

Dinamica nei sistemi in moto

Per A inerziale

$$\sum \vec{F}_{\text{reali}} = m \vec{a}_{PA}$$

Se B è inerziale

$$\sum \vec{F}_{\text{reali}} = m \vec{a}_{PB}$$

caso ① $\vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB}$

Se B non è inerziale

$$\sum \vec{F}_{\text{reali}} \neq m \vec{a}_{PB}$$

$$\vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB} + \vec{a}_{\text{tras}} + \vec{a}_{\text{cor}}$$

Per A inerziale

$$\sum \vec{F}_{\text{reali}} = m \vec{a}_{PA}$$

Se B non è inerziale

$$\sum \vec{F}_{\text{reali}} \neq m \vec{a}_{PB}$$

$$\vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB} + \vec{a}_{\text{tras}} + \vec{a}_{\text{cor}}$$

B deve riscrivere Newton come:

$$\sum \vec{F}_{\text{reali}} = m \vec{a}_{PB} + m \vec{a}_{\text{tras}} + m \vec{a}_{\text{cor}}$$

$$\sum \vec{F}_{\text{reali}} - m \vec{a}_{\text{tras}} - m \vec{a}_{\text{cor}} = m \vec{a}_{PB}$$

le forze apparenti o inerziali

- 1) dipendono dal sistema di riferimento
- 2) non hanno controparte 3° principio
- 3) non derivano da interazioni fisiche

tentazione \rightarrow usare sistemi non inerziali

è sbagliato? NO

Però è quasi sempre molto più complicato

Se devo proprio farlo: allora rischio anche in un sistema inerziale per confronto.

Esempi dinamiche nei moti relativi

1) Camion: accelerometri { pendolo
carre + dinamometro

2) moto circolare + dinamometro

3) Corridus sulla superficie terrestre

CONSIDERIAMO

4 casi di moti relativi A B

① L'osservatore B trasla con velocità $\vec{v}_{BA} = \text{cost}$ rispetto A

② Pure traslazione $|\vec{v}_{BA}|$ non costante

③ Pure rotazione $\vec{\omega}$

④ L'osservatore B ruota e trasla rispetto A:

caso generale che include tutti i 3 casi precedenti!

①

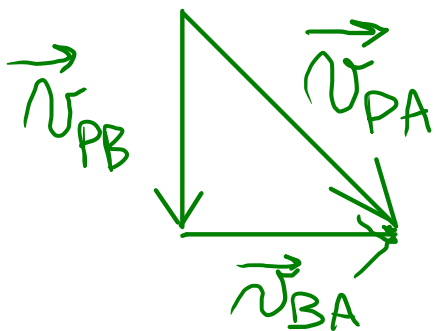
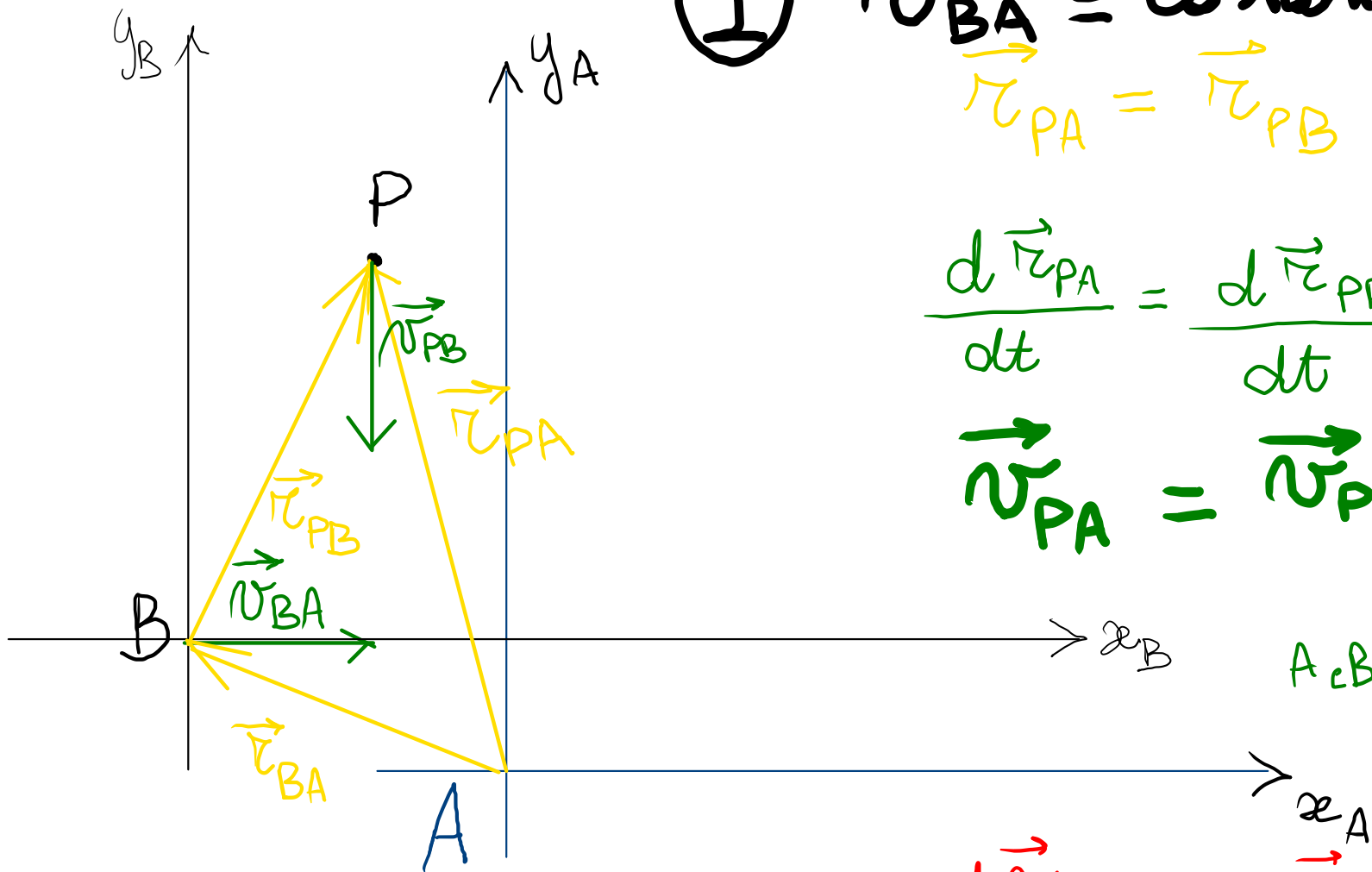
$\vec{v}_{BA} = \text{costante}$

$$\vec{r}_{PA} = \vec{r}_{PB} + \vec{r}_{BA}$$

$$\frac{d\vec{r}_{PA}}{dt} = \frac{d\vec{r}_{PB}}{dt} + \frac{d\vec{r}_{BA}}{dt}$$

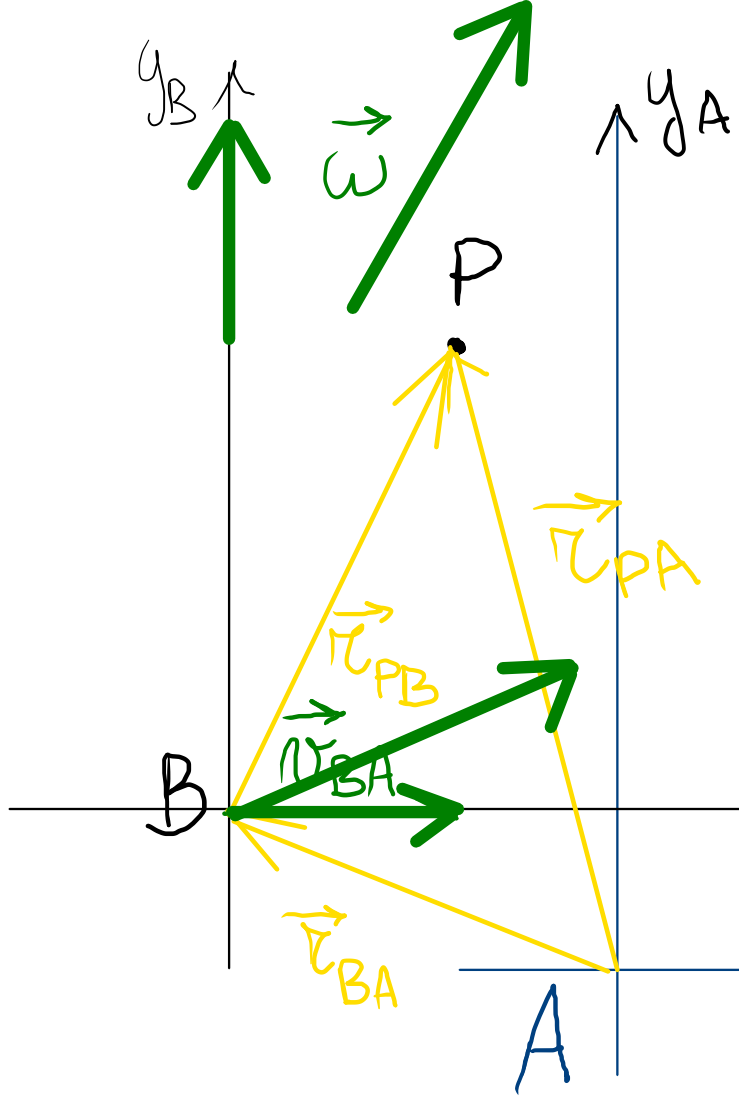
$$\vec{v}_{PA} = \vec{v}_{PB} + \vec{v}_{BA}$$

A e B osservano nel. diverse



$$\left. \frac{d\vec{v}_{PA}}{dt} = \frac{d\vec{v}_{PB}}{dt} + \frac{d\vec{v}_{BA}}{dt} \right\} = 0$$

$$\vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB}$$



$$\vec{r}_{PA} = x_A \hat{e}_A + \dots$$

$$\vec{r}_{PB} = x_B \hat{e}_B + \dots$$

nel caso generale

l'orientazione di $\vec{\omega}$ e \vec{v}_{BA}

è generica e

varia nel tempo

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}(t)$$

$$\vec{v}_{BA} = \vec{v}_{BA}(t)$$

④ Caso generale : B (e il suo sistema) trasla e ruota
rispetto ad A

$$\vec{r}_{PA} = \vec{r}_{PB} + \vec{r}_{BA}$$

$$\vec{v}_{PA} = \vec{v}_{PB} + \vec{v}_{BA} + \vec{\omega} \times \vec{r}_{PB}$$

$$\vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB} + \underbrace{\vec{a}_{BA} + \vec{\alpha} \times \vec{r}_{PB} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{PB})}_{\substack{\text{accelerazione di trascinamento} \\ \vec{a}_{tras}}} + \underbrace{2 \vec{\omega} \times \vec{v}_{PB}}_{\substack{\text{coriolis} \\ \vec{a}_{cor}}}$$

④ Caso generale : B (e il suo sistema) trasla e ruota
rispetto ad A

$$\vec{r}_{PA} = \vec{r}_{PB} + \vec{r}_{BA}$$

$$\vec{v}_{PA} = \vec{v}_{PB} + \vec{v}_{tras}$$

$$\vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB} + \vec{a}_{tras} + \vec{a}_{cov}$$

Esempio 1: accelerometro - 2

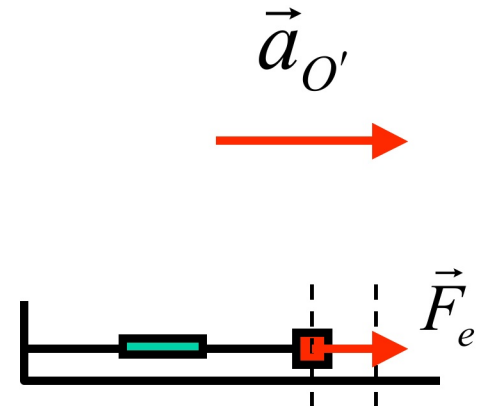
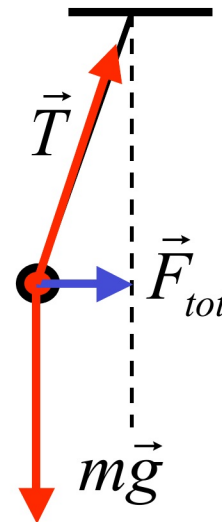
Per l'osservatore inerziale:

Filo a piombo

$$\vec{F}_{tot} = m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a} = m\vec{a}_{O'}$$

molla

$$\vec{F}_{tot} = \vec{F}_e = -kx\hat{i} = m\vec{a} = m\vec{a}_{O'}$$



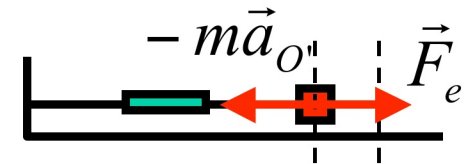
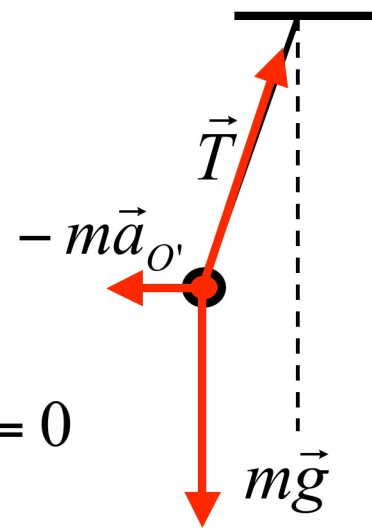
Per l'osservatore non inerziale:

Filo a piombo

$$\vec{F}_{tot} = m\vec{g} + \vec{T} + (-m\vec{a}_{O'}) = 0$$

molla

$$\vec{F}_{tot} = \vec{F}_e + (-m\vec{a}_{O'}) = -kx\hat{i} + (-m\vec{a}_{O'}) = 0$$

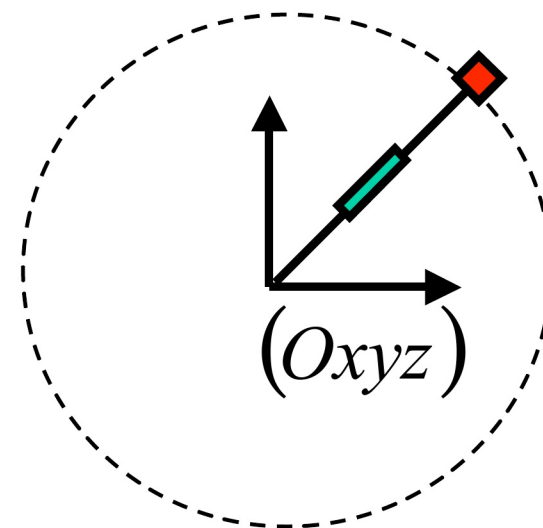


Esempio 2: moto circolare visto da due osservatori

- **Osservatore inerziale**

- corpo in moto rotatorio: il dinamometro che lo trattiene fornisce la forza risultante centripeta (elastica) applicata al corpo

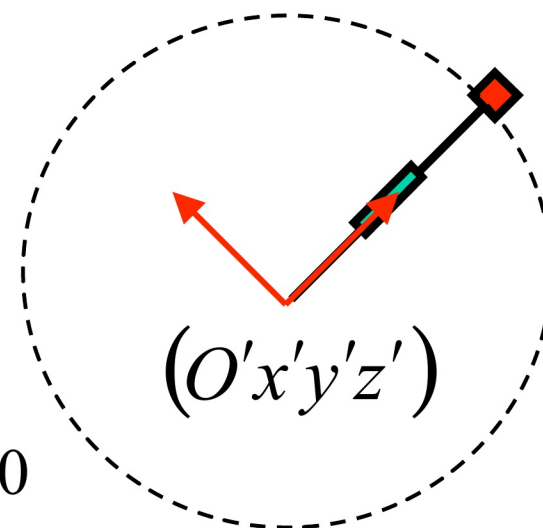
$$\vec{F}_{tot} = \vec{F}_{el} = m\vec{a}_c = m\omega^2 r(-\hat{r})$$



- **Osservatore non inerziale rotante**

- Se la velocità angolare è la stessa: il corpo è in quiete, con risultante delle forze applicate nulla (centripeta F_{el} , reale, + centrifuga F_{in} inerziale)

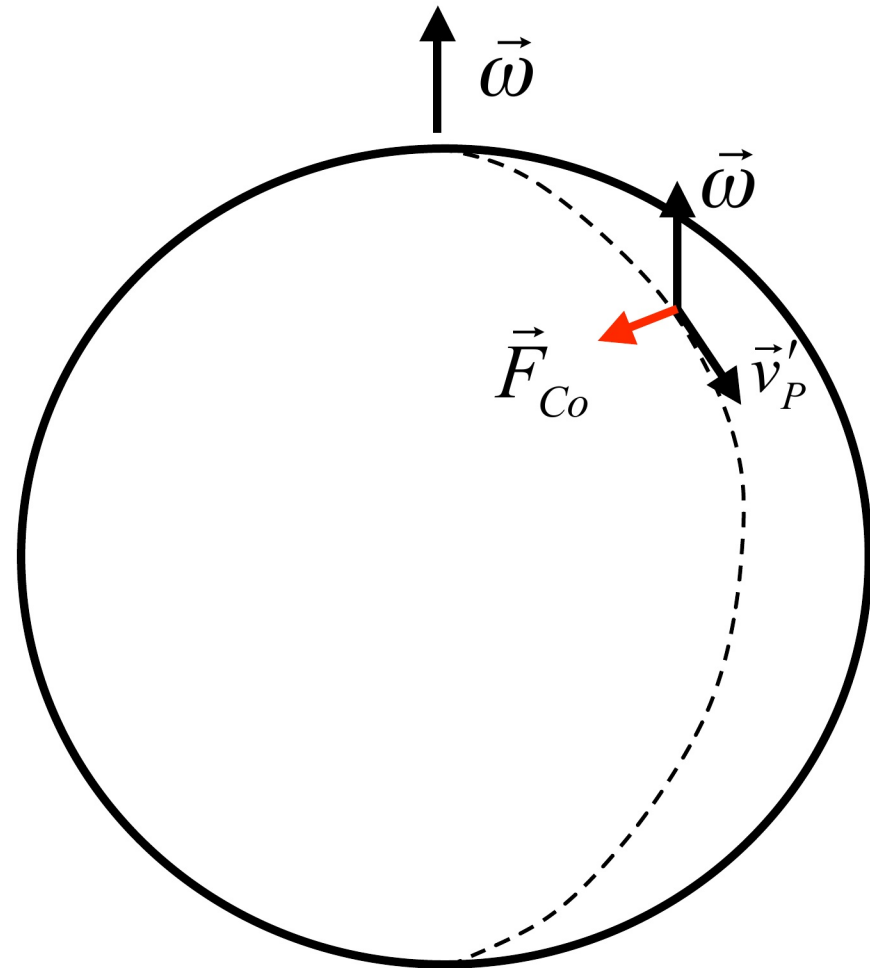
$$\vec{F}_{tot} = \vec{F}_{el} + (-m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times O'P)) = \vec{F}_{el} + m\omega^2 r\hat{r} = 0$$



Esempio 3 - forza di Coriolis

- Se un oggetto si muove da N a S lungo un meridiano, con velocità v'_p rispetto alla terra che ruota con velocità angolare ω , esso risulta sottoposto alla forza inerziale di Coriolis, diretta da E a W:

$$\vec{F}_{Co} = -m(2\vec{\omega} \times \vec{v}'_P)$$



FISICA GENERALE 1, Prova Scritta, 15.01.2019

CognomeNome CdS: Anno

Istruzioni:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate. Fare attenzione ai segni nelle risposte numeriche.

Problema 1. Un ascensore parte da fermo a piano terra e sale verticalmente raggiungendo la sua massima velocità di 6.0 m/s in 2.5 s (fase 1). Continua poi a questa velocità per i successivi 5.0 s (fase 2) e infine decelera fino a fermarsi dopo altri 1.5 s (fase 3). Si supponga che nelle fasi 1 e 3 l'accelerazione sia costante.

(a) Che altezza raggiunge l'ascensore? Quanto valgono la velocità e l'accelerazione media dell'ascensore fra la partenza e la fermata?

(b) Un blocco di massa di 7.2 kg è appeso al soffitto dell'ascensore mediante un dinamometro a molla. Disegnare il diagramma a corpo libero del blocco nel sistema inerziale durante la fase 1 con breve descrizione dei simboli usati per le forze.

(c) Quali sono i tre valori visualizzabili sulla scala graduata del dinamometro nelle tre fasi, supponendo che si raggiunga l'equilibrio in tempi molto inferiori al secondo?

Problema 1. Un ascensore parte da fermo a piano terra e sale verticalmente raggiungendo la sua massima velocità di 6.0 m/s in 2.5 s (fase 1). Continua poi a questa velocità per i successivi 5.0 s (fase 2) e infine decelera fino a fermarsi dopo altri 1.5 s (fase 3). Si supponga che nelle fasi 1 e 3 l'accelerazione sia costante.

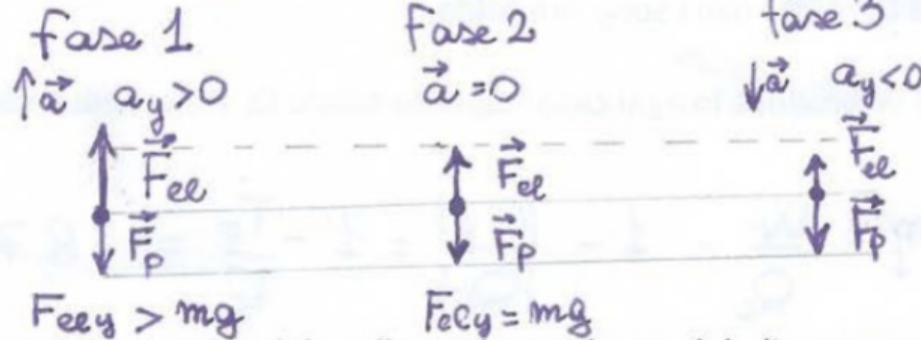
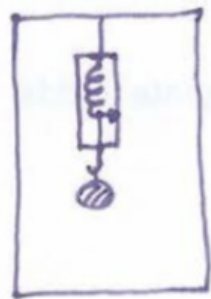


(a) Che altezza raggiunge l'ascensore? Quanto valgono la velocità e l'accelerazione media dell'ascensore fra la partenza e la fermata?

$$\Delta y = \Delta y_1 + \Delta y_2 + \Delta y_3 = 42 \text{ m} \quad \langle v_y \rangle = \frac{\Delta y}{\Delta t} = 4.7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \langle a_y \rangle = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0. \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

44 m *2.0 s* *4.6 m/s*

(b) Un blocco di massa di 7.2 kg è appeso al soffitto dell'ascensore mediante un dinamometro a molla. Disegnare il diagramma a corpo libero del blocco nel sistema inerziale durante la fase 1 con breve descrizione dei simboli usati per le forze.



\vec{a} acc. ascensore =
 acc. blocco
 \vec{F}_{el} forze che il
 dinamometro
 esercita sul blocco
 \vec{F}_p forza peso del blocco

(c) Quali sono i tre valori visualizzabili sulla scala graduata del dinamometro nelle tre fasi, supponendo che si raggiunga l'equilibrio in tempi molto inferiori al secondo?

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

proiettato su y

$$F_{ely} - mg = ma_y$$

Il dinamometro misura F_{ely}

$$F_{ely1} = 88 \text{ N}$$

$$F_{ely2} = 71 \text{ N}$$

$$F_{ely3} = 42 \text{ N}$$

49 N

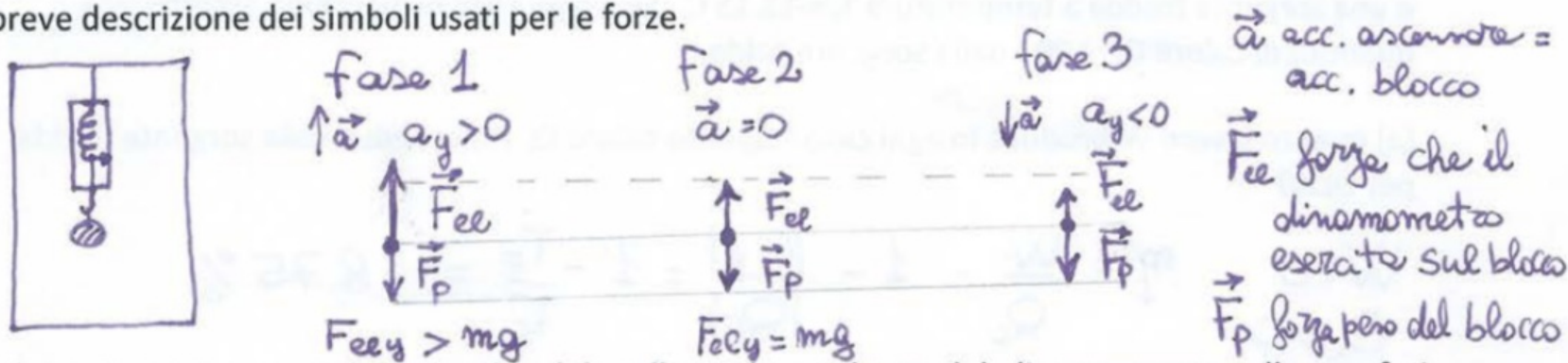
Problema 1. Un ascensore parte da fermo a piano terra e sale verticalmente raggiungendo la sua massima velocità di 6.0 m/s in 2.5 s (fase 1). Continua poi a questa velocità per i successivi 5.0 s (fase 2) e infine decelera fino a fermarsi dopo altri 1.5 s (fase 3). Si supponga che nelle fasi 1 e 3 l'accelerazione sia costante.

(a) Che altezza raggiunge l'ascensore? Quanto valgono la velocità e l'accelerazione media dell'ascensore fra la partenza e la fermata?

$$\Delta y = \Delta y_1 + \Delta y_2 + \Delta y_3 = 42 \text{ m} \quad \langle v_y \rangle = \frac{\Delta y}{\Delta t} = 4.7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \langle a_y \rangle = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

44 m 4.6 m/s

(b) Un blocco di massa di 7.2 kg è appeso al soffitto dell'ascensore mediante un dinamometro a molla. Disegnare il diagramma a corpo libero del blocco nel sistema inerziale durante la fase 1 con breve descrizione dei simboli usati per le forze.



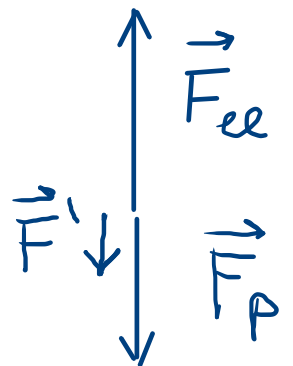
(c) Quali sono i tre valori visualizzabili sulla scala graduata del dinamometro nelle tre fasi, supponendo che si raggiunga l'equilibrio in tempi molto inferiori al secondo?

$\sum \vec{F} = m\vec{a}$
 proiettato su y
 $F_{ely} - mg = ma_y$

Il dinamometro misura F_{ely}
 $F_{ely1} = 88 \text{ N}$ $F_{ely2} = 71 \text{ N}$ $F_{ely3} = 42 \text{ N}$
49 N

nel sistema non inerziale dell'ascensore fase 1

$$a'_i = 0$$



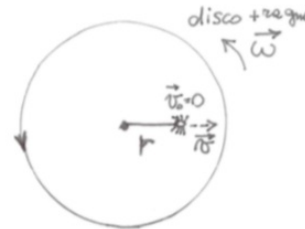
$$F'_i = -m\vec{a}_s$$

CognomeNome CdS: Anno

Istruzioni:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate. Fare attenzione ai segni nelle risposte numeriche.

Problema 1. Un disco orizzontale ruota alla velocità angolare $\omega=4.2$ rad/s rispetto ad un osservatore esterno inerziale. Un ragno, alla distanza $r = 1.5$ cm dal centro del disco, è inizialmente fermo rispetto al disco come mostrato in Figura. Il coefficiente di attrito statico fra il ragno e il disco è $\mu_s= 0.080$.



(a) Descrivere il moto del ragno e disegnare il diagramma a corpo libero nel sistema inerziale con breve descrizione dei simboli usati per le forze.

Risposta: il ragno si muove con moto ...

il modulo della sua velocità vale ...

il modulo della sua accelerazione vale ...

(b) Scrivere la legge di Newton per il ragno 1) nel sistema inerziale e 2) nel sistema non inerziale del disco in rotazione.

(c) Ad un certo istante il ragno inizia a muoversi in direzione radiale rispetto al disco, verso l'esterno, con velocità relativa $v= 3.0$ cm/s. A quale distanza dal centro del disco il ragno inizierà a slittare? Suggerimento, in questo caso conviene mettersi nel sistema non inerziale del disco e usare le due forze non inerziali centrifuga $-m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$ e di Coriolis $-2m\vec{\omega} \times \vec{v}$.

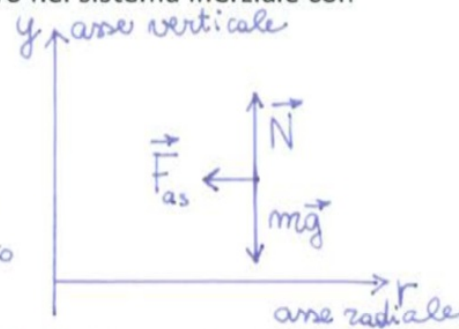
Problema 1. Un disco orizzontale ruota alla velocità angolare $\omega=4.2 \text{ rad/s}$ rispetto ad un osservatore esterno inerziale. Un ragno, alla distanza $r = 1.5 \text{ cm}$ dal centro del disco, è inizialmente fermo rispetto al disco come mostrato in Figura. Il coefficiente di attrito statico fra il ragno e il disco è $\mu_s = 0.080$.



(a) Descrivere il moto del ragno e disegnare il diagramma a corpo libero nel sistema inerziale con breve descrizione dei simboli usati per le forze.

3 Risposta: il ragno si muove con moto *circolare uniforme*
 il modulo della sua velocità vale ... $\omega r = 0.063 \text{ m/s}$
 il modulo della sua accelerazione vale ... $\omega^2 r = 0.26 \text{ m/s}^2$

NOTA: Dato che il moto è circolare uniforme, la forza risultante è centripeta
 $|\vec{F}_{as}| = m\omega^2 r < F_{as,max} = \mu_s N$
 $\vec{m}\vec{g}$ forza peso del ragno
 \vec{N} reazione normale del disco
 \vec{F}_{as} forza di attrito statico



(b) Scrivere la legge di Newton per il ragno 1) nel sistema inerziale e 2) nel sistema non inerziale del disco in rotazione.

3 1) Sistema inerziale
 $m\vec{a} = \sum \vec{F} = \vec{F}_{as}$
 $m\vec{a}_0 = \vec{F}_{as}$ $a_c = -\omega^2 r \hat{r}$
 acc. centripeta

2) Sistema non inerziale
 $m\vec{a}' = \underbrace{\sum \vec{F}}_{\vec{F}_{as}} + \underbrace{\sum \vec{F}_{app}}_{\substack{\text{tutte le forze} \\ \text{inerziali} \\ \text{qui solo } -m\vec{a} \\ \text{forza centrifuga}}}$
 $\downarrow = 0$

(c) Ad un certo istante il ragno inizia a muoversi in direzione radiale rispetto al disco, verso l'esterno, con velocità relativa $v = 3.0 \text{ cm/s}$. A quale distanza dal centro del disco il ragno inizierà a slittare? Suggestivo, in questo caso conviene mettersi nel sistema non inerziale del disco e usare le due forze non inerziali centrifuga $-m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$ e di Coriolis $-2m\vec{\omega} \times \vec{v}$.

4 Per l'osservatore inerziale il moto è a spirale.
 Per l'osservatore sul disco il moto è rettilineo uniforme con velocità \vec{v} radiale verso l'esterno fin tanto che \vec{F}_{as} riesce a bilanciare le due forze \perp centrif. e Coriolis

$$|\vec{F}_{app}| = \sqrt{m^2\omega^4 r^2 + 4m^2\omega^2 v^2} < \mu_s mg$$

$$\Rightarrow r_{max} = \sqrt{\frac{\mu_s^2 g^2 - 4\omega^2 v^2}{\omega^4}} = 4.2 \text{ cm}$$