

Esame di Analisi Matematica 1 del 23/1/2025
Prof. Alessandro Fonda - CdL Fisica e Matematica
Fila B

Promemoria.

- a) Scrivere Nome e Cognome (in questo ordine) su ogni foglio che consegnate.
- b) Sul primo foglio, specificare il vostro CdL (Fisica o Matematica).
- c) Non è necessario consegnare la brutta copia.
- d) Potete tenere per voi il testo del compito.

Esercizio 1. Si calcolino i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - 2x \cosh(x) + \sin(x)}{x^5 + \sinh(x^3)},$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^6}{3x^2 + 2} (1 - e^{-1/x^4}).$$

Esercizio 2. Si studi la funzione

$$f(x) = \frac{|x^2 - x - 2|}{x - 1}.$$

Esercizio 3. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile infinite volte tale che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln(2 \sin x + 3)] = 0.$$

Dimostrare che:

- (a) Non esiste il $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- (b) L'insieme $\{x \in \mathbb{R} : f(x) = 1\}$ è costituito da infiniti elementi.
- (c) L'insieme $\{x \in \mathbb{R} : f'(x) = 0\}$ è costituito da infiniti elementi.
- (d) Per ogni intero $n \geq 1$, l'insieme $\{x \in \mathbb{R} : f^{(n)}(x) = 0\}$ è costituito da infiniti elementi (qui $f^{(n)}$ indica la derivata n -esima di f).

Esercizio 4. Si calcolino i seguenti integrali:

$$\int_{-3}^2 (|1 - x^2| + 5) x \, dx,$$
$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\sinh(\arcsin x) e^{\arcsin x}}{\sqrt{1 - x^2}} \, dx.$$