SOLUZIONE SINTETICA — LORENZO VITALE

$10+10+10=30/30$

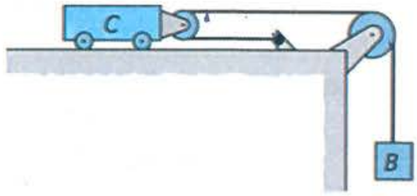
Università di Trieste A.A. 2020/2021 Lauree Triennali in Ingegneria A

FISICA GENERALE 1, Prova Scritta, 15.09.2021

Cognome ....Nome .... CdS: ....

Istruzioni:

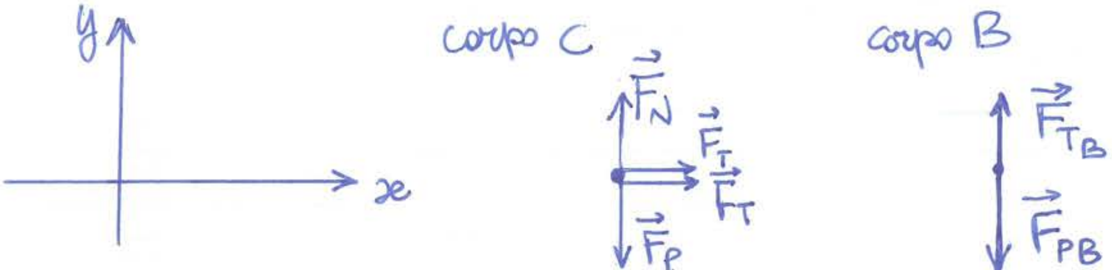
Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate. Fare attenzione ai segni nelle risposte numeriche.



Problema 1. Nel sistema carrello-blocco illustrato, il carrello ha massa m_C e il blocco ha massa m_B. Si ammetta che le ruote del carrello siano piccole e abbiano supporti ben lubrificati. Si trascurino la massa e l'attrito delle pulegge, nonché la massa della corda.

a) Disegnare il diagramma a corpo libero per tutti i due corpi. Si disegni anche un sistema di assi cartesiani.

3



$F_T = |\vec{F}_T| = |\vec{F}_{TB}|$

b) Trovare un'espressione del vettore accelerazione $\vec{a}_B$ del blocco B in funzione di m_C, m_B e g. (attenzione: il modulo dell'accelerazione del carrello non è uguale a quella del blocco).

4 $\quad \vec{a}_B = -g\left(\dfrac{m_B}{m_B+\frac{m_C}{4}}\right)\hat{j}$

Proietto 2ª Newton:

... lungo x carrello C: $m_C a_{Cx} = 2F_T$

... lungo y blocco B: $m_B a_{By} = F_T - m_B g$

spostamenti: $\Delta l_B = 2\Delta l_C \Rightarrow a_B = 2a_C$

$a_{Cx} = a_C = \dfrac{a_B}{2}$

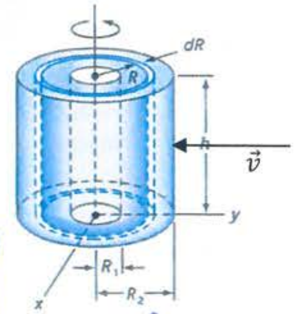
$a_{By} = -a_B$

c) Calcolare la massa del carrello m_C.assumendo che il blocco di massa $m_B = 2.0\ kg$ sia inizialmente al riposo e che dopo un intervallo di tempo Δt = 1.0 s la sua velocità sia pari $1.0\ m/s$ verso il basso.

3 $\quad m_C = 4m_B\left(\dfrac{g}{a_B}-1\right) = ~~70\ Kg~~\ \ 31\ Kg$

$a_B = \dfrac{\Delta v_B}{\Delta t}$ $\quad$ ~~$1\ m/s^2$~~ $\quad 2\ m/s^2$

Problema 2. Si consideri un cilindro circolare retto **cavo** con densità uniforme ρ, massa M, altezza h, raggi interno ed esterno rispettivamente R_1 e R_2 come mostrato in figura.



(a) Impostare il calcolo analitico e trovare l'espressione algebrica del momento di inerzia I_z di tale cilindro rispetto all'asse z. Suggerimento: per il calcolo analitico del momento d'inerzia in figura è mostrato un sottile strato cilindrico di altezza h, spessore infinitesimo dR e raggio R.

3

$Iz = \int_V R^2 \rho\, dV = 2\pi\rho h \int_{R_1}^{R_2} R^3 dR = \frac{1}{2}\pi\rho h\left[R_2^4 - R_1^4\right]$

$\left[R_2^2 - R_1^2\right]\left[R_2^2 + R_1^2\right]$

$Iz = \frac{1}{2} M\left(R_2^2 + R_1^2\right)$

$M = \rho V = \pi\rho h\left(R_2^2 - R_1^2\right)$

(b) Un'officina meccanica realizza un cilindro simile a quello descritto che può ruotare con attrito trascurabile attorno ad un asse verticale fisso passante per l'asse di simmetria z. Si misurano i seguenti valori per il raggio interno R_1 = 0.55 m, il raggio esterno R_2= 0.95 m e I_z = 0.19 kg·m². Un proiettile di massa m = 0.043 kg, sparato in direzione orizzontale si conficca dentro il cilindro a distanza R_3 = 0.85 m dall'asse z. Calcolare il momento d'inerzia $I'z$ del sistema cilindro-proiettile.

3 $I'z = I_z + m R_3^2 = 0.22 \ kg \cdot m^2$

(c) Calcolare la velocità angolare $\overrightarrow{\omega'}$ del sistema cilindro-proiettile dopo l'urto, sapendo che prima dell'urto il cilindro era in moto con velocità angolare $\vec{\omega}$ = 12 rad/s $\hat{k}$ e il proiettile era moto rettilineo uniforme con traiettoria nel piano y-z e velocità $\vec{v}$ = -200 m/s $\hat{\jmath}$. Calcolare l'energia cinetica dissipata nell'urto.

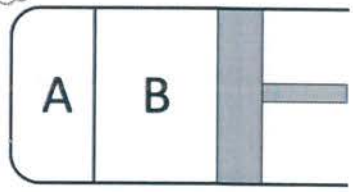
Attenzione: la componente assiale di L del proiettile è nulla

4 $\overrightarrow{\omega'} = \frac{I_z \omega}{I'_z} \hat{k} = 10 \frac{rad}{s} \hat{k}$ 10.4 Si conserva L_z

$Ek = \frac{1}{2} I'_z \omega'^2_z - \left(\frac{1}{2} I_z \omega_z^2 + \frac{1}{2} m v^2 \right) = -8.6 \cdot 10^2 J$

11.8 13.7 860 1935 $-1.9 \cdot 10^3 J$

Problema 3. Un recipiente cilindrico disposto orizzontalmente è diviso da un setto rigido in due parti A e B di volumi $V_A = 0.400\ L$ e $V_B = 2.46\ L$. Nella camera A sono contenute $n_A = 2.00 \cdot 10^{-2}\ mol$ di gas perfetto monoatomico alla temperatura $T_A = 273\ K$; nell'altra camera è contenuto del gas perfetto biatomico a pressione atmosferica e temperatura $T_B = T_A$.Il setto rigido si rompe se la pressione nella camera B raggiunge il valore $p_B^* = 10.0\ atm$. *(N. B. $1\ atm = 101325\ Pa$).*



Il gas nella camera B viene compresso in modo reversibile, fino a provocare la rottura del setto (il pistone scorre senza attrito lungo il cilindro). Le pareti del recipiente, il setto e il pistone sono tutte pareti adiabatiche. Si calcoli

a) il volume V_B^* del gas nella camera B un istante prima che il setto si rompa;

$C_V^A = \frac{3}{2} R$

compressione adiabatica x B

3 $V_B^* =$ 0.475 L 0.357 L $V_B^* = \left(\frac{P_B}{P_B^*} \right)^{1/\gamma_B} V_B$

$C_V^B = \frac{5}{2} R$, $C_P^B = \frac{7}{2} R$ $\gamma_B = \frac{7}{5}$

b) la temperatura T_B^* del gas nella camera B un istante prima che il setto si rompa;

3 $T_B^* =$ 525 K 527 K $T_B^* = \frac{P_B^* V_B^*}{n_B R}$ con $n_B = \frac{P_B V_B}{R T_B}$

c) il lavoro compiuto dal gas durante la compressione;

2 $W =$ − 576 J − 435 J

Adiabatica

$Q = 0$

$W = -\Delta U = - n_B C_V^B (T_B^* - T_B)$

d) la temperatura finale T_f della miscela di gas risultante. Si noti che dopo la rottura del setto il pistone resta fermo.

2 $T_f =$ 500 K 459 K

$n_A C_V^A (T_F - T_A) = - n_B C_V^B (T_F - T_B^*)$

$T_F = \frac{n_A C_V^A T_A + n_B C_V^B T_B^*}{n_A C_V^A + n_B C_V^B}$