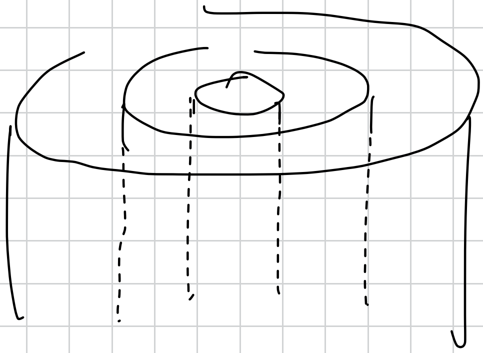
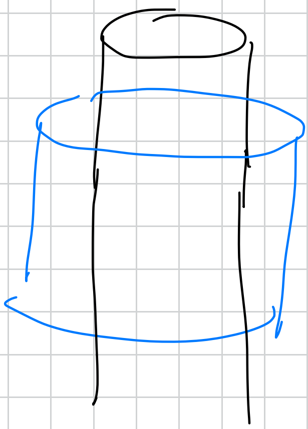
ESERCIZIO 1



1) Calcolo il campo elettrico all'esterno di un cilindro carico usando Gauss



$$\Phi_E = 2\pi r l E = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{r}$$

Nella regione tra C_1 e C_2 il campo vale $E_1 = \dfrac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 r}$

Nella regione tra C_2 e C_3 vale $E_2 = \dfrac{(\lambda_1+\lambda_2)}{2\pi\varepsilon_0 r}$

La differenza di potenziale vale quindi

$$\Delta V = V_3 - V_1 = -\int_{R_1}^{R_3} E\,dr = -\int_{R_1}^{R_2}\frac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 r}\,dr - \int_{R_2}^{R_3}\frac{(\lambda_1+\lambda_2)}{2\pi\varepsilon_0 r}\,dr$$

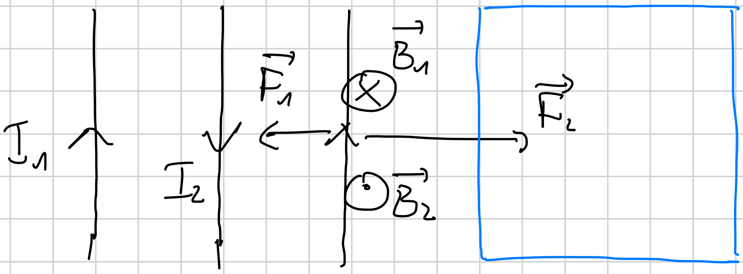
$$= -\frac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0}\log\frac{R_2}{R_1} - \frac{\lambda_1+\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0}\log\frac{R_3}{R_2} \approx -42\ V$$

2) Per $d > R_3$ $\quad E = \dfrac{\lambda_1+\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0 d} \approx 719\ \dfrac{V}{m}$

3) $U = -\vec{p}\cdot\vec{E} = -pE\cos\theta = -\frac{1}{2}pE \approx -1{,}8\times10^{-6}\ J$

ESERCIZIO 2

1) Calcolo i campi prodotti dal filo 1 e 2 sul filo 3



$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(2d)} \qquad \text{verso entrante}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d} \qquad \text{verso uscente}$$

Questi generano una forza per unità di lunghezza

$$\frac{F_1}{L} = I_3 B_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_3}{4\pi d} \qquad \text{verso sinistra}$$

$$\frac{F_2}{L} = I_3 B_2 = \frac{\mu_0 I_2 I_3}{2\pi d} \qquad \text{verso destra}$$

La risultante vale

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I_3}{4\pi d}\left(2I_2 - I_1\right) \approx 0,10\ N \qquad \text{verso destra}$$

2) La fem indotta dipende solo dal campo B_2 variabile.

$$\Phi_{B_2} = \int_{2d}^{4d}\int_{0}^{2d} B_2\, dy\, dx = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi}(2d)\int_{2d}^{4d}\frac{dx}{x}$$

$$= \frac{\mu_0 I_2 d}{\pi}\log 2$$

La fem vale
$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -\frac{\mu_0 d}{\pi}\log 2\,\frac{dI_2}{dt} =$$
$$= +\frac{\mu_0 d}{\pi}\log 2\,\frac{1}{\tau}\,I_2$$

A $t=0$: $I_2 = I_0$

$$\mathcal{E}(t=0) = \frac{\mu_0 d I_0}{\pi\tau}\log 2$$

e
$$I(t=0) = \frac{\mathcal{E}(t=0)}{R} = \frac{\mu_0 d I_0 \log 2}{\pi\tau R} \approx 8.3\ mA$$

La corrente circola in senso antiorario

3) Uso la legge di Felici

$$Q = \frac{1}{R}\Delta\Phi_{B_2} = \frac{1}{R}\frac{\mu_0 d}{\pi}\log 2\left(I_0 - 0\right)$$
$$= \frac{\mu_0 d I_0 \log 2}{\pi R}$$
$$\approx 8.3\times 10^{-8}\ C$$

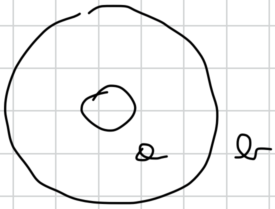
In alternativa, posso integrare la corrente indotta

$$Q = \int_0^\infty I\,dt$$

4) Per $t\to\infty$ la corrente nella spira è nulla. Anche la forza vale quindi 0.

ESERCIZIO 3

1)



Se la spira b è percorsa da corrente I, al centro si genera un campo

$$B = \frac{\mu_0 I}{2 r_b}$$

Il flusso sulla spira a è (con $r_a \ll r_b$)

$$\Phi = B \pi r_a^2 = \frac{\pi \mu_0 I r_a^2}{2 r_b} = M I$$

$$\Rightarrow \quad M = \frac{\pi \mu_0 r_a^2}{2 r_b} \approx 4.9 \times 10^{-10} \text{ H}$$

2) La fem indotta sulla spira b è

$$\mathcal{E}_b = -M \frac{dI_a}{dt} = + \omega M I_0 \sin \omega t$$

$$= + \frac{\pi \mu_0 r_a^2 \omega}{2 r_b} I_0 \sin \omega t$$

3) La corrente vale

$$I_b = \frac{\mathcal{E}_b}{R} = + \frac{\pi \mu_0 r_a^2}{2 R r_b} \omega I_0 \sin \omega t$$

$$t = \frac{\pi}{2\omega}: \quad I_b = + \frac{\pi \mu_0 r_a^2}{2 R r_b} \omega I_0 \sin \frac{\pi}{2} = + \frac{\pi \mu_0 r_a^2 \omega I_0}{2 R r_b}$$

$$\approx 3.5 \ \mu A$$

ESERCIZIO 4

1) L'intensità dell'onda è pari a

$$I = \frac{\langle P \rangle}{4\pi d^2} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_0^2$$

$$\Rightarrow \quad d = \left(\frac{\langle P \rangle}{2\pi \varepsilon_0 c E_0^2} \right)^{1/2} \approx 3.0 \text{ km}$$

2) Il campo B_0 a distanza d vale

$$B_0 = E_0 / c$$

$$\Rightarrow \quad \phi_B = B \, \pi r^2 = \frac{E}{c} \pi r^2 = \frac{E_0}{c} \pi r^2 \cos(\omega t + \varphi)$$

e

$$\mathcal{E}_0 = \omega B_0 \pi r^2 = \omega \frac{E_0}{c} \pi r^2 \approx 4.4 \times 10^{-5} \text{ V}$$

con $\omega = 2\pi \nu = 1.7 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$