SOLUZIONE SINTETICA
LORENZO VITALE

10 Punti per ciascun problema
10+10+10 = 30/30

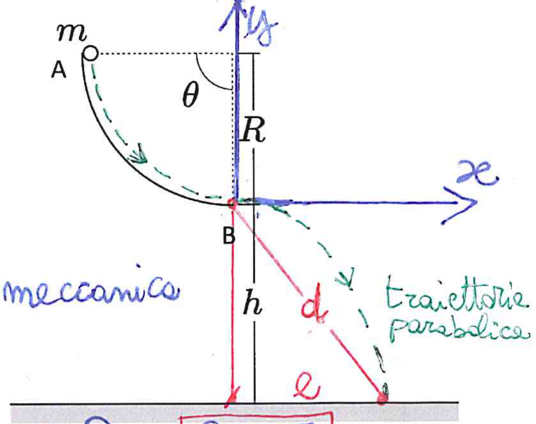
Università di Trieste A.A. 2020/2021 Lauree Triennali in Ingegneria **A**

FISICA GENERALE 1, Prova Scritta, 17.01.2022

Cognome ....Nome .... CdS: ....

Istruzioni:
Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate. Fare attenzione ai segni nelle risposte numeriche.

Problema 1. Un punto materiale di massa $m = 1.0$ kg parte da fermo nel punto A e scivola lungo una rampa in forma di un arco di cerchio di raggio $R = 1.0$ m, con angolo sotteso di $\theta = 90°$. La base di questo arco, punto B, è a $h = 1.5$ m sopra il suolo.



a) Qual è l'energia cinetica del punto materiale quando si è appena staccato della rampa?

2

Applico la conservazione dell'energia meccanica

$K_B + U_B = K_A + U_A \qquad K_A = 0$

$K_B = U_A - U_B = mg(y_A - y_B) = mgR = \boxed{9.8\ \text{J}}$

b) Determinare i vettori velocità e accelerazione del punto materiale quando si è appena staccato della rampa.

4

Quando si stacca, la velocità, che è sempre tangente alla traiettoria, sarà orizzontale (direzione e verso dell'asse x).

- $\frac{1}{2} m v_B^2 = mgR \qquad v_B = \sqrt{2gR} \qquad \vec{v}_B = \boxed{4.4\ \text{m/s}\ \hat{\imath}}$
- Dal punto B in poi agisce solo la forza peso $m\vec{g} \Rightarrow \vec{a}_B = \vec{g} = \boxed{-9.8\ \text{m/s}^2\ \hat{\jmath}}$

c) Calcolare la distanza d tra la base dell'arco B ed il punto di contatto del punto materiale con il suolo.

4

$h = \frac{1}{2} g t^2 \qquad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ la gittata (orizzontale) $\ell = v_B t = \sqrt{2gh} \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} =$

$\ell = 2\sqrt{Rh} = 2.4\ \text{m} \qquad d = \sqrt{h^2 + \ell^2} = \boxed{2.8\ \text{m}}$

Problema 2. Si assuma che la Terra sia una sfera con densità uniforme, massa $M = 6.0\times10^{24}$ kg, raggio $R = 6.4\times10^6$ m che in un giorno compie una rotazione completa attorno al suo asse z, versore $\hat{k}$.

Esempio 13.5 del libro con piccole modifiche

a) Scrivere l'espressione algebrica del momento di inerzia I_z della Terra rispetto all'asse z (potete verificare l'espressione sapendo che il valore numerico è pari a $I_z = 9.8\times10^{37}$ kgm^2).

2

$Iz = \boxed{\frac{2}{5} MR^2}$

b) Calcolare il vettore velocità angolare $\vec{\omega}$ della Terra (modulo, direzione e verso).

3

$\vec{\omega} = \frac{2\pi}{T} \hat{k} = \frac{2 \cdot 3.14}{(24\text{h})(3600\ \text{s/h})} \hat{k} = \boxed{7.3 \cdot 10^{-5}\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}\ \hat{k}}$

va bene anche solo s^{-1}
rad adim. nel SI

c) Calcolare il vettore momento angolare $\vec{L}$ associabile a questo moto.

3 $\vec{L} = I_z \vec{\omega} = (9.8 \cdot 10^{37}\ kg\,m^2)(7.3 \cdot 10^{-5}\ s^{-1})\hat{k} = \boxed{7.2 \cdot 10^{33}\ \frac{kg\,m^2}{s}\ \hat{k}}$

d) Calcolare la potenza media necessaria per fermare la Terra in un'ora.

2 $P = \frac{\mathcal{L}}{\Delta t} = \frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{-\frac{1}{2} I_z \omega^2}{3600 s} = -\boxed{7.3 \cdot 10^{25}\ W}$

potenza frenante

Problema 3. In $m_1 = 1.00$ kg di acqua a 80.0°C vengono versati $m_2 = 100$ g di ghiaccio fondente e $m_3 = 200$ g di ghiaccio a -40.0°C.

a) Si verifichi che la massa di acqua è in grado di sciogliere completamente il ghiaccio.

1) La massima quantità di calore fornibile dall'acqua m_1 al ghiaccio $m_2 + m_3$ è $|Q_1| = m_1 c_a (T_1 - T_0) = 3.35 \cdot 10^5 J$

4 - Le minime quantità di calore necessarie per sciogliere le masse m_2 e m_3 sono

2) $Q_2 = m_2 \lambda_f = 3.35 \cdot 10^4 J$

3) $Q_3 = m_3 c_g (T_0 - T_3) + m_3 \lambda_f = \boxed{8.37 \cdot 10^4 J}$ $|Q_1| \geq Q_2 + Q_3$

b) Si calcoli la temperatura T_e della miscela all'equilibrio termico.

Bilancio energetico : $\underset{<0}{Q_1'} + \underset{>0}{Q_2'} + \underset{>0}{Q_3'} = 0$ m_1 cede, m_2 e m_3 assorbono

3 $m_1 c_a (T_e - T_1) + m_2[\lambda_f + c_a(T_e - T_0)] + m_3[c_g(T_0 - T_3) + \lambda_f + c_a(T_e - T_0)] = 0$

$$T_e = \frac{m_1 c_a T_1 + (m_2 + m_3)(c_a T_0 - \lambda_f) - m_3 c_g (T_0 - T_3)}{c_a(m_1 + m_2 + m_3)} = \boxed{313 K}$$

40°C

c) Si calcolino le variazioni di entropia ΔS_1, ΔS_2 e ΔS_3, relative alle trasformazioni subite dalle masse m_1, m_2 ed m_3 rispettivamente. I valori ottenuti sono in accordo con il Secondo Principio della Termodinamica (ed in particolare l'enunciato relativo all'entropia)?

$$\Delta S_1 = \int_i^f \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{rev}^{*} = \int_{T_1}^{T_e} m_1 c_a \frac{dT}{T} = m_1 c_a \ln\left(\frac{T_e}{T_1}\right) = \boxed{-503\ \frac{J}{K}}$$

3

$$\Delta S_2 = \frac{m_2 \lambda_f}{T_0} + \int_{T_0}^{T_e} m_2 c_a \frac{dT}{T} = \boxed{+180\ \frac{J}{K}}$$

$$\Delta S_3 = \int_{T_3}^{T_0} m_3 c_g \frac{dT}{T} + \frac{m_3 \lambda_f}{T_0} + \int_{T_0}^{T_e} m_3 c_a \frac{dT}{T} = \boxed{+426\ \frac{J}{K}}$$

Si usino i seguenti valori approssimati
- calore specifico del ghiaccio: $c_g = 2093\ \mathrm{J/(kg \cdot K)}$
- calore specifico dell'acqua: $c_a = 4180\ \mathrm{J/(kg \cdot K)}$
- calore latente di fusione del ghiaccio: $\lambda_f = 3.35 \cdot 10^5\ \mathrm{J/kg}$

$\Delta S_{TOT} = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 = +103\ \frac{J}{K}$

> 0 l'entropia totale aumenta, in accordo con il secondo principio

* Anche se le trasformazioni subite sono irreversibili, è sufficiente trovare delle trasformazioni termodinamiche reversibili che partendo dallo stato iniziale "i" portino allo stato finale "f"