definizione di integrale superiore e di integrale inferiore. Calcolo dell'integrale superiore ed inferiore per funzioni costanti.

mercoledì 20 novembre 2024 ore 8-10 Teorema con una condizione necessaria e sufficiente perché una funzione sia integrabile secondo Darboux (con dim.) 6.3.11 Barozzi et al. Integrabilità per Darboux delle funzioni monotone (con dimostrazione). Integrabilità per Darboux delle funzioni continue (con dim. nel caso di funzioni con derivata continua). Integrabilità per Darboux di somme e prodotti di funzioni integrabili (senza dim.). Teor. sull'integrabilità di $|f(x)|$ se $f(x)$ è integrabile (senza dim.) e disuguaglianza triangolare.

giovedì 21 novembre 2024 ore 8-10 Teorema del confronto (con dim.). Dimostrazione della disuguaglianza triangolare. Dimostrazione del teorema della media. Un esempio di funzione $f(x)$ non

integrabile tale che $|f(x)|$ è integrabile. Additività dell'integrale rispetto al dominio di integrazione, 6.3.17 Barozzi et al. Integrale di Riemann e sua equivalenza con l'integrale di Darboux (senza dim.). Calcolo di un limite.

Venerdì 22 novembre 2024 ore 8-10 Funzioni localmente integrabili. Funzione integrale $F(x) := \int_{x_0}^x f(t) dt$ per f una funzione localmente integrabile in un intervallo I . Continuità di F in I . Teorema Fondamentale del Calcolo (con dim.), che corrisponde al Teorema 6.5.11 in Barozzi et al. Primitive e funzioni primitivabili.

martedì 26 novembre 2024 ore 8-10 Teorema per la valutazione degli integrali (con dim.), 6.5.1. Barozzi et al. Tavola di primitive, Tabella 6.5.1 Barozzi et al. Teorema dell'integrazione per parti (con dim.), 6.6.1. Barozzi et al. Vari esempi di calcolo di utilizzo della metodo di integrazione per parti.

mercoledì 27 novembre 2024 ore 8-10 Formula del cambio di variabile per integrali indefiniti (con dim.) ed esempi.

giovedì 28 novembre 2024 ore 8-10 Formula del cambio di variabile per integrali definiti (con dim.). Due esempi, con in particolare il calcolo della lunghezza del grafico di $y=x^2$ nell'intervallo $[0,1]$. Calcolo esplicito della funzione inversa di $\sinh(x)$ e di $\cosh(x)$ quando quest'ultima è ristretta per x in $[0,+\infty)$. Verifica che la funzione di Heaviside non è primitivabile in \mathbb{R} .

venerdì 29 novembre 2024 ore 8-10 Espansione di Hermite per funzioni razionali : un primo esempio. Calcolo di un limite in vari modi.

martedì 3 dicembre 2024 ore 8-10 Vari esempi di espansioni di Hermite.

mercoledì 4 dicembre 2024 ore 8-10 Teorema sulla espansione di Hermite per funzioni razionali (p. 392 e seguenti in Barozzi et al.) : enunciato (senza dim.) nel caso $R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ con grado $P <$ grado Q . Esempi ed una diversa formulazione . Definizione di integrale generalizzato (o improprio) .

giovedì 5 dicembre 2024 ore 8-10 Integrabilità di funzioni x^{-p} in $(0, 1]$. Integrabilità di funzioni x^{-p} in $[1, \infty)$: enunciato e dimostrazione . Teorema su monotonia e linearità dell'integrale improprio (senza dim). Aut-Aut (con dim.). Teorema del confronto (con dim.), 7.2.1 Barozzi et al.

venerdì 6 dicembre 2024 ore 8-10 Teorema del confronto asintotico per integrali impropri (senza dim.) 7.2.6 Barozzi et al. Integrabilità assoluta. Esempi. Verifica che $\sin(x)/x^p$ è integrabile in $[1, +\infty)$ per ogni $p > 0$.

martedì 10 dicembre 2024 ore 8-10 Verifica che $\sin(x^p)$ è integrabile in $[1, +\infty)$ per ogni $p > 1$. Un altro esempio. Equazioni differenziali lineari del primo ordine. Qualche esempio di uso del metodo dei coefficienti integrali. Equazione omogenea, soluzione particolare, polinomio caratteristico ed equazione caratteristica della omogenea delle equazioni lineari del primo ordine a coefficienti costanti.

mercoledì 11 dicembre 2024 ore 8-10 Equazioni differenziali a coefficienti costanti del secondo ordine. Equazioni omogenee. Polinomio caratteristico ed equazione caratteristica. Esponenziale e^{az} per a numero complesso e formule di Eulero. Calcolo della soluzione generale di una equazione omogenea del secondo ordine a coefficienti costanti quando le due radici dell'equazione caratteristica sono distinte.

giovedì 12 dicembre 2024 ore 8-10 Calcolo della soluzione generale di una equazione omogenea del secondo ordine a coefficienti costanti quando le due radici dell'equazione caratteristica sono distinte. Metodo della somiglianza per trovare le soluzioni di equazioni omogenee quando $f(x)$ è il prodotto di un polinomio per una funzione esponenziale.

venerdì 13 dicembre 2024 ore 8-10 Metodo della somiglianza quando $f(x)$ contiene come fattore un seno o un coseno. Un fenomeno di risonanza nell'oscillatore armonico. Vari esempi di calcolo della soluzione particolare.

martedì 17 dicembre 2024 ore 8-10 Metodo della somiglianza per equazioni di ordine n scalari a coefficienti costanti. Esercizi 3 e 4 dell'esame del 10/06/2024. FINE DEL CORSO.

mercoledì 18 dicembre 2024 ore 8-10 Esercizi 8 e 9 del Foglio II sui limiti. Esercizio 2 dell'esame del 10/06/2024.

giovedì 19 dicembre 2024 ore 8-10 Esercizio 11 del Foglio II sui limiti. . Esercizio 1 dell'esame del 10/06/2024 ed esercizi 4 e 5 dell'esame del 24/06/2024.

venerdì 20 dicembre 2024 ore 8-10 Esercizi 2 e 3 e parte dell'esercizio 1 dell'esame del 24/06/2024

I giorni 7,8,9 e 10 gennaio, sempre nella fascia oraria 8-10, in aula 3 A nell'edificio H3, il prof. Cuccagna svolgerà esercizi simili ad esercizi di esame e risponderà alle domande degli studenti. Queste attività saranno registrate e saranno accessibili tramite streaming su Teams.