



3) Una quantità  $n = 2.0$  mol di gas perfetto subisce una compressione isoterma e reversibile alla temperatura  $T = 300$  K, passando dalla pressione iniziale  $p_i = 0.40$  atm alla pressione finale  $p_f = 1.20$  atm.

a) Quanto vale il volume finale del gas?

i)  $V_f = \frac{1}{3} V_i = \frac{1}{3} \frac{nRT}{p_i}$

ii)  $V_f = 0,041 \text{ m}^3$

b) Quanto lavoro  $L$  viene compiuto ~~dal~~ *sul* (specificare) gas?

i)  $L = -nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$

ii)  $L = 5,48 \text{ kJ}$

c) Quanta energia viene ceduta ~~al~~ *dal* (specificare) gas sotto forma di calore  $Q$ ?

i)  $Q = -L$

ii)  $Q = -5,48 \text{ kJ}$

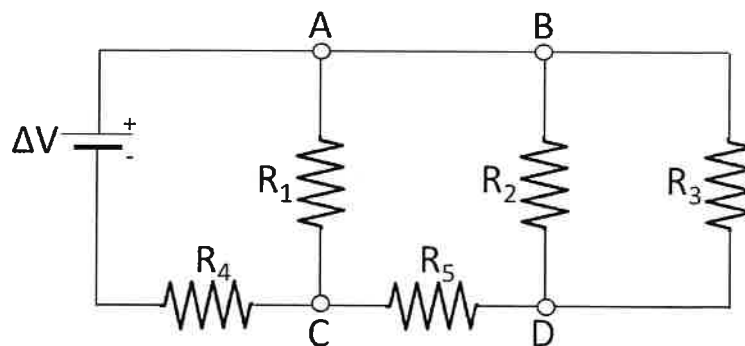
d) Quanto vale la variazione di entropia  $\Delta S$  del gas?

i)  $\Delta S = \frac{Q_{rev}}{T}$

ii)  $\Delta S = -18,3 \text{ J/K}$

4) Nel circuito in figura il generatore di tensione fornisce una differenza di potenziale  $\Delta V = 12 \text{ V}$ . Le resistenze  $R_1, R_2,$  ed  $R_3$  sono uguali tra di loro,  $R_1 = R_2 = R_3 = 5 \Omega$ , come pure sono uguali tra di loro le resistenze  $R_4$  ed  $R_5$ , che invece valgono  $R_4 = R_5 = 10 \Omega$ . Calcolare:

95



a) La resistenza  $R_{23}$  equivalente alle resistenze  $R_2$  ed  $R_3$ , collocate tra i nodi B e D:

i)  $R_{23} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right)^{-1} = \frac{R}{2}$

ii)  $R_{23} = 2,5 \Omega$

b) La resistenza  $R_{eq}$  equivalente all'intero sistema di cinque resistenze:

i)  $R_{eq} = \text{vedi foglio}$

ii)  $R_{eq} = 95/7 \Omega$

c) La corrente  $I_4$ , che attraversa la resistenza  $R_4$ :

i)  $I_4 = \frac{\Delta V}{R_{eq}}$

ii)  $I_4 = 7,0 \text{ A}$

d) La corrente  $I_1$ , che attraversa la resistenza  $R_1$ :

i)  $I_1 = \frac{5}{7} I_4$

ii)  $I_1 = 5,0 \text{ A}$

e) Le correnti ed  $I_5, I_2,$  ed  $I_3$ , che attraversano rispettivamente le resistenze  $R_5, R_2$  ed  $R_3$ :

i)  $I_5 = \frac{2}{7} I_4$

ii)  $I_5 = 2,0 \text{ A}$

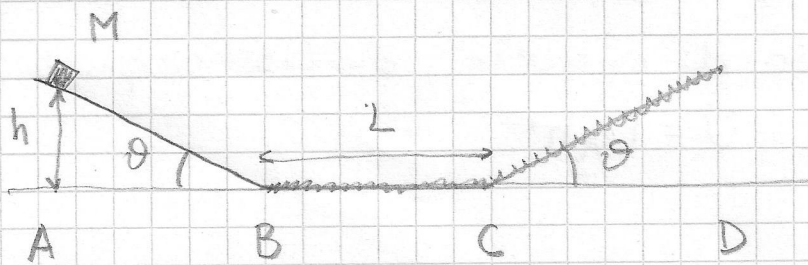
i)  $I_2 = \frac{1}{2} I_5$

ii)  $I_2 = 1,0 \text{ A}$

i)  $I_3 = \frac{1}{2} I_5$

ii)  $I_3 = 1,0 \text{ A}$

①



$\theta = 30^\circ$   
 $h = 0,85 \text{ m}$

AB liscio  $\mu = 0$   
 BC e CD:  $\mu = 0,25$

a) Tra A e B non c'è attrito. L'unica forza a lavorare è la forza peso. L'energia potenziale  $U = Mgh$  si trasformerà tutta in energia cinetica (conservazione en. meccanica)

$\Delta E_{mecc} = 0$

$\Delta K + \Delta U = 0$

$\Delta K = -\Delta U$

$\frac{1}{2} M v_B^2 = -(-Mgh)$

$v_B = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,85 \text{ m}} = \sqrt{16,66} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 4,08 \text{ m/s}$

b) Tra B e C c'è attrito:  $F_{att} = \mu Mg$

$F_{att}$  è l'unica forza a compiere lavoro,  $L_{att}$ , quindi:

$L_{att} = \Delta K$

$-\mu Mg L = \frac{1}{2} M (0,7 v_B)^2 - \frac{1}{2} M v_B^2$

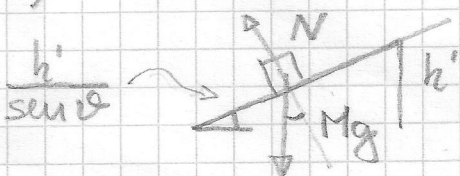
$L = \frac{1}{\mu g} \cdot \frac{1}{2} \cdot v_B^2 (1 - 0,7^2) =$  con  $v_B^2 = 2gh$

$= \frac{1}{\mu g} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2gh (1 - 0,7^2) = \frac{h}{\mu} \cdot 0,51 = \frac{0,85 \text{ m}}{0,25} \cdot 0,51$

$= 1,73 \text{ m}$

c) Tra C e D c'è attrito:  $F_{att} = \mu N = \mu Mg \cos \theta$

con  $N = Mg \cos \theta$



Molte, la massa che risale il tratto CD lava a  
anche contro la forza di gravità, ovvero acquisisce  
energia potenziale  $U = Mgh'$

Quindi:

$$L = \Delta K$$

$$L_g + L_{att} = \Delta K$$

$$-\Delta U + L_{att} = \Delta K$$

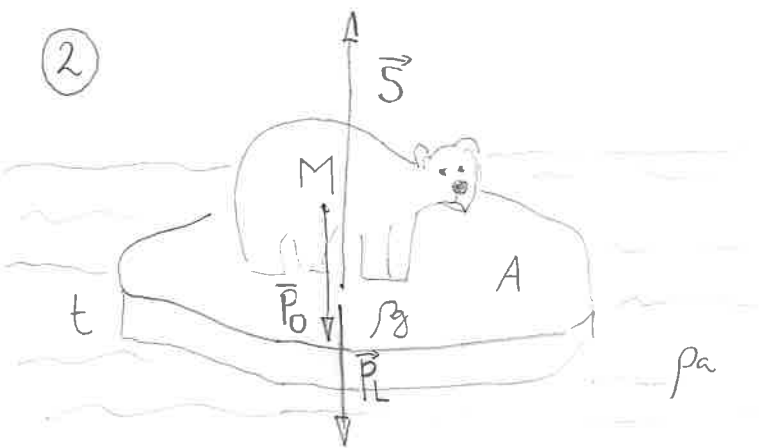
$$L_{att} = \Delta K + \Delta U$$

$$\cancel{\mu} Mg \cos \vartheta \frac{h'}{\sin \vartheta} = -\frac{1}{2} M v_c^2 + Mgh'$$

$$h'g (\mu \cot \vartheta + 1) = \frac{1}{2} v_c^2 \quad \text{con } v_c^2 = 0,49 v_B^2 = 0,49 \cdot 2gh$$

$$h' = \frac{v_c^2}{2g(1 + \mu \cot \vartheta)} = \frac{0,49 \cdot 2gh}{2g(1 + \mu \cot \vartheta)} = h \frac{0,49}{1 + 0,8 \cdot 1,3} = 0,29m$$

2



$$A = 8,0 \text{ m}^2$$

$$t = 50 \text{ cm} = 0,50 \text{ m}$$

$$\rho_g = 0,92 \text{ g/cm}^3 = 920 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_a = 1,03 \text{ g/cm}^3 = 1030 \text{ kg/m}^3$$

Calcolare il valore di  $M$  tale per cui la spinta di Archimede  $\vec{S}$  bilancia il peso dell'orso  $\vec{P}_0$  ed il peso della lastra  $\vec{P}_L$ :

$$\vec{S} + \vec{P}_0 + \vec{P}_L = 0$$

$$S = P_0 + P_L$$

$$\rho_a \cdot A \cdot t \cdot g = M \cdot g + \rho_g \cdot A \cdot t \cdot g$$

$$M = (\rho_a - \rho_g) \cdot A \cdot t$$

$$= (1,03 - 0,92) \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 80 \text{ m}^2 \cdot 0,50 \text{ m}$$

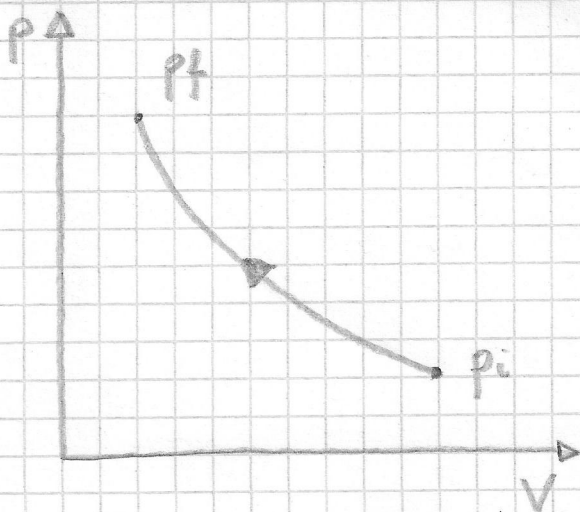
$$= \cancel{90} \text{ kg} \cdot 4,0 = \cancel{360} \text{ kg}$$

110 kg

440 kg (sorry)



- 3)  $n = 2,0 \text{ mol}$   
 $T = 300 \text{ K}$  isoterma  
 $p_i = 0,40 \text{ atm}$   
 $p_f = 1,20 \text{ atm} = 3 p_i$



a)  $V_f = ?$

Poiché  $pV = nRT$  e  $T$  è costante, si ha

$$p_f V_f = p_i V_i$$

$$V_f = \frac{p_i}{p_f} V_i = \frac{1}{3} V_i$$

Inoltre  $p_f$

$$V_i = \frac{nRT}{p_i} = \frac{2,0 \text{ mol} \cdot 8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \cdot 300 \text{ K}}{0,40 \text{ atm} \cdot 101300 \text{ Pa/atm}} = 0,123 \text{ m}^3$$

$$V_f = \frac{1}{3} V_i = 0,041 \text{ m}^3$$

b) Poiché la pressione varia continuamente,  $L$  deve essere calcolato con l'integrale:

$$L = - \int_{V_i}^{V_f} p dV = - \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT}{V} dV = - nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$$

$$= - 2,0 \text{ mol} \cdot 8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \cdot 300 \text{ K} \ln \frac{1}{3}$$

$$= + 5,48 \text{ KJ}$$

Il segno positivo indica che il lavoro è effettuato sul gas.

c) Dal I principio, con  $\Delta E_{\text{int}} = 0$  (poiché  $T$  costante)

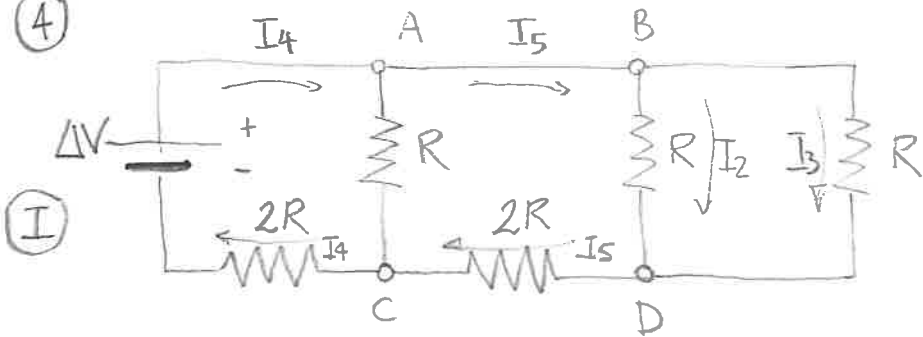
$$Q = -L = -5,48 \text{ KJ}$$

Il segno negativo indica che il calore è ceduto dal gas

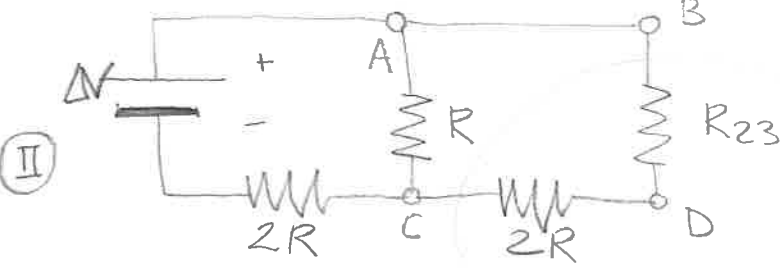
d) Essendo la trasformazione isoterma e reversibile,

si ha:

$$\Delta S = \frac{Q_{\text{rev}}}{T} = - \frac{5,48 \text{ KJ}}{300 \text{ K}} = - 18,3 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$



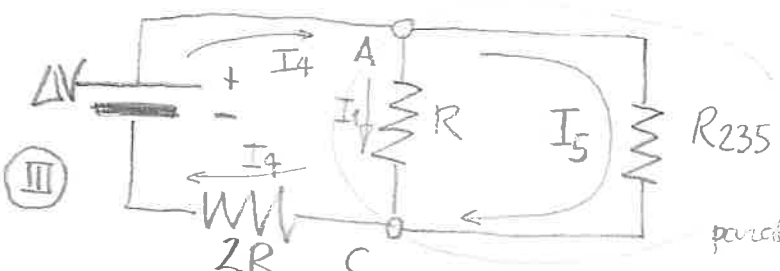
a)  $R_{23}$  è equivalente a due  $R$  in parallelo:



$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{2}{R}$$

$$R_{23} = \frac{R}{2} = 2,5 \Omega$$

b) Per arrivare a  $R_{eq}$  bisogna ridurre progressivamente il circuito. Cominciamo notando che  $R_{23}$  e  $R_5 = 2R$  sono in serie:

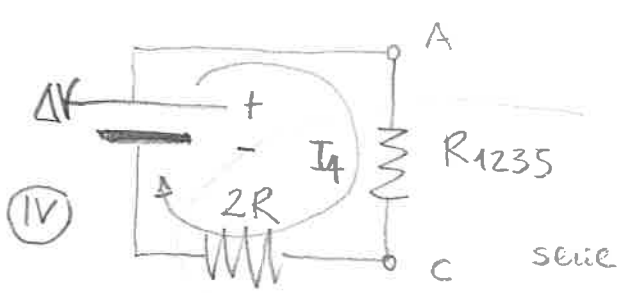


$$R_{235} = R_{23} + R_5$$

$$= \frac{R}{2} + 2R = \frac{5}{2} R$$

$$= 12,5 \Omega$$

Successivamente, notiamo che tra A e C ci sono  $R_1 = R$  e  $R_{235}$  in parallelo:

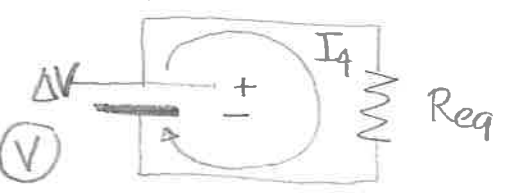


$$\frac{1}{R_{1235}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{235}}$$

$$= \frac{1}{R} + \frac{2}{5R} = \frac{7}{5R}$$

$$R_{1235} = \frac{5}{7} R = \frac{5}{7} \cdot 5 \Omega = \frac{25}{7} \Omega$$

Infine, notiamo che  $R_{1235}$  e  $R_4 = 2R$  sono in serie



$$R_{eq} = R_{1235} + R_4 = \frac{5}{7} R + 2R$$

$$= \frac{19}{7} R = \frac{95}{7} \Omega$$

c) Confrontando ⑤ e ④ si vede che  $I_4$  è la stessa corrente che attraversa  $R_{eq}$ :

$$I_4 = \frac{\Delta V}{R_{eq}} = \frac{95 V}{\frac{95}{7} \Omega} = 70 A$$

d) Da (III), si vede che  $I_4$  nel nodo A si divide in  $I_1$  e  $I_5$

$$I_4 = I_1 + I_5$$

Ma, deve essere  $R_1 I_1 = R_{235} I_5 = \Delta V_{AC}$ . Pertanto:

$$I_1 = \frac{R_{235}}{R_1} \cdot I_5 = \frac{5}{2} I_5$$

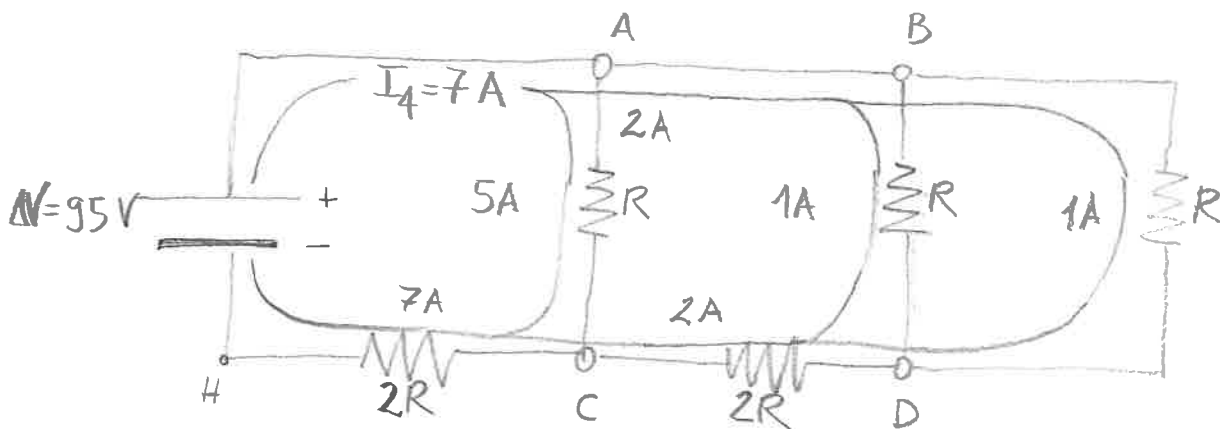
$$\begin{aligned} \text{Da cui } I_4 &= \frac{5}{2} I_5 + I_5 \\ &= \frac{7}{2} I_5 \end{aligned}$$

$$\text{Quindi } I_5 = \frac{2}{7} I_4 = 2,0 \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{5}{2} I_5 = 5,0 \text{ A}$$

e) Da (I), si vede che  $I_5$  nel nodo B si divide in  $I_2$  e  $I_3$ .  
Poichè  $R_2 = R_3 = R$ , anche  $I_2 = I_3 = I_5/2 = 1,0 \text{ A}$ .

Riassumendo quindi quanto trovato in un'unica schema, si ha:



$$\Delta V_{AC} = 5 \text{ A} \cdot 5 \Omega = 25 \text{ V}$$

$$\Delta V_{BD} = 1 \text{ A} \cdot 5 \Omega = 5 \text{ V}$$

$$\Delta V_{CD} = 2 \text{ A} \cdot 10 \Omega = 20 \text{ V}$$

$$\Delta V_{CH} = 7 \text{ A} \cdot 10 \Omega = 70 \text{ V}$$