UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE
Corso di Laurea in Fisioterapia A.A. 2024/2025
C.I. SCIENZE PROPEDEUTICHE E BASI DELLA METODOLOGIA DELLA RICERCA
Fisica – Esempio di Prova Scritta – Simulazione A
Tempo a disposizione: 2 ore

Cognome ....**Nome** ....

Istruzioni: I problemi vanno dapprima svolti per esteso nei fogli protocollo a quadretti. Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede si riportare negli appositi spazi su questo foglio:

i) (ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e

ii) il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate

1) Una cassa di massa m = 75 kg poggia, ferma, su una superficie inclinata di θ = 30° rispetto all'orizzontale.

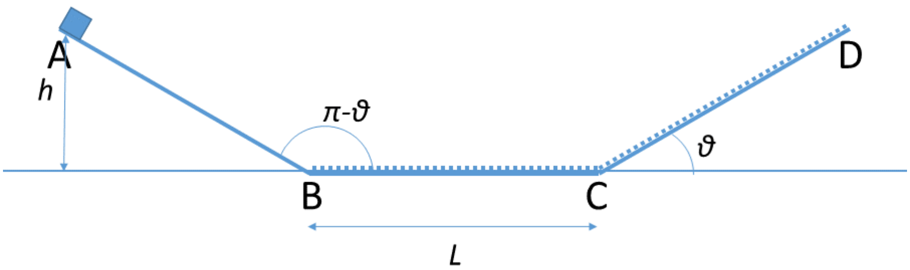
a) La *massima* intensità F_a di una forza *orizzontale* (ovvero parallela al suolo, *non* al piano inclinato) che si può applicare senza che la cassa inizi a muoversi lungo il piano inclinato, nel verso *ascendente*, è pari a F_a = 1400 N. Calcolare il coefficiente di attrito statico μ_s tra la cassa ed il piano inclinato.

i) $\mu_s = \dfrac{F_a \cos\vartheta - mg \sin\vartheta}{F_a \sin\vartheta + mg\cos\vartheta}$ ii) μ_s = 0,63

b) Con questo valore di μ_s, calcolare la *massima* intensità F_d di una forza *orizzontale* che si può applicare senza che la cassa inizi a muoversi lungo il piano inclinato, nel verso *discendente*.

i) $F_d = mg \dfrac{\mu_s \cos\vartheta - \sin\vartheta}{\mu_s \sin\vartheta + \cos\vartheta}$ ii) F_d = 30 N

2) Un sistema di tre piani ABCD è rappresentato in figura. Il piano BC è orizzontale, mentre i piani laterali, CD e AB formano un angolo $\theta = 30^\circ$ ed un angolo $\pi-\theta = 150^\circ$ rispetto al piano orizzontale, rispettivamente. Un blocco di massa M viene posto in A, ad un'altezza h = 0.85 m rispetto al piano orizzontale. Il piano AB è perfettamente liscio, mentre tra i piani BC e CD ed il blocco c'è un coefficientre di attrito dinamico μ = 0.25. Inizialmente, il blocco, fermo in A, viene lasciato libero di scivolare lungo il piano inclinato. Calcolare:



a) La velocità v_B con cui il blocco raggiunge il punto B, alla base del piano inclinato.

i) v_B = _______*sqrt(2gh)*________ ii) v_B = __4.08 m/s__________

b) La lunghezza L del tratto orizzontale BC, se la velocità in C è inferiore del 30% alla velocità in B

i) L = ______$(2\mu g)^{-1}\, v_B^2\, (1-0.7^2)$_______ ii) L = ______1.73 m_________

c) L'altezza h' alla quale il blocco si ferma sul piano CD, prima di invertire il suo moto.

i) h' = ______ $h' = \frac{v_c^2}{2g(1+\mu \,\mathrm{ctg}\, \theta)}$ _____ ii) h'= _______0.29 m___________

3) Un recipiente cilindrico di diametro d = 1.0 m è riempito, per un'altezza h = 1.2 m, con un liquido di densità ρ, la cui superficie superiore è a contatto con l'aria. Alla base del recipiente la pressione è $p = 1.24\ 10^5$ Pa. Calcolare:

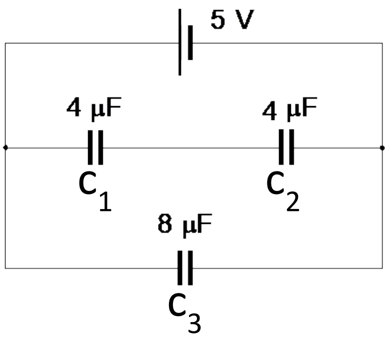
a) La densità ρ del liquido.

i) ρ = $\frac{p-p_0}{gh}$, $p_0 = 1{,}013 \cdot 10^5$ Pa ii) ρ = $1{,}93 \cdot 10^3$ kg/m3

b) La massa m dello stesso liquido che bisogna aggiungere nel recipiente affinché la pressione alla base dello stesso diventi $p' = 1.40\ 10^5$ Pa.

i) m = $\frac{p'-p}{g}\, \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$ ii) m = $1{,}28 \cdot 10^3$ kg

4) Per ognuno dei condensatori C_1, C_2 e C_3 in figura determinare:



a) la differenza di potenziale tra le armature:

i) ΔV_1 = 5V/2 perchè $C_1 = C_2$ ii) ΔV_1 = 2,5 V

i) ΔV_2 = ΔV_1 ii) ΔV_2 = 2,5 V

i) ΔV_3 = 5V ii) ΔV_3 = 5 V

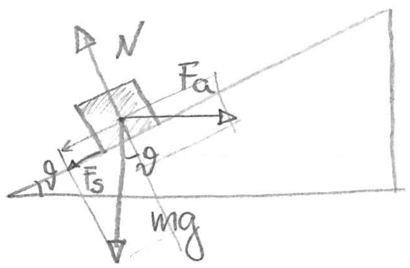
b) la carica accumulata sulle armature:

i) Q_1 = $C_1 \Delta V_1$ ii) Q_1 = 10 μC

i) Q_2 = Q_1 ii) Q_2 = 10 μC

i) Q_3 = $2C_1 \cdot 2\Delta V_1$ ii) Q_3 = 40 μC

(1)



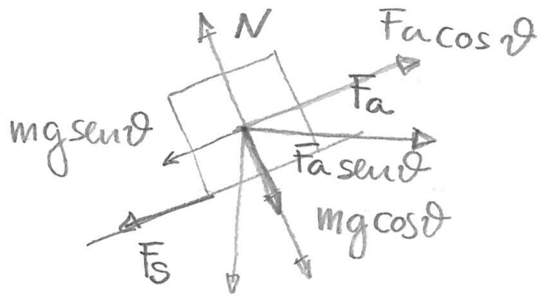
$\vartheta = 30°$

$\cos\vartheta = \sqrt{3}/2$

$\text{sen}\,\vartheta = 1/2$

$m = 75\ \text{kg}$

$F_a = 1400\ \text{N}$



a) Conviene scomporre le forze orizzontali e verticali nelle loro componenti parallele ed ortogonali al piano inclinato. In condizioni statiche $\Sigma \overline{F} = 0$.

Componenti parallele al piano inclinato:

$$F_a \cos\vartheta - mg\,\text{sen}\,\vartheta - F_s = 0 \qquad (\text{I})$$

Componenti ortogonali al piano inclinato:

$$N - mg\cos\vartheta - F_a\,\text{sen}\,\vartheta = 0 \qquad (\text{II})$$

Inoltre, per definizione di attrito statico $F_s = \mu_s \cdot N$. (III)

Da (II) $\quad N = mg\cos\vartheta + F_a\,\text{sen}\,\vartheta$

e (III) $\quad F_s = \mu_s\,(mg\cos\vartheta + F_a\,\text{sen}\,\vartheta)$

Sostituisco in (I):

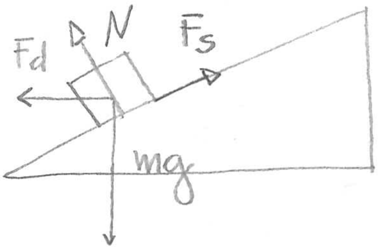
$$F_a\cos\vartheta - mg\,\text{sen}\,\vartheta - \mu_s\,(mg\cos\vartheta + F_a\,\text{sen}\,\vartheta) = 0$$

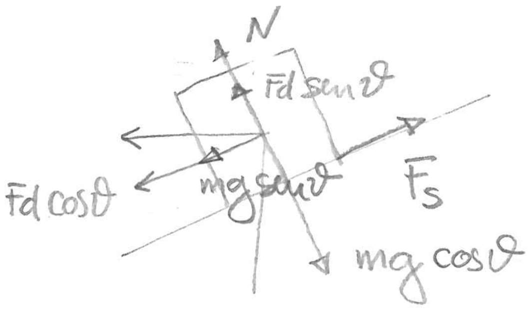
$$\mu_s = \frac{F_a\cos\vartheta - mg\,\text{sen}\,\vartheta}{F_a\,\text{sen}\,\vartheta + mg\cos\vartheta} = \frac{F_a\sqrt{3} - mg}{F_a + mg\sqrt{3}}$$

$$= \frac{(1400\cdot\sqrt{3} - 75\cdot 9{,}8)\,\text{N}}{(1400 + 75\cdot 9{,}8\cdot\sqrt{3})\,\text{N}} = 0{,}63$$

NOTA: Nella (III) si è assunto che la forza di attrito statico F_s assuma il massimo dei valori possibili, il che avviene quando anche F_a assume il suo valore massimo, un attimo prima che la cassa inizi a muoversi.

b)





Analogamente al punto a), ma facendo attenzione che alcune forze cambiano verso:

$$\sum \vec{F} = 0$$

Componenti parallele al piano inclinato:

$$F_d \cos\vartheta + mg \,\text{sen}\,\vartheta - F_s = 0 \qquad (IV)$$

Componenti ortogonali al piano inclinato

$$N + F_d \,\text{sen}\,\vartheta - mg \cos\vartheta = 0 \qquad (V)$$

Inoltre, per definizione di attrito statico: $F_s = \mu_s \cdot N$ (VI)

Da (V): $N = mg\cos\vartheta - F_d \,\text{sen}\,\vartheta$

e (VI): $F_s = \mu_s (mg\cos\vartheta - F_d \,\text{sen}\,\vartheta)$

Sostituisco in (IV):

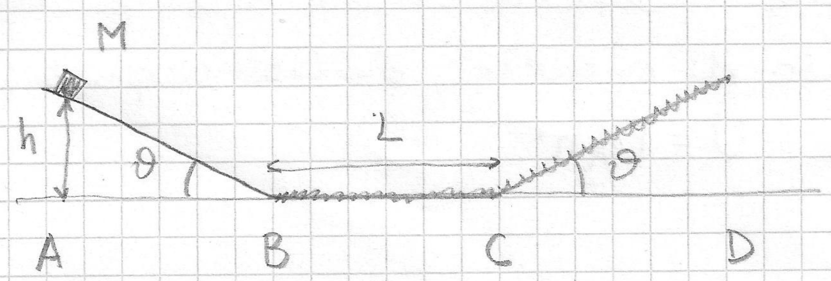
$$F_d \cos\vartheta + mg\,\text{sen}\,\vartheta - \mu_s (mg\cos\vartheta - F_d\,\text{sen}\,\vartheta) = 0$$

$$F_d (\cos\vartheta + \mu_s \,\text{sen}\,\vartheta) = mg (\mu_s \cos\vartheta - \text{sen}\,\vartheta)$$

$$F_d = mg \frac{\mu_s \cos\vartheta - \text{sen}\,\vartheta}{\mu_s \,\text{sen}\,\vartheta + \cos\vartheta} =$$

$$\stackrel{!}{=} mg \frac{0{,}63 \cdot \sqrt{3} - 1}{0{,}63 + \sqrt{3}} = 30 \text{ N}$$

2



$\vartheta = 30°$ AB liscio $\mu = 0$

$h = 0{,}85\ m$ BC e CD: $\mu = 0{,}25$

a) Tra A e B non c'è attrito. L'unica forza a lavorare è la forza peso. L'energia potenziale $U = Mgh$ si trasformerà tutta in energia cinetica (conservazione en. meccanica)

$$\Delta E_{mecc} = 0$$
$$\Delta K + \Delta U = 0$$
$$\Delta K = -\Delta U$$
$$\frac{1}{2}\cancel{M} v_B^2 = -(-\cancel{M}gh)$$
$$v_B = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \frac{m}{s^2} \cdot 0{,}85\ m} = \sqrt{16{,}66}\ \frac{m}{s} = 4{,}08\ m/s$$

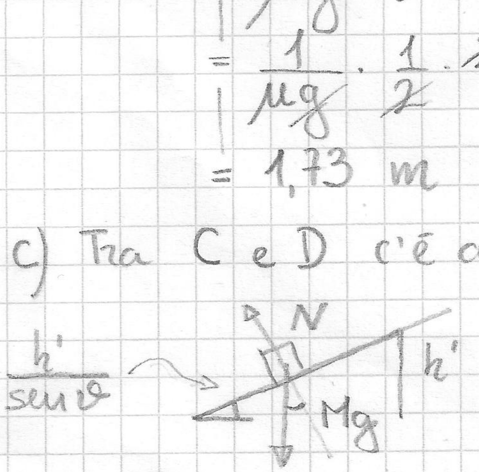
b) Tra B e C c'è attrito: $F_{att} = \mu Mg$

F_{att} è l'unica forza a compiere lavoro, $\mathcal{L}_{att}$, quindi:

$$\mathcal{L}_{att} = \Delta K$$
$$-\mu \cancel{M} g L = \frac{1}{2}\cancel{M}(0{,}7 v_B)^2 - \frac{1}{2}\cancel{M} v_B^2$$
$$L = \frac{1}{\mu g} \cdot \frac{1}{2} \cdot v_B^2 (1 - 0{,}7^2) = \qquad \text{con } v_B^2 = 2gh$$
$$= \frac{1}{\mu \cancel{g}} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2g}h (1 - 0{,}7^2) = \frac{h}{\mu}\, 0{,}51 = \frac{0{,}85\ m}{0{,}25} \cdot 0{,}51$$
$$= 1{,}73\ m$$

c) Tra C e D c'è attrito: $F_{att} = \mu N = \mu Mg \cos\vartheta$

con $N = Mg\cos\vartheta$



Inoltre, la massa che risale il tratto CD lavora anche contro la forza di gravità, ovvero acquisisce energia potenziale $U = Mgh'$

Quindi:

$$\mathcal{L} = \Delta K$$

$$\mathcal{L}_g + \mathcal{L}_{att} = \Delta K$$

$$-\Delta U + \mathcal{L}_{att} = \Delta K$$

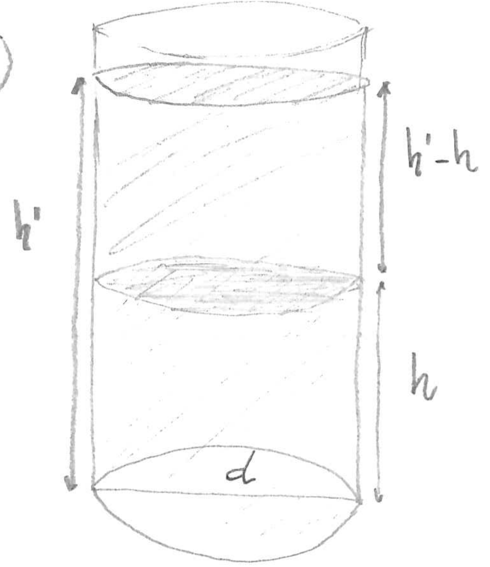
$$\mathcal{L}_{att} = \Delta K + \Delta U$$

$$-\mu \cancel{M} g \cos\vartheta \frac{h'}{\operatorname{sen}\vartheta} = -\frac{1}{2}\cancel{M} v_c^2 + \cancel{M} g h'$$

$$h' g (\mu \operatorname{ctg}\vartheta + 1) = \frac{1}{2} v_c^2 \qquad \text{con } v_c^2 = 0{,}49\, v_B^2 = 0{,}49\, 2gh$$

$$h' = \frac{v_c^2}{2g(1+\mu \operatorname{ctg}\vartheta)} = \frac{0{,}49 \cdot \cancel{2g}h}{\cancel{2g}(1+\mu \operatorname{ctg}\vartheta)} = h \frac{0{,}49}{1+0{,}8\cdot\sqrt{3}} = 0{,}29\, m$$

③



$d = 1{,}0\ m$

$h = 1{,}2\ m$

$p = 1{,}24 \cdot 10^5\ Pa$

$p' = 1{,}40\ 10^5\ Pa$

$\rho = ?$

$m = ?$

a) $p = p_0 + \rho g h$ con $p_0 = 1{,}013 \cdot 10^5\ Pa$ (Legge di Stevino)

$$\rho g h = p - p_0$$

$$\rho = \frac{p - p_0}{gh} = \frac{(1{,}24 - 1{,}013) \cdot 10^5\ Pa}{9{,}8\ \frac{m}{s^2} \cdot 1{,}2\ m} = 0{,}0193 \cdot 10^5\ Kg/m^3$$

$$\rho = 1{,}93 \cdot 10^3\ Kg/m^3$$

b) Applicando nuovamente Stevino, si calcola che per ottenere p' è necessario raggiungere un'altezza h':

$$h' = \frac{p' - p_0}{\rho g} = \frac{p' - p_0}{\cancel{g}} \cdot \frac{\cancel{g} h}{p - p_0} = \frac{p' - p_0}{p - p_0} h$$

Il liquido da aggiungere ha altezza $h' - h$

$$h' - h = \left(\frac{p' - p_0}{p - p_0} - 1 \right) h = \left(\frac{p' \cancel{- p_0} - p \cancel{+ p_0}}{p - p_0} \right) h = \frac{p' - p}{p - p_0} h$$

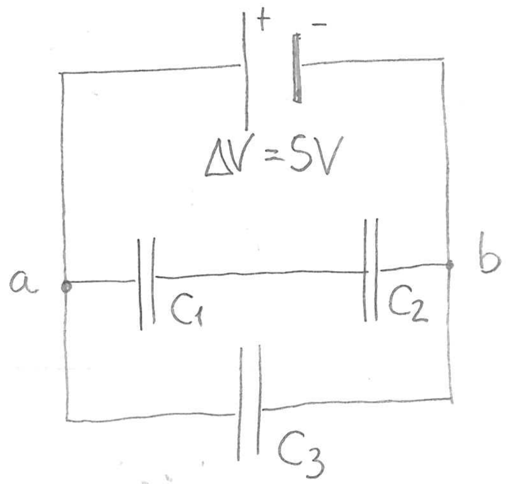
$$= \frac{1{,}40 - 1{,}24}{1{,}24 - 1{,}013} h = 0{,}85\ m$$

a cui corrisponde una massa ($m = \rho V$)

$$m = \rho \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 \cdot (h' - h) = \frac{\cancel{p - p_0}}{g \cancel{h}} \cdot \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 \cdot \frac{p' - p}{\cancel{p - p_0}} \cancel{h}$$

$$= \frac{p' - p}{g} \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 = \frac{0{,}16 \cdot 10^5\ Pa}{9{,}8\ \frac{m}{s^2}} \cdot 3{,}14 \cdot \left(\frac{1{,}0}{2} m \right)^2 = 1{,}28 \cdot 10^3\ Kg$$

(4)



$C_1 = C_2 = 4\mu F$

$C_3 = 2C_1 = 2C_2 = 8\ \mu F$

$\Delta V = 5\ V$

a) Si nota immediatamente che ai capi di C_3 si trova la stessa differenza di potenziale ΔV fornita dal generatore di tensione. Quindi:

$$\Delta V_3 = \Delta V = 5\ V$$

La stessa ΔV si trova tra a e b, ovvero ai capi della serie di condensatori C_1 e C_2. Applicando la II legge di Kirchoff alla maglia che include il generatore ed il ramo ab si ha:

$$\Delta V - \frac{Q_1}{C_1} - \frac{Q_2}{C_2} = 0$$

Ma $C_1 = C_2$ ed inoltre $Q_1 = Q_2$ (perché sono in serie), quindi:

$$\Delta V - \frac{2Q_1}{C_1} = 0$$

$$\Delta V - 2\Delta V_1 = 0 \qquad \Delta V_1 = \frac{\Delta V}{2} = 2{,}5\ V$$

$$\Delta V_2 = \frac{\Delta V}{2} = 2{,}5\ V$$

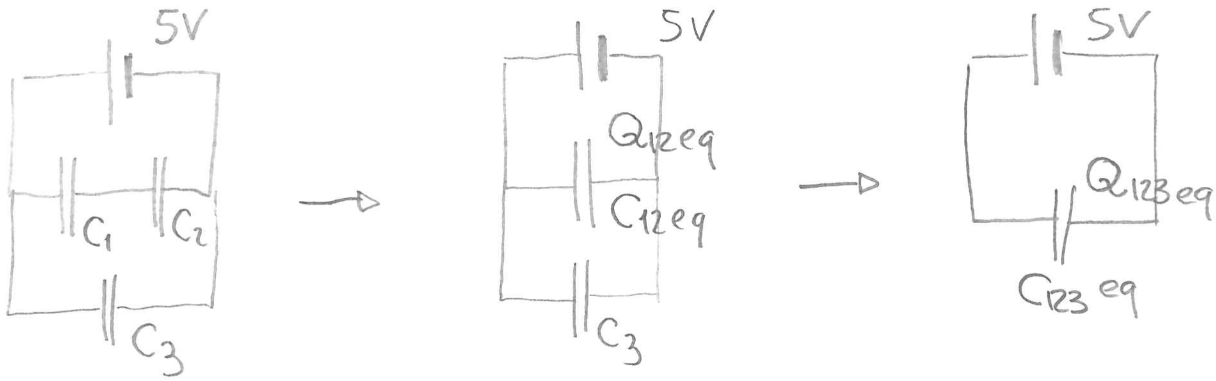
b) Dalla definizione di capacità:

$$Q_1 = C_1 \Delta V_1 = 4\ \mu F \cdot 2{,}5\ V = 10\ \mu C = 1 \cdot 10^{-5}\ C$$

$$Q_2 = Q_1$$

$$Q_3 = C_3 \Delta V_3 = 2C_1 \cdot 2\Delta V_1 = 2C_1 \cdot \Delta V = 8\mu F \cdot 5V = 40\ \mu C \stackrel{!}{=} 4 \cdot 10^{-5}\ C$$

Questi risultati possono essere confrontati con la carica che si trova sulle capacità equivalenti C_{12} eq e C_{123} eq.



Per le leggi dei condensatori in serie ed in parallelo si ha:

$$C_{12}eq = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{16\,(\mu F)^2}{8\,\cancel{\mu F}} = 2\,\mu F$$

$$C_{123}\,eq = C_{12}eq + C_3 = 2\,\mu F + 8\,\mu F = 10\,\mu F$$

La carica che si accumula su tali capacità equivalenti si trova notando semplicemente che ai capi di entrambe c'è la differenza di potenziale $\Delta V = 5V$

$$Q_{12}eq = C_{12}eq \cdot \Delta V = 2\mu F \cdot 5V = 10\,\mu C$$

$$Q_{123}\,eq = C_{123}eq\, \Delta V = 10\,\mu F \cdot 5V = 50\,\mu C$$

Questi risultati confermano quelli trovati in precedenza.