

ELETTROSTATICA

Carica elettrica $\oplus$

$\ominus$

Unità SI: 1 Coulomb - La carica elettrica è quantizzata.

Carica elementare (protone, elettrone) $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

La carica elettrica di un sistema isolato si conserva

Cariche dello stesso segno si respingono, di segno opposto si attraggono. L'intensità della forza attrattiva/repulsiva è data dalla legge di Coulomb:



$$\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_{12}|^2} \hat{r}_{12}$$

nel vuoto

$$\text{con } k_e = 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$$
$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

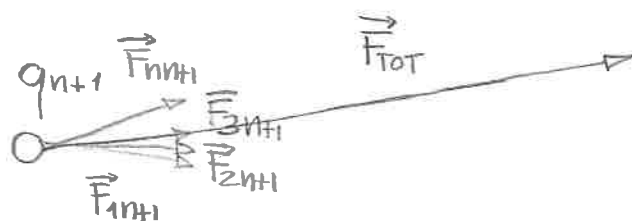
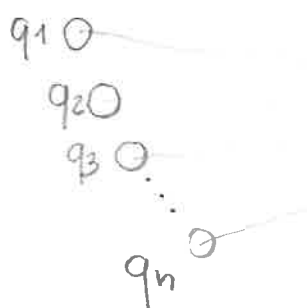
$$\text{con } \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$$

Se q_1 e q_2 sono immerse in un mezzo (e non nel vuoto), allora questo tende a schermarle, ed a diminuire la forza di Coulomb:

$$\epsilon_0 \rightarrow \epsilon_0 \epsilon_r \quad \text{con } \epsilon_r > 1$$

costante dielettrica del vuoto costante dielettrica relativa

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE



CONDUTTORI e ISOLANTI

Dipende dalla mobilità degli elettroni (e^-)

CONDUTTORI gli e^- sono debolmente legati agli atomi

⇒ in pratica sono liberi di muoversi in presenza di forze elettriche

⇒ e^- di conduzione

ISOLANTI (o DIELETTICI) gli e^- non sono liberi di muoversi

⇒ in presenza di forze elettriche gli atomi (o molecole) si polarizzano creando dipoli elettrici $\oplus -$

⇒ la polarizzazione tende a diminuire le forze elettriche (ϵ_r)

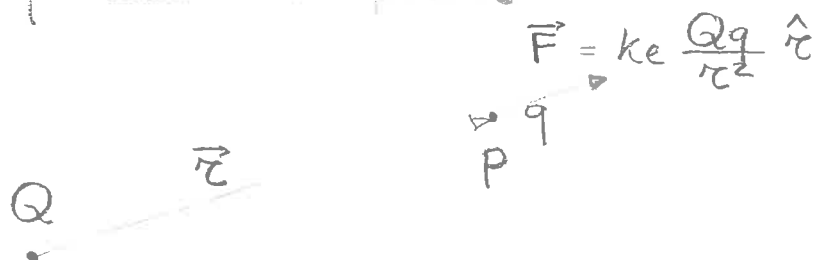
CAMPO ELETTRICO

Nella legge di Coulomb q_1 e q_2 giocano lo stesso ruolo

Ora distinguiamo invece tra:

Q carica sorgente

q carica di prova


$$\vec{F} = k_e \frac{Qq}{r^2} \hat{r}$$

Possiamo supporre che in P sia presente un campo elettrico $\vec{E}$ indipendentemente dalla presenza/assenza di q .

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}}{q} = k_e \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$

Con questa convenzione, se mettiamo q in P essa sentirà una forza

$$\vec{F} = q \vec{E}(\vec{r}) = k_e \frac{Qq}{r^2} \hat{r}$$

Il campo $\vec{E}$ può essere rappresentato da linee di campo, analoghe alle linee di flusso della fluidodinamica.

Per convenzione le linee di campo escono da $\oplus$ ed entrano in $\ominus$

IL POTENZIALE ELETTRICO

Forza elettrostatica conservativa $\Rightarrow$ ammette $U(\vec{r})$

$U(\vec{r})$ di q nel campo generato da Q : lavoro necessario per portare q da distanza infinita ad $\vec{r}$.

$\downarrow$
contro le
forze del campo

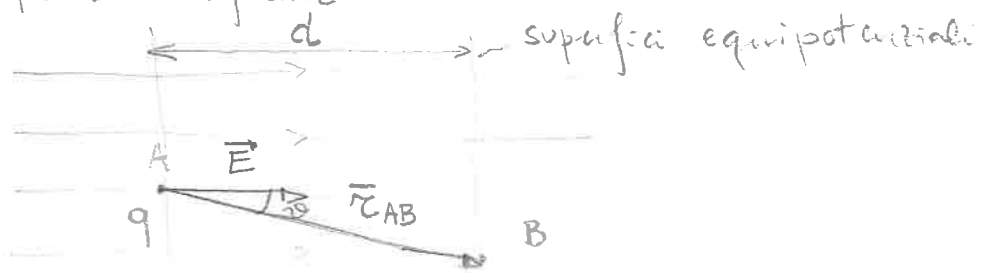
$$\mathcal{L}_{\infty \vec{r}} = U(\infty) - U(\vec{r}) = -U(\vec{r})$$

$\downarrow$
O

Poiché $U(\vec{r})$ è proporzionale a q , conviene introdurre il potenziale elettrico: $V(\vec{r}) = \frac{U(\vec{r})}{q}$

$$[V] = \frac{J}{C} = \text{Volt} = V$$

Esempio. campo $\vec{E}$ uniforme



$$\left. \begin{array}{l} \mathcal{L}_{AB} = U_A - U_B \\ \mathcal{L}_{AB} = \vec{F} \cdot \vec{r}_{AB} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{per definizione di } U \\ \text{per definizione di } \mathcal{L}_{AB} \end{array} \Rightarrow$$

$$U_A - U_B = \vec{F} \cdot \vec{r}_{AB} = q \vec{E} \cdot \vec{r}_{AB}$$

$$(*) \quad V_A - V_B = \frac{U_A - U_B}{q} = \vec{E} \cdot \vec{r}_{AB} > 0$$

$$V_A > V_B$$

$$\Delta V = V_B - V_A < 0$$

In questo caso
Se q si muove "in favore"
di $\vec{E}$, allora si ha una
caduta di potenziale

Se q si muove "contro" $\vec{E}$ si ha un aumento di potenziale

Se q si muove ortogonalmente rispetto ad $\vec{E}$ $\Delta V = 0$
 $\Rightarrow$ superfici equipotenziali

$$(*) \quad V_A - V_B = -\Delta V = \vec{E} \cdot \vec{r}_{AB} = |\vec{E}| |\vec{r}_{AB}| \cos \vartheta = E \cdot d$$

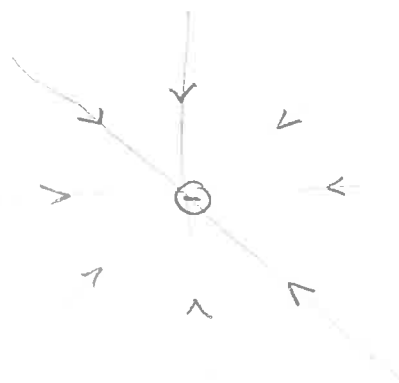
$$E = -\frac{\Delta V}{d}$$

$$[E] = \frac{V}{m} = \frac{N}{C}$$

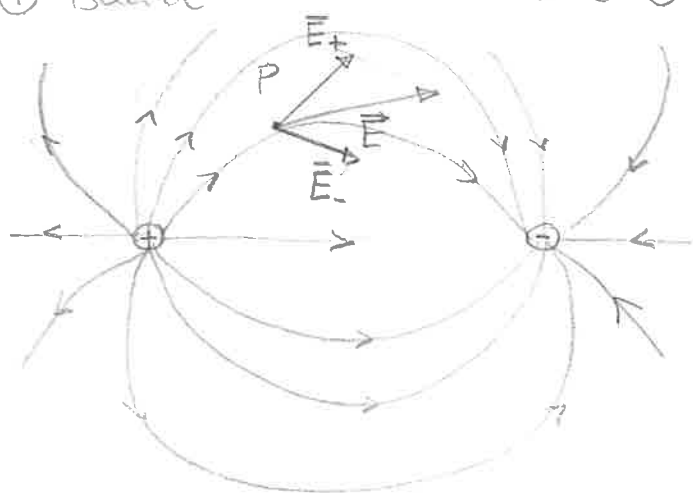
ESEMPLI:



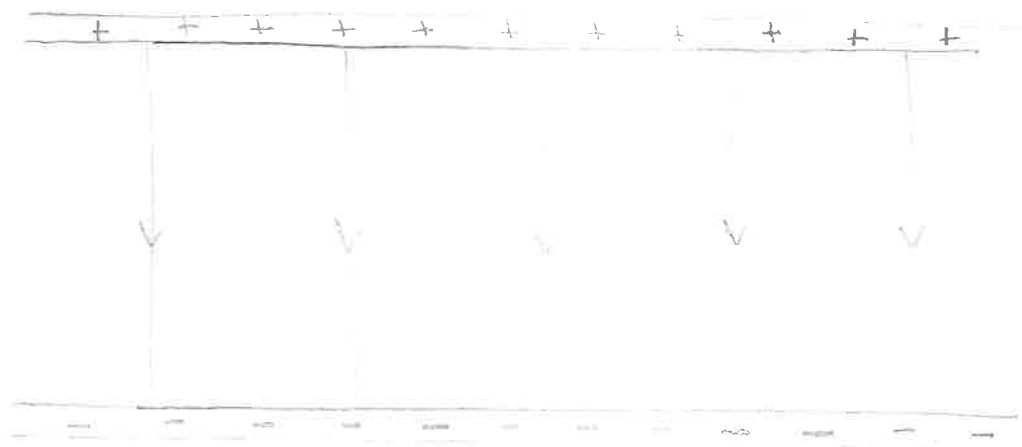
carica $\oplus$ isolata



carica $\ominus$ isolata



dipolo elettrico
($+q$ e $-q$ a distanza d)



condensatore a facce piane parallele
 $+Q$ su piastra di area A } distanza d
 $-Q$ " " " " } tra le piastre

POTENZIALE DI UNA CARICA PUNTIFORME



$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$

si dimostra che

$$U(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r}$$

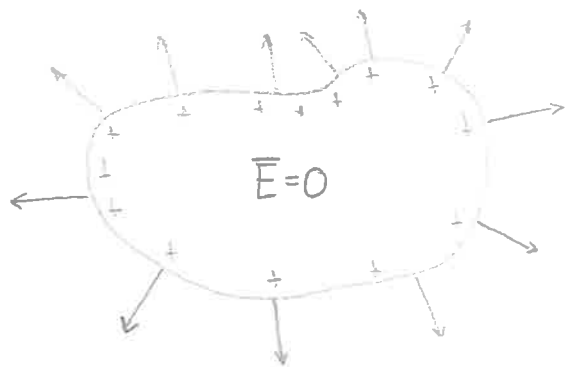
da cui

$$V(\vec{r}) = \frac{U(\vec{r})}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

In generale il potenziale V a distanza r da Q vale:

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

CAMPO E POTENZIALE DI UN CONDUTTORE



Depositiamo Q sul conduttore.

$\Rightarrow \vec{E} = 0$ all'interno
(altrimenti gli e^- si muoverebbero)

$\Rightarrow V$ è lo stesso su tutto il conduttore

$$\Delta V = - \vec{E} \cdot \vec{r}_{AB} = 0$$

all'interno del conduttore

$$\Delta V = 0$$

$\Rightarrow Q$ si dispone sulla superficie in modo che $\vec{E}$

sia 0 all'interno

sia $\perp$ alla superficie all'esterno (altrimenti...)

si può dimostrare che $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ con σ densità di carica superficiale

$$[\sigma] = \frac{C}{m^2}$$

$\Rightarrow$ la superficie del conduttore è equipotenziale:

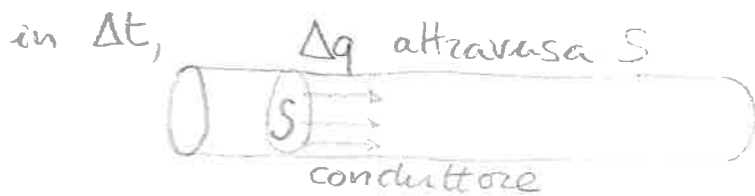
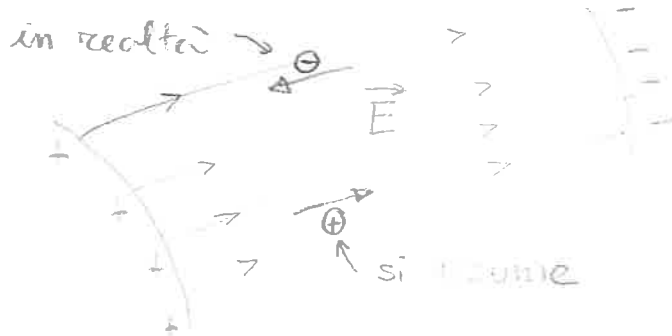
$$\Delta V = - \vec{E} \cdot \vec{r}_{AB} = 0$$

sulla superficie del conduttore

poiché $\vec{E}$ è ortogonale alla superficie

CORRENTE ELETTRICA (meglio fare dopo i condensatori)

Se c'è ΔV , c'è $\vec{E}$ e le cariche si muoveranno lungo le linee di campo $\Rightarrow$ flusso $\Rightarrow$ corrente



intensità di corrente media

$$i_m = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

intensità di corrente istantanea

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

$$[i] = \frac{C}{s} = \text{Ampere } A$$

unità fondamentale

$1C = 1As$ unità derivata

CAPACITÀ DI UN CONDUTTORE

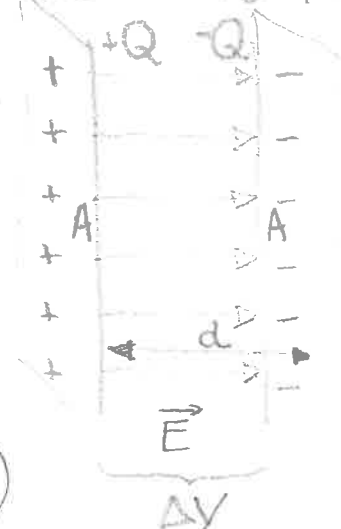


Si trova $Q = CV$
 $\uparrow$
 capacità

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$[C] = \frac{C}{V} = \text{Farad}$$

CONDENSATORE



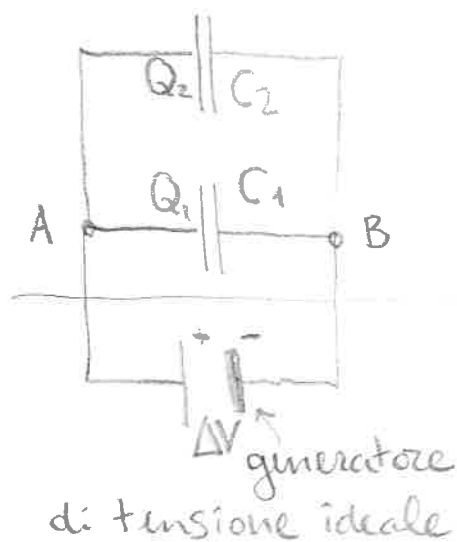
$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad \text{con } \sigma = \frac{Q}{A}$$

$$\Delta V = E d$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{A \cdot \sigma}{E \cdot d} = \frac{A \cdot \sigma}{\frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot d} = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

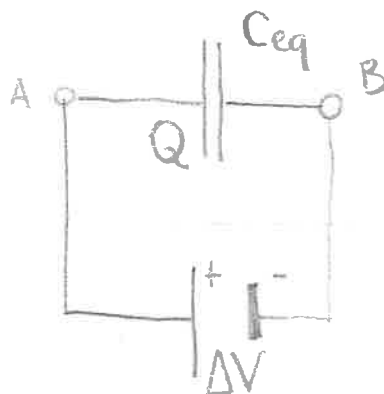
se c'è dielettrico $\epsilon_0 \rightarrow \epsilon_0 \epsilon_r$

CONDENSATORI IN PARALLELO



$$C_1 = \frac{Q_1}{\Delta V}$$

$$C_2 = \frac{Q_2}{\Delta V}$$



$$C_{eq} = \frac{Q}{\Delta V}$$

C_{eq} = capacità equivalente al parallelo C_1 e C_2

↑ equivalente = se copro i circuiti al di sopra di questa linea sono indistinguibili

La carica erogata dal generatore di tensione deve essere la stessa:

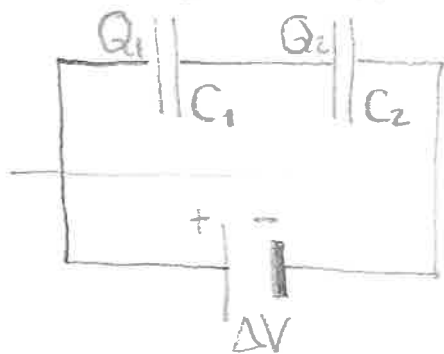
$$Q_1 + Q_2 = Q$$

$$\Rightarrow C_{eq} = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q_1 + Q_2}{\Delta V} = \frac{Q_1}{\Delta V} + \frac{Q_2}{\Delta V} = C_1 + C_2$$

generalizzabile a n condensatori in parallelo:

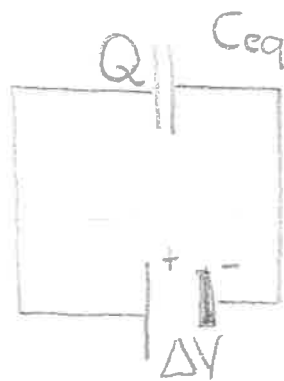
$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

CONDENSATORI IN SERIE



$$C_1 = \frac{Q_1}{\Delta V_1}$$

$$C_2 = \frac{Q_2}{\Delta V_2}$$



$$C_{eq} = \frac{Q}{\Delta V}$$

↓ ... equivalente

$Q_1 = Q_2$ perché il tratto di circuito  è e rimane-

$Q_1 = Q_2 = Q$ carica erogata dal generatore

$$C_{eq} = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\Delta V_1 + \Delta V_2}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{\Delta V_1 + \Delta V_2}{Q} = \frac{\Delta V_1}{Q} + \frac{\Delta V_2}{Q} = \frac{\Delta V_1}{Q_1} + \frac{\Delta V_2}{Q_2} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

generalizzabile ad n condensatori in serie: $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$

LEGGI DI OHM

• In un conduttore Ohmico $V = RI$



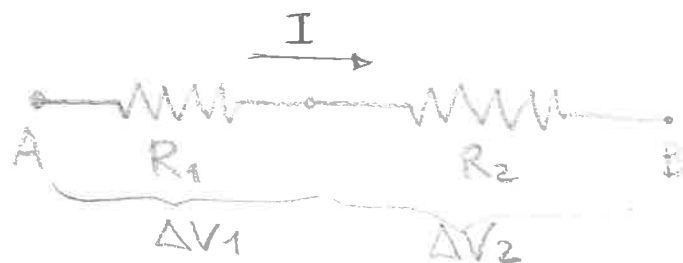
$$[R] = \frac{[V]}{[I]} = \frac{\text{Volt}}{\text{Ampere}} = \text{Ohm} = \Omega$$



$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

resistività

RESISTORI IN SERIE (attraversati dalla stessa I)



$$\Delta V_{AB} \equiv \Delta V$$

$$\Delta V_1 + \Delta V_2 = \Delta V$$

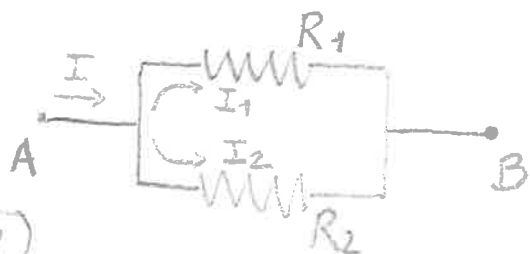
$$R_1 I + R_2 I = R_{eq} I$$



$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

generalizzabile ad n resistor in serie $R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$

RESISTORI IN PARALLELO (con ai capi la stessa ΔV)



$$I = I_1 + I_2$$

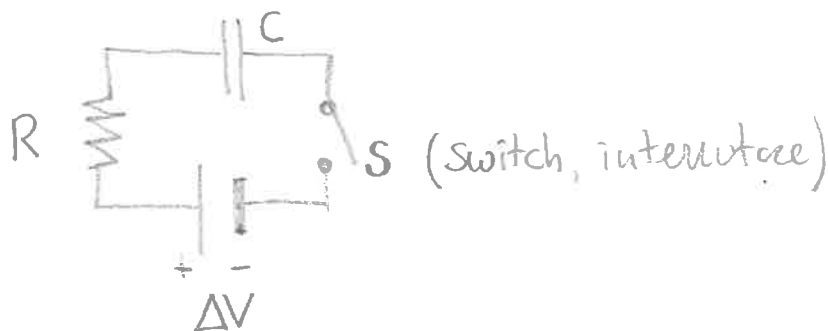
$$\frac{\Delta V}{R_{eq}} = \frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

generalizzabile ad n resistori in parallelo

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

CIRCUITO RC - CARICA DEL CONDENSATORE



- Inizialmente l'interruttore è aperto, ed il C completamente scarico
- Al tempo $t=0$ si chiude l'interruttore
- Gli e^- vengono sottratti all'armatura di sinistra e spostati su quella di destra, ovvero il condensatore si carica

$$+q \parallel -q$$

- Dopo un tempo molto lungo, sulle armature trovo
 - $Q = C \cdot \Delta V$
 - $Q = -C \Delta V$
- In questa configurazione, tra le armature c'è una d.d.p. ΔV (la stessa del generatore di tensione) e non c'è più moto di carica
- Si può calcolare
si ottiene $0 \rightarrow q(t) \rightarrow C \Delta V$

$$q(t) = \frac{C \cdot \Delta V}{Q} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\text{con } \tau = RC$$

$$[\tau] = \Omega \cdot F = \frac{V}{A} \cdot \frac{C}{V} = \frac{C}{A} = s$$

$\tau = RC$ costante di tempo del circuito RC

La corrente che circola nel circuito è data da:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{d}{dt} [C\Delta V \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})] = C \cdot \Delta V \cdot \left[-e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \left(-\frac{1}{\tau}\right) \right]$$

$$i(t) = \frac{C\Delta V}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{\Delta V}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I_0 = i(t=0)$$

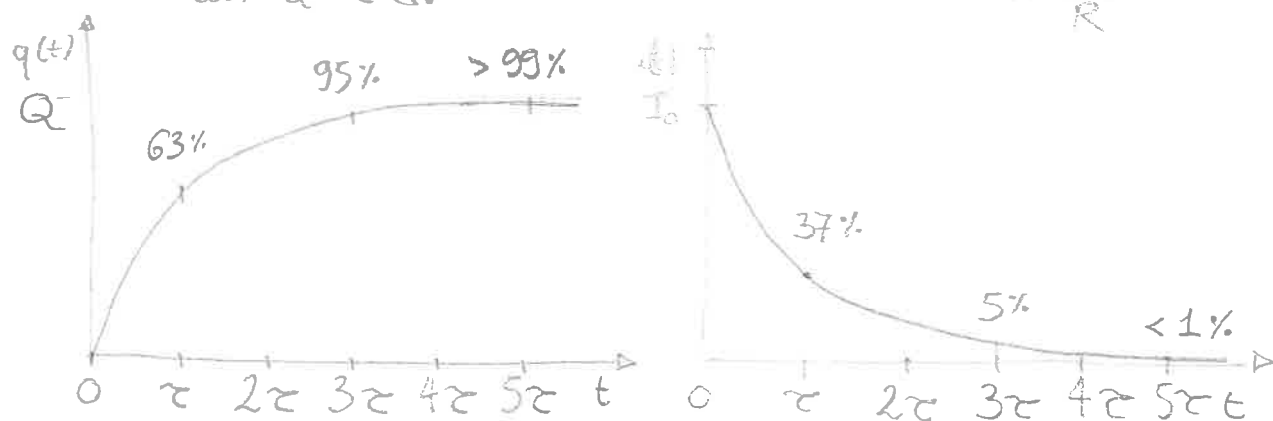
è la corrente che circola appena chiuso il circuito, quando il condensatore è ancora scarico e la carica sul condensatore non ostacola la circolazione della corrente

$$q(t) = Q (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

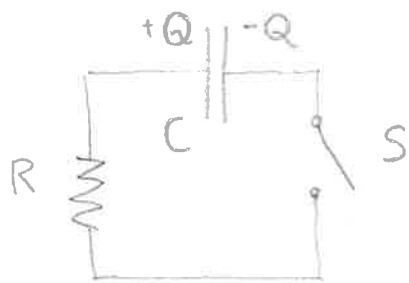
con $Q = C \cdot \Delta V$

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

con $I_0 = \frac{\Delta V}{R}$



CIRCUITO RC - SCARICA DEL CONDENSATORE



$$q(t) = Q e^{-\frac{t}{\tau}}$$

circuito analogo a quello di carica, ma senza generatore di tensione ΔV

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = Q e^{-\frac{t}{\tau}} \left(-\frac{1}{\tau}\right)$$

$$i(t) = - \frac{Q}{RC} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

I_0

la corrente iniziale di scarica ha la stessa intensità di quella iniziale di carica ma verso opposto