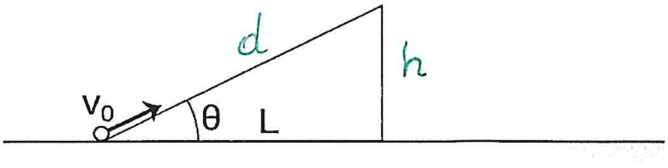
Università di Trieste A.A. 2021/2022 Lauree Triennali in Ingegneria
FISICA GENERALE 1, Prova Scritta, 06.09.2022

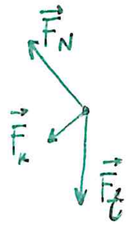
Cognome .... **Nome** .... **CdS:** ....

Istruzioni:
Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e poi l'eventuale corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate. Fare attenzione ai segni nelle risposte numeriche.

Problema 1. Un proiettile di massa m = 0.5 kg è sparato con una velocità iniziale di modulo v_0 = 4 m/s lungo una rampa di lunghezza orizzontale L = 1 m, e di inclinazione data dall'angolo ϑ = 30°. Il coefficiente di attrito tra il proiettile e la rampa è μ = 0.1.



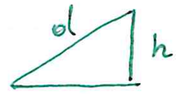
a) Disegnare il diagramma a corpo libero per il proiettile in un punto qualsiasi durante la sua salita lungo la rampa. Calcolare il valore numerico delle tre forze che agiscono sul proiettile.



$$F_t = mg = 4.9\ N$$
$$F_N = mg\cos\theta = 4.2\ N$$
$$F_k = \mu mg\cos\theta = 0.42\ N$$

b) Qual è la velocità del proiettile alla fine della rampa? [*Suggerimento: il teorema lavoro-energia cinetica è un modo veloce di arrivare alla soluzione.*]

$$\frac{1}{2}mv_F^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \int(\Sigma\vec{F})\cdot d\vec{r} = -F_t h - F_k d$$



$$= -mgL\tan\theta - \mu mg\frac{\cos\theta\, d}{L} \cdot L = -mgL(\tan\theta + \mu)$$

$$\Rightarrow v_F = \sqrt{v_0^2 - 2gL(\tan\theta + \mu)} = 2.1\ m/s$$

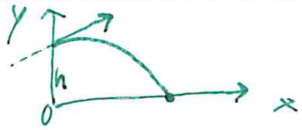
c) Alla fine della rampa il proiettile inizia una caduta libera fino al suolo. Calcolare la gittata totale del proiettile, ossia la distanza orizzontale percorsa dal proiettile tra la fine della rampa ed il suo punto di contatto con il suolo.

Legge oraria: $y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_y t + h$

$$y(t_0) = 0 \rightarrow t_0 = \frac{v_y}{g} \pm \frac{1}{g}\sqrt{v_y^2 + 2gh}$$

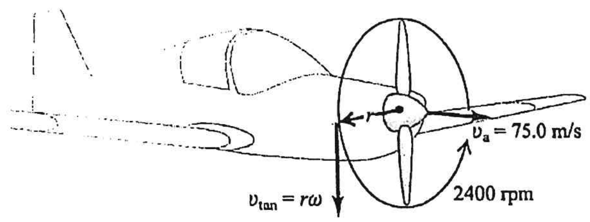
$\rightarrow$ tempo positivo: $t_0 = \frac{1}{g}\left(\sqrt{v_y^2 + 2gh} + v_y\right) = 0.44\ s$

$$x(t_0) = v_x t_0 = \frac{v_x}{g}\left(\sqrt{v_y^2 + 2gh} + v_y\right) = 0.79\ m$$

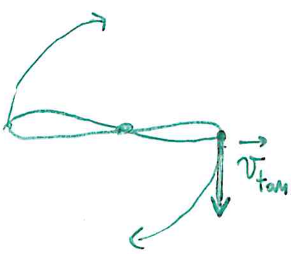


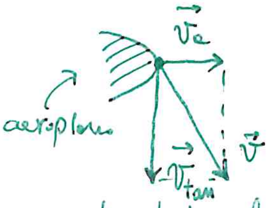
$v_y = v_F \sin\theta$
$v_x = v_F \cos\theta$

Problema 2. Si supponga di dover progettare il motore a elica per un aeroplano; il motore deve ruotare a 2400 giri/minuto (vedi figura). La velocità lineare v_a dell'aeroplano deve essere di 75.0 m/s, mentre la velocità delle estremità di ogni pala dell'elica non deve superare i 270 m/s. [*Questo valore corrisponde circa all'80% della velocità del suono in aria; se la velocità delle pale fosse maggiore di esso, la rotazione dell'elica produrrebbe un rumore enorme*].



a) Disegnare il vettore velocità di un punto all'estremità delle pale dell'elica rispetto al suolo (...non rispetto all'aereo!).





b) Verificare che il massimo valore possibile r per la lunghezza delle pale è $r = 1.03$ m. [N.B. *Considerare che il modulo della velocità dell'estremità delle pale rispetto al suolo deve essere minore o uguale di 270 m/s.*]

$$\omega = 2400 \text{ giri/min} = 251 \text{ rad/s}$$
$$v^2 = v_a^2 + v_{tan}^2 = v_a^2 + \omega^2 r^2 \rightarrow r = \frac{\sqrt{v^2 - v_a^2}}{\omega} = 1.03 \text{ m}$$

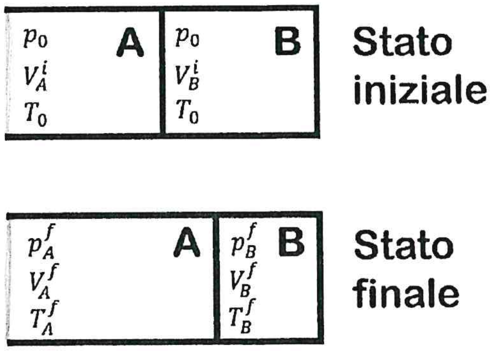
c) Per questa lunghezza delle pale, pari anche al raggio dell'elica stessa, si determinino le componenti del vettore accelerazione di un punto all'estremità delle pale, assumendo che la velocità lineare $\vec{v_a}$ dell'aeroplano sia costante.

$$a_{rad} = \omega^2 r = 6.5 \cdot 10^4 \text{ m/s}^2$$
La velocité angolare é costante $\rightarrow a_{tan} = 0$

d) Considerando un'elica in lega di alluminio di massa $M = 9.4$ kg, ed approssimandola ad un'asta sottile ed omogenea di lunghezza totale $2r = 2.06$ m, determinare il momento medio τ_z sviluppato dal motore dell'aeroplano per portarla da ferma a 2400 giri/minuto in un tempo pari a 1.5 s.

$$I_z = \frac{1}{12} M (2r)^2 = \frac{1}{3} M r^2 = 3.3 \text{ Kg/m}^2$$
$$\tau_z = I_z \alpha_z = \frac{I_z \Delta\omega}{\Delta t} = 556.2 \text{ Nm}$$

Problema 3. Un recipiente cilindrico chiuso di volume $V = 90.0$ L è disposto orizzontalmente e diviso in due parti A e B da un pistone di spessore e capacità termica trascurabili, scorrevole con attrito trascurabile lungo il cilindro. Il pistone e le pareti del cilindro possono essere considerate impermeabili al calore (quindi adiabatiche), ad eccezione della base della parte A [*a sinistra*].



Inizialmente le parti A e B hanno lo stesso volume e contengono ciascuna $n = 3.00$ mol di gas perfetto monoatomico a temperatura T_0 e pressione $p_0 = 2.02 \cdot 10^5$ Pa ($\sim$ 2 atm).

Al gas contenuto in A si fornisce in maniera reversibile il calore Q_A e alla fine il volume del gas in A è il doppio del volume del gas in B.

a) Si calcolino i volumi e le temperature iniziali nelle parti A e B

$$V_A^i = V_B^i = V_0 = 45 \text{ L} = 4.5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$$
$$T_0 = p_0 V_0 / nR = 366 \text{ K}$$

b) Determinare la pressione e la temperatura finale del gas in B (p_B^f e T_B^f)

$\gamma = 5/3$

$V_B^f = 30$ L, $V_A^f = 60$ L Trasf. B é adiabatica : $p_B^f = p_B^i \left(\frac{V_B^i}{V_B^f}\right)^\gamma = 3.97 \cdot 10^5$

$$T_B^f = \frac{p_B^f V_B^f}{nR} = 478 \text{ K}$$

c) Si calcolino la pressione e la temperatura finale del gas in A (p_A^f e T_A^f)

$$p_A^f = p_B^f \rightarrow T_A^f = \frac{p_A^f V_A^f}{nR} = 956 \text{ K}$$

d) Calcolare il lavoro compiuto dal gas in B (W_B) e il lavoro totale ($W = W_A + W_B$)

$$\boxed{C_V = \frac{3}{2} R}$$

$$Q_B = 0 \rightarrow W_B = -\Delta U_B = -n C_V \Delta T_B = -4.19 \cdot 10^3 \text{ J}$$
$W_{TOT} = 0$ (non c'é variazione del volume totale)

e) Calcolare il calore Q_A

$$W_{TOT} = 0 \rightarrow W_A = -W_B \qquad Q_A = W_A + \Delta U_A = -W_B + n C_V \Delta T_A = $$
$$= 2.63 \cdot 10^4 \text{ J}$$