10 + 10 + 10 = 30/30

SOLUZIONE L. VITALE

Università di Trieste A.A. 2017/2018 Lauree Triennali in Ingegneria **A**

FISICA GENERALE 1, Prova Scritta, 14.02.2019

Cognome ....Nome .... CdS: ....

Istruzioni:
Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate. Fare attenzione ai segni nelle risposte numeriche.

Problema 1. Un treno di massa $M = 7.3\times10^5$ kg, in moto con velocità iniziale $v_0 = 82$ km/h, inizia a frenare al tempo $t_0 = 0.0$ s. Durante la frenata l'espressione analitica della componente x della accelerazione lungo la direzione di avanzamento del treno sulle rotaie è $a_x(t) = -b\cdot(t-t_0) = -b\cdot t$, dove $b = 1.2\ \mathrm{m\cdot s^{-3}}$ (decelerazione <u>non costante</u>). L'espressione per $a_x(t)$ in funzione del tempo t è valida dall'istante iniziale $t_0 = 0$ fino all'istante t_1 in cui il treno si ferma, in seguito la velocità rimane nulla.

3 *(a)* Quanta energia è stata dissipata nella frenata?

Bilancio energetico: $\underbrace{\text{energia dissipata}}_{\text{lavoro delle forze non cons.}}$ è pari alla variazione ΔK dell'energia cinetica $E = W_{non} = \Delta K = -\frac{1}{2}Mv_0^2 = -1.9\cdot10^8$ J

(b) Quanto spazio ha percorso il treno dal tempo t_0 all'arresto?

Da $a_x(t)$ posso ricavare prima $v_x(t)$ e poi $x(t)$ con le condizioni iniziali $v_x(t=0) = v_0$ e $x(t=0) = 0$

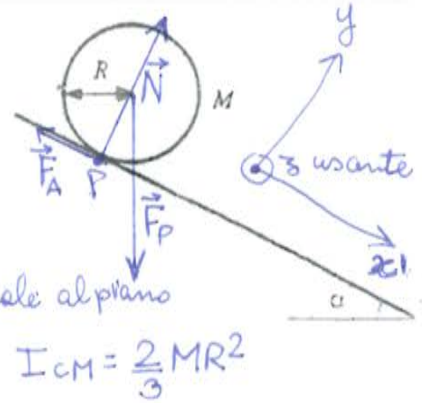
4 $\begin{cases} v_x(t) = v_0 - \dfrac{bt^2}{2} \\ x(t) = v_0 t - \dfrac{t^3}{6} \end{cases}$ Ricavo quindi t_1 (tempo in cui è fermo) da $v_x(t_1) = 0$ e lo sostituisco $x(t_1)$

$\Delta x = x(t_1) - x_0 = x(t_1) = 94$ m

(c) Scrivere l'espressione analitica in funzione del tempo della potenza frenante istantanea.

3
$$P(t) = \vec{F}(t)\cdot\vec{v}(t) = F_x(t)\,v_x(t) =$$
$$= -Mbt\left(v_0 - \frac{1}{2}bt^2\right)$$

Problema 2. Partendo da ferma, una palla di raggio $R = 10$ cm e massa $M = 1.5$ kg rotola senza strisciare lungo un piano inclinato di un angolo $\alpha = 30°$. Trattando la palla come una sfera cava ($I_{CM} = 2/3\ MR^2$), determinare:



(a) La velocità v_{CM} del centro di massa quando la sfera ha percorso un tratto di lunghezza $L = 2.0$ m (istante finale).

3 Sulla palla agiscono 3 forze ma solo $\vec{F}_P$ fa lavoro $\neq 0$.

$\begin{cases} \vec{F}_P = M\vec{g} \\ \vec{F}_A \text{ attrito statico} \\ \vec{N} \text{ reazione normale al piano} \end{cases}$

Dalla conservazione dell'energia:

$(Mg\sin\alpha)L = \underbrace{\frac{1}{2}Mv_{CM}^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2}_{\frac{5}{6}Mv_{CM}^2}$ $\quad \omega = \dfrac{v_{CM}}{R} \quad I_{CM} = \dfrac{2}{3}MR^2$

$v_{CM} = \sqrt{\dfrac{6}{5}gL\sin\alpha} = 3.4$ m/s *(b)* Modulo, direzione e verso del momento angolare della palla rispetto al centro di massa nell'istante finale.

3 $\vec{L} = I_{CM}\,\vec{\omega} = I_{CM}\,\omega\,\hat{k} = L_z\,\hat{k}$ (entrante $\vec{L} \perp$ foglio, $\hat{k}$ disegnato uscente)

$$L_z = -\frac{2}{3}MR^2\,\frac{v_{CM}}{R} = -\frac{2}{3}MR\,v_{CM} = -0.34\ \mathrm{Kg}\,\frac{m^2}{s}$$

(c) Modulo, direzione e verso della forza di attrito statico agente nel punto di contatto durante il moto.

Equazioni cardinali

4 $\begin{cases} \sum \vec{F} = M\vec{a} & \xrightarrow{\text{proietto lungo } x'} \quad F_{x'A} + Mg\sin\alpha = Ma_{x'} \\ \sum \vec{\tau} = \dfrac{d\vec{L}}{dt} = I\vec{\alpha} & \xrightarrow{\text{proietto lungo } z} \quad -R\,Mg\sin\alpha = I_P\,\alpha_z \end{cases}$

$\dots\ F_{x'A} = -\frac{2}{5}Mg\sin\alpha = -2.9\,\mathrm{N}$

uso P come polo per i momenti, così si annullano quelli per $\vec{F}_A$ e $\vec{N}$ e $I_P = I_{cm} + MR^2$

$I_P = \frac{2}{3}MR^2 + MR^2 = \frac{5}{3}MR^2$

Problema 3 Un recipiente rigido di volume V = 59.0 ℓ, contenente 3.50 mol di azoto inizialmente alla pressione p_i = 1.50 atm, viene posto in contatto termico con una massa m di alluminio. La temperatura iniziale del metallo è T_{Al} = 190 °C, e il sistema raggiunge una temperatura finale di equilibrio T_f = 85 °C.

$1\,\mathrm{atm} = 1.0132 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$

(a) Qual è la massa m dell'alluminio? Nei conti si assuma c_{Al} = 910 J kg^{-1}°C^{-1} e si trascuri la capacità termica del recipiente.

Recipiente rigido ⇒ trasformazione a V costante (isocora) ⇒ $C_V = (5/2)R$; $V = 59.0\,\ell = 5.90 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}^3$

4 $$p_i = 1.50\ \mathrm{atm} = 1.520 \times 10^5\ \mathrm{Pa}\ ;\ T_{\mathrm{gas}} = \frac{p_i V}{n\,R} = \frac{1.520 \times 10^5\ \mathrm{Pa} \cdot 5.90 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}^3}{3.50\ \mathrm{mol} \cdot 8.314\ \mathrm{J\ mol^{-1}K^{-1}}} = 308.2\ \mathrm{K} = 35.0\ \mathrm{°C}$$

$$T_{\mathrm{Al}} = 190\ \mathrm{°C} = 463.2\ \mathrm{K}\ ;\ \ T_f = 85\ \mathrm{°C} = 358.2\ \mathrm{K}$$

Dalla relazione calorimetrica: $nC_V(T_f - T_{\mathrm{gas}}) + m_{\mathrm{Al}}c_{\mathrm{Al}}(T_f - T_{\mathrm{Al}}) = 0$ segue:

$$m_{\mathrm{Al}} = \frac{nC_V(T_f - T_{\mathrm{gas}})}{c_{\mathrm{Al}}(T_{\mathrm{Al}} - T_f)} = \frac{3.5\ \mathrm{mol} \cdot \frac{5}{2}\ 8.314\ \mathrm{J\ mol^{-1}\ °C^{-1}} \cdot (85\ \mathrm{°C} - 35\ \mathrm{°C})}{910\ \mathrm{J\ kg^{-1}\ °C^{-1}} \cdot (190\ \mathrm{°C} - 85\ \mathrm{°C})} = 3.81 \times 10^{-2}\ \mathrm{kg} = 38.1\ \mathrm{g}$$

(b) Di quanto varia l'energia interna del gas durante il processo?

Per un gas ideale : $U = n\,C_V\,\Delta T = 3.5\ \mathrm{mol} \cdot \frac{5}{2}\ 8.314\ \mathrm{J\ mol^{-1}\ °C^{-1}} \cdot (85\ \mathrm{°C} - 35\ \mathrm{°C}) = 3.64 \times 10^3\ \mathrm{J}$

3 Alternativamente, si può considerare che per un'isocora $L = 0$, quindi $\Delta U = Q - L = Q = n\,C_V\,\Delta T$

(c) Di quanto varia l'entropia del sistema (gas più alluminio) durante il processo?

$$\Delta S_{\mathrm{gas}} = \int_i^f \frac{dQ}{T} = n\,C_V \int_{T_{\mathrm{gas}}}^{T_f} \frac{dT}{T} = n\,\frac{5}{2}R \cdot \ln\left(\frac{T_f}{T_{\mathrm{gas}}}\right) = 3.5\ \mathrm{mol} \cdot \frac{5}{2}\ 8.314\ \mathrm{J\ mol^{-1}\ K^{-1}} \cdot \ln\left(\frac{358.2\ \mathrm{K}}{308.2\ \mathrm{K}}\right) = 10.94\ \mathrm{J/K}$$

3 $$\Delta S_{\mathrm{Al}} = \int_i^f \frac{dQ}{T} = m\,c_{\mathrm{Al}} \int_{T_{\mathrm{Al}}}^{T_f} \frac{dT}{T} = m\,c_{\mathrm{Al}} \cdot \ln\left(\frac{T_f}{T_{\mathrm{Al}}}\right) = 3.81 \times 10^{-2}\ \mathrm{kg} \cdot 910\ \mathrm{J\ kg^{-1}\ K^{-1}} \cdot \ln\left(\frac{358.2\ \mathrm{K}}{463.2\ \mathrm{K}}\right) = -8.91\ \mathrm{J/K}$$

$$\Delta S_{\mathrm{sistema}} = \Delta S_{\mathrm{gas}} + \Delta S_{\mathrm{Al}} = 10.94\ \mathrm{J\ K^{-1}} - 8.91\ \mathrm{J\ K^{-1}} = 2.0\ \mathrm{J\ K^{-1}}$$