

**Esame di Analisi Matematica 1 del 6/2/2025**  
**Prof. Alessandro Fonda - CdL Fisica e Matematica**  
**Versione A**

**Promemoria.**

- a) Scrivere Nome e Cognome (in questo ordine) su ogni foglio che consegnate.
- b) Sul primo foglio, specificare il vostro CdL (Fisica o Matematica).
- c) Non è necessario consegnare la brutta copia.
- d) Potete tenere per voi il testo del compito.

---

**Esercizio 1.** Si calcolino i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 \sin(x^2 - 1) + x^2 - 1}{\tanh(x^4 - 1)},$$
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^7 e^x}{2x^3 - 1}.$$

---

**Esercizio 2.** Si studi la funzione

$$f(x) = (|x| - 2)e^x.$$

---

**Esercizio 3.** Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile infinite volte tale che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x \sin x] = 0.$$

Dimostrare che:

- (a) Esiste una successione  $(x_n)_n$  per cui  $\lim_n f(x_n) = +\infty$ , ed esiste una successione  $(\tilde{x}_n)_n$  per cui  $\lim_n f(\tilde{x}_n) = -\infty$ .
- (b) La funzione  $f$  è suriettiva ma non iniettiva.
- (c) L'insieme  $\{x \in \mathbb{R} : f(x) = 0\}$  è costituito da infiniti elementi.
- (d) Per ogni intero  $n \geq 1$ , l'insieme  $\{x \in \mathbb{R} : f^{(n)}(x) = 0\}$  è costituito da infiniti elementi (qui  $f^{(n)}$  indica la derivata  $n$ -esima di  $f$ ).

---

**Esercizio 4.** Si calcolino i seguenti integrali:

$$\int_0^\pi \sin x \cos^3 x \, dx,$$
$$\int_{-1}^1 x^3 (\sin(x^2) + x) \, dx.$$