SOLUZIONE SINTETICA COMMENTATA

10 punti per problema
10+10+10 = 30/30

Università di Trieste A.A. 2020/2021 Lauree Triennali in Ingegneria **A** B
valori tema B in rosso

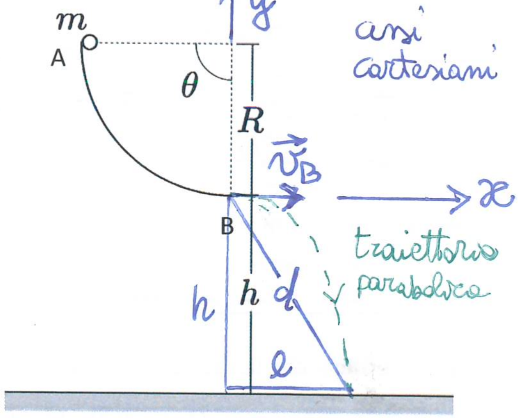
FISICA GENERALE 1, Prova Scritta, 14.02.2022

Cognome ...VITALE... **Nome** ...LORENZO... **CdS:** ...IND & NAV...

Istruzioni:

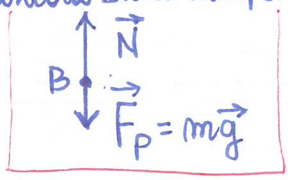
Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate. Fare attenzione ai segni nelle risposte numeriche.

Problema 1. Un punto materiale di massa $m = 1.0$ kg (non serve) parte da fermo nel punto A e scivola con attrito trascurabile lungo una rampa in forma di un arco di cerchio di raggio $R = 1.0$ m, con angolo sotteso di $\theta = 90°$. La base di questo arco, punto B, è all'altezza $h = 1.5$ m (1.2 m) sopra il suolo.

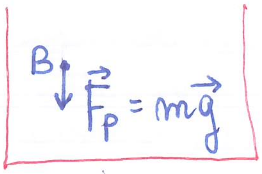


4 a) Disegnare i due diagrammi a corpo libero della massa m nel punto B, uno subito prima e uno subito dopo del distacco dalla rampa.

Prima: è ancora sulla rampa



Dopo: è in caduta libera



3 b) Determinare i **vettori** velocità e accelerazione del punto materiale quando si è appena staccato dalla rampa.

Quando m si stacca la velocità, tangente alla traiettoria parabolica, rimane orizzontale. Ricavo il modulo di $\vec{v}_B$ usando la cons. en. meccanica

$\Delta K = \Delta U \quad \frac{1}{2} m v_B^2 = mg\Delta y = mgR \qquad v_B = \sqrt{2gR} = 4.4\ m/s$

$$\boxed{\begin{aligned} &\bullet\ \vec{v}_B = 4.4\ m/s\ \hat{i} \\ &\bullet\ \vec{a}_B = \vec{g} = -9.8\ m/s^2\ \hat{j} \end{aligned}}$$

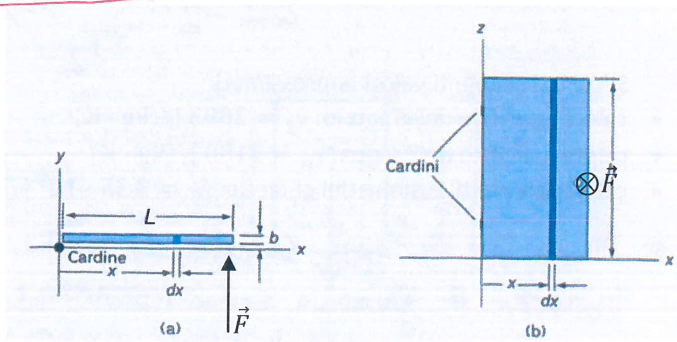
3 c) Disegnare la traiettoria e calcolare la distanza d tra il punto B sulla base dell'arco e il punto di contatto del punto materiale con il suolo.

Ricavo il tempo di caduta dal moto verticale $h = \frac{1}{2}gt^2 \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

La gittata orizzontale $l = v_B t = 2\sqrt{Rh} = 2.4\ m$ (2.2 m)

$$\boxed{d = \sqrt{h^2 + l^2} = \sqrt{h^2 + 4Rh} = 2.9\ m}$$ (2.5 m)

Problema 2. La porta in figura ha densità uniforme ρ, massa M, larghezza L, spessore b e altezza h. Esempio 12.6 del libro



3 a) Impostare l'integrale e scrivere l'espressione algebrica del momento d'inerzia della porta Iz rispetto all'asse z passante per i cardini assumendo $b \ll L$. Verificare che la porta con M = 27.3 kg e L = 0.95 m, ha Iz = 8.2 kg·m².

$$\boxed{Iz = \int x^2 dm} = \int x^2 \rho\, dV = \rho h b \int_0^L x^2 dx$$

$$= \rho h b \frac{L^3}{3} = \boxed{\frac{ML^2}{3}}$$

verifica $I_z = \frac{27.3\ kg \cdot (0.95\ m)^2}{3} = 8.2\ kg\,m^2$ ✓

4 b) Calcolare la massa m che, attaccata a distanza L dai cardini, raddoppi il momento d'inerzia della porta $I'z = 2Iz$.

$\boxed{m = \frac{M}{3} = 9.1\ \text{kg}}$

$$I'_z = I_z + mL^2 = \frac{ML^2}{3} + mL^2 = 2\left(\frac{ML^2}{3}\right)$$

$$m = \frac{2}{3}M - \frac{1}{3}M = \frac{1}{3}M$$

3 c) Per aprire la porta con momento d'inerzia $I'z$ e inizialmente ferma, si applica forza $\vec{F}$ in modulo costante e diretta sempre perpendicolarmente alla porta stessa durante la rotazione. Quanto vale il modulo F necessario a far ruotare la porta di un quarto di giro in 1.0 s? 1.1s

$\boxed{F = \frac{I'_z}{L}\,\frac{\pi/2}{t^2/2} = 54\ \text{N} \quad 45\ \text{N}}$

$I'_z \vec{\alpha} = \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ proietto su z $I'_z \alpha_z = LF$

$\vartheta(t) = \underbrace{\vartheta_0}_{=0} + \underbrace{\omega_0 t}_{=0} + \frac{1}{2}\alpha_z t^2 \ldots$ costante => moto rotatorio uniformemente acc.

Problema 3. Un blocco di ghiaccio di massa $m_1 = 250$ g inizialmente in equilibrio termico in un congelatore a -30.0°C (4 stelle) è estratto e posto in un contenitore adiabatico. All'interno dello stesso contenitore è versata una massa $m_2 = 1.00$ kg di acqua a +100.0°C.

$T_1 = 243\ \text{K} \quad T_0 = 273\ \text{K} \quad T_2 = 373\ \text{K}$

3 a) Si verifichi che la massa di acqua è in grado di sciogliere completamente il ghiaccio.

La massima quantità di calore $|Q_2|$ che l'acqua m_2 può cedere rimanendo liquida è

$|Q_2| = m_2 c_a (T_2 - T_0) = 1.00\ \text{kg} \cdot 4180\ \text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1} \cdot 100\ \text{K} = 4.18 \cdot 10^5\ \text{J}$

La minima quantità di calore Q_1 necessaria a sciogliere il ghiaccio m_1 è

$Q_1 = m_1 c_g (T_0 - T_1) + m_1 \lambda_f = 1.57 \cdot 10^4\ \text{J} + 8.37 \cdot 10^4\ \text{J} = 9.94 \cdot 10^4\ \text{J} \Rightarrow |Q_2| > Q_1$

3 b) Si calcoli la temperatura T_e della miscela all'equilibrio termico.

Bilancio energetico $Q'_1 + Q'_2 = 0 \quad Q'_1 > 0 \quad Q'_2 < 0$

$$m_1\left[c_g(T_0 - T_1) + \lambda_f + c_a(T_e - T_0)\right] + m_2 c_a (T_e - T_2) = 0$$

$$T_e = \frac{m_2 c_a T_2 - m_1 c_g (T_0 - T_1) - m_1 \lambda_f + m_1 c_a T_0}{c_a(m_1 + m_2)} = 334\ \text{K}$$ pari a 61°C

4 c) Si calcolino le variazioni di entropia ΔS_1 e ΔS_2, relative alle trasformazioni subite dalle masse m_1 ed m_2 rispettivamente. I valori ottenuti sono in accordo con il Secondo Principio della Termodinamica (ed in particolare l'enunciato relativo all'entropia)?

$\Delta S = \int_i^f \left(\frac{\delta Q}{T}\right)^*_{rev}$

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{T_0} m_1 c_g \frac{dT}{T} + \frac{m_1 \lambda_f}{T_0} + \int_{T_0}^{T_e} m_1 c_a \frac{dT}{T} = 578\ \frac{\text{J}}{\text{K}} > 0$$

$$\Delta S_2 = \int_{T_2}^{T_e} m_2 c_a \frac{dT}{T} = m_2 c_a \ln\frac{T_2}{T_0} = -463\ \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Si usino i seguenti valori approssimati

- calore specifico del ghiaccio: $c_g = 2093\ \text{J/(kg} \cdot \text{K)}$
- calore specifico dell'acqua: $c_a = 4180\ \text{J/(kg} \cdot \text{K)}$
- calore latente di fusione del ghiaccio: $\lambda_f = 3.35 \cdot 10^5\ \text{J/kg}$

$\Delta S_{TOT} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 115\ \frac{\text{J}}{\text{K}}$

* Anche se le trasf. subite da acqua bollente e ghiaccio sono irreversibili, basta trovare delle trasformazioni reversibili $i \to f$

> 0 l'entropia totale del sistema isolato aumenta, in accordo con il 2° principio