

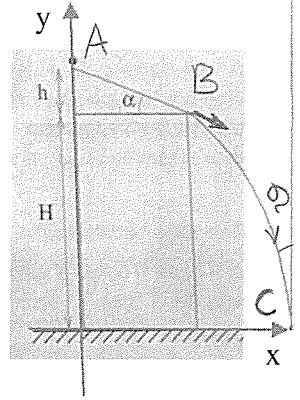
FISICA GENERALE 1, Prova Scritta, 12.07.2018

Cognome COGNOME Nome NOME Cds: IND / NAV Anno 1°

Istruzioni:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate. Fare attenzione ai segni nelle risposte numeriche.

Problema 1. Un punto materiale di massa m scivola lungo un piano inclinato liscio (con attrito trascurabile) di altezza $h = 70.0$ cm e angolo $\alpha = 30.0^\circ$ partendo da fermo dalla sommità, come si vede in figura. Il piano inclinato è parte di un unico blocco di altezza $H = 1.500$ m alla base del piano inclinato e tutto il blocco ha una massa pari a $2m$. Sapendo che il blocco rimane fermo per tutta la discesa del punto materiale e assumendo che la resistenza dell'aria sia trascurabile:



(a) determinare i vettori velocità e accelerazione del punto materiale quando si è appena staccato dal piano inclinato.

$$\vec{v} = \sqrt{2gh} \cos \alpha \hat{i} + (-) \sqrt{2gh} \sin \alpha \hat{j} = (3.21 \hat{i} - 1.85 \hat{j}) \text{ m/s}$$

$$\vec{a} = \emptyset \hat{i} + (-) g \hat{j} = -9.81 \hat{j} \text{ m/s}^2$$

(b) Qual è l'angolo ϑ che la velocità del punto materiale forma con la verticale al momento dell'impatto col terreno?

A → B moto rettilineo uniformemente acc
 B → C " parabolico " "

$$\vartheta = 29.2^\circ$$

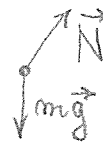
ϑ si può trovare in due modi:
 1) $\tan \vartheta = \frac{v_{cx}}{v_{cy}}$ dalle leggi orarie imponendo $y(t_c) = 0$
 2) $\sin \vartheta = \frac{v_{cx}}{v_c}$ più semplice: $v_{cx} = v_{Bx}$ $v_c = \sqrt{2g(H+h)}$

(c) Determinare il valore minimo che deve avere il coefficiente di attrito statico del terreno su cui poggia il blocco affinché questo rimanga fermo durante la discesa del punto materiale.

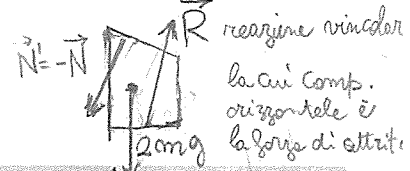
$$\mu_s = \frac{R_x}{R_y} = 0.16$$

I diagrammi a corpo libero durante la fase di caduta A → B sono:

1) punto materiale



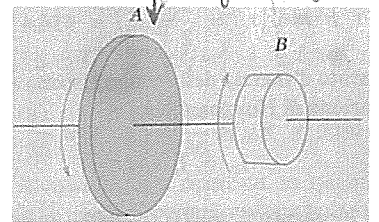
2) blocco (in eq. statica)



Da 1) $N = mg \cos \alpha$

Da 2) $\vec{N}' + 2m\vec{g} + \vec{R} = 0$ $\begin{cases} R_y = N \cos \alpha + 2mg \\ R_x = N \sin \alpha \end{cases}$

Problema 2. Due dischi A e B di massa uguale e raggio diverso ($3r$ e r rispettivamente) ruotano in senso opposto, senza attrito con uguale modulo della velocità angolare ω_0 , attorno a un asse comune, come si vede in figura. I due dischi sono portati lentamente a contatto; le forze di attrito fra le superfici di contatto fanno sì che entrambi raggiungano una comune velocità angolare finale ω_f . Si determinino le espressioni simboliche di:



(a) momento di inerzia finale I_f del sistema dei due dischi a contatto rispetto all'asse di rotazione

$$I_f = I_A + I_B = \frac{1}{2} m (3r)^2 + \frac{1}{2} m r^2 = 5 m r^2$$

(b) velocità angolare finale ω_f

Le forze che si scambiano i due dischi sono interne, quindi si conserva il momento angolare: $\vec{L}_0 = \vec{L}_f$

$$\begin{cases} \vec{L}_0 = I_A \vec{\omega}_0 - I_B \vec{\omega}_0 \\ \vec{L}_f = I_f \vec{\omega}_f \end{cases}$$

$$\Rightarrow \omega_f = \frac{I_A - I_B}{I_A + I_B} \omega_0 = \frac{4}{5} \omega_0 = \boxed{0.80 \omega_0}$$

(c) il rapporto fra energia cinetica totale finale e iniziale K_f/K_0 .

$$\begin{cases} K_0 = \frac{1}{2} I_A \omega_0^2 + \frac{1}{2} I_B \omega_0^2 = \frac{1}{2} (I_A + I_B) \omega_0^2 \\ K_f = \frac{1}{2} I_f \omega_f^2 = \frac{1}{2} (I_A + I_B) \omega_f^2 \end{cases}$$

$$\frac{K_f}{K_0} = \frac{\omega_f^2}{\omega_0^2} = \boxed{0.64}$$

Problema 3 Un cubetto di ghiaccio secco (CO_2 solido) di massa $m = 10$ g viene posto in un contenitore molto freddo di volume $V_A = 10$ litri. Quindi, tutta l'aria viene rapidamente pompata fuori dal contenitore e questo viene chiuso ermeticamente. Il contenitore viene poi scaldato fino a $T_A = 0^\circ\text{C}$, una temperatura alla quale il CO_2 diventa gassoso. Si ricordi che la massa atomica dell'ossigeno è 15.999 e quella del carbonio 12.011. g/mol

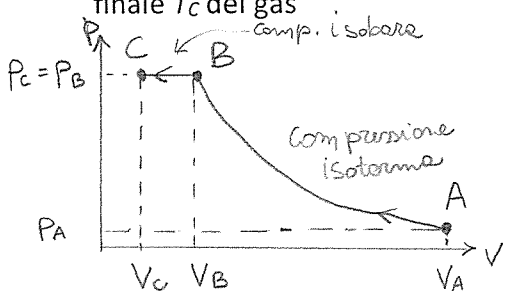
a) Si determini la pressione del gas in questo stato (stato A)

$$n = \frac{m}{2m_{\text{O}} + m_{\text{C}}} = 0.23 \text{ mol}$$

$$p_A = \frac{n R T}{V_A} = \boxed{5.2 \cdot 10^4 \text{ Pa}} \quad (0.51 \text{ atm})$$

Il gas viene poi sottoposto ad una compressione isoterma finché la sua pressione diventa pari a $p_B = 3.0$ atm (stato B), seguita, immediatamente dopo, da una compressione isobara finché il volume arriva a $V_C = 1.5$ litri (stato C).

b) Dopo aver rappresentato questi processi in un diagramma pV , si determini la temperatura finale T_C del gas



Nella compressione isoterma $A \rightarrow B$

$$p_A V_A = p_B V_B \rightarrow V_B = 1.7 \text{ l}$$

Nella compressione isobara $B \rightarrow C$

$$T_C = \frac{V_C}{V_B} \cdot T_B = \frac{1.5}{1.7} \cdot T_B = 241 \text{ K} = -32^\circ\text{C}$$

$$\frac{m R T_C}{V_C} = \frac{m R T_B}{V_B} \rightarrow$$

Si determini il lavoro L compiuto sul gas nell'intero processo.

\rightarrow area sotto le curve

$$c) L = p_C (V_B - V_C) + m R T_B \ln \frac{V_A}{V_B} = 61 \text{ J} + 925 \text{ J} = \boxed{986 \text{ J}}$$

oppure lavoro fatto dal gas e cambiato di segno $-\int_A^B p dV - \int_B^C p dV$

$$= -m R T_A \ln \frac{V_B}{V_A} - p_B \cdot (V_C - V_B) = \dots = 986 \text{ J}$$