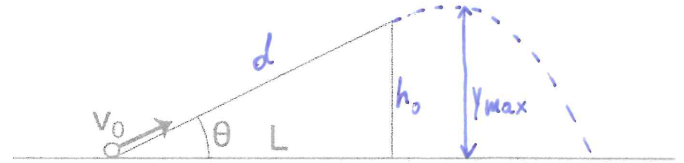


Cognome SOLUZIONE ESTESA Nome PROF. SCAZZA FRANCESCO

Istruzioni:

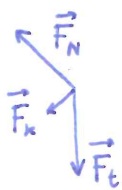
Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e poi l'eventuale corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate. Fare attenzione ai segni nelle risposte numeriche.

**Problema 1.** Un proiettile di massa  $m = 0.25$  kg è sparato con una velocità iniziale di modulo  $v_0 = 10$  m/s lungo una rampa di lunghezza orizzontale  $L = 1$  m, e di inclinazione data dall'angolo  $\vartheta = 30^\circ$ . Il coefficiente di attrito tra il proiettile e la rampa è  $\mu = 0.2$ .



- a) Disegnare il diagramma a corpo libero per il proiettile in punto qualsiasi durante la sua salita lungo la rampa. Calcolare il valore numerico delle tre forze che agiscono sul proiettile.

2



$$F_t = mg = 2.5 \text{ N} \quad (3.4 \text{ N})$$

$$F_N = F_t \cos \theta = 2.1 \text{ N} \quad (3.1 \text{ N})$$

$$F_k = \mu F_N = 0.42 \text{ N} \quad (0.47 \text{ N})$$

ipotenuse:  $d = \frac{L}{\cos}$

- b) Qual è la velocità del proiettile alla fine della rampa?

4

$$\frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \int (\Sigma \vec{F}) \cdot d\vec{r} = (-F_t \sin \theta - F_k) d$$

$$F_k = \mu F_N = \mu F_t \cos \theta$$

$$\frac{1}{2} m v_f^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 - F_t L (\tan \theta + \mu) = 12.5 \text{ J} - 1.9 \text{ J} = 10.6 \text{ J} \rightarrow v_f = 9.2 \text{ m/s}$$

(12.5 J - 2.1 J = 10.4 J)      (7.7 m/s)

- c) Alla fine della rampa il proiettile inizia una caduta libera. Disegnare in figura la traiettoria seguita dal proiettile e calcolare l'altezza massima da esso raggiunta.

4

$$v_{fy} = v_f \sin \theta = 4.6 \text{ m/s} \quad (3.3 \text{ m/s})$$

$$y = h_0 + v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2$$

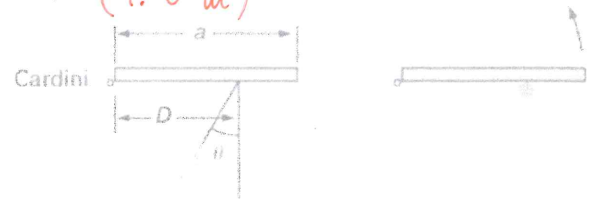
$$0 = v_y = v_{oy} - g t_{\max} \Rightarrow t_{\max} = \frac{v_{oy}}{g}$$

$$y_{\max} = h_0 + \frac{v_{oy}^2}{g} - \frac{1}{2} \frac{v_{oy}^2}{g} = h_0 + \frac{1}{2} \frac{v_{oy}^2}{g}$$

$$= 1.7 \text{ m}$$

$$(1.0 \text{ m})$$

**Problema 2.** Una porta aperta di massa  $M$  è ferma quando viene colpita da una pallina appiccicosa di massa  $m \ll M$  (approssimabile come puntiforme) in un punto posto a distanza  $D$  dall'asse passante per i cardini della porta. La velocità iniziale  $\vec{v}$  della pallina giace nel piano orizzontale e forma un angolo  $\vartheta$  con la normale alla porta (vedi figura della porta vista dall'alto). Dopo l'urto, la pallina si attacca alla porta.



Prima dell'urto

Dopo l'urto

La porta ha densità uniforme e larghezza  $a$ , mentre il suo spessore e le dimensioni dei cardini sono trascurabili rispetto alle altre dimensioni. Si trascuri l'attrito dei cardini.

- a) Considerando il sistema costituito da porta e pallina, si spieghi perché la quantità di moto totale del sistema non si conserva a seguito dell'urto. Quale quantità invece si conserva?

2

$\vec{P}_{\text{tot}}$  non si conserva perché agiscono forze esterne esercitate dai cardini sulla porta

Si conserva il momento angolare totale (rispetto all'asse passante per i cardini della porta), poiché  $\Sigma \tau_z = 0$ .

- b) Si determini un'espressione analitica per la velocità angolare  $\omega$  finale della porta in funzione delle grandezze introdotte.

4  $L_z \text{ iniziale} = L_z \text{ finale}$   
 $D m v \cos \vartheta = I_{\text{tot}} \omega$

$$\omega = \frac{D m v \cos \vartheta}{I_{\text{tot}}} = 2.57 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$0.927$   $(1.12 \frac{\text{rad}}{\text{s}})$

- c) Si determini la variazione dell'energia cinetica del sistema (porta + pallina) tra lo stato prima dell'urto e quello dopo l'urto, fissando  $m = 1.1 \text{ kg}$ ,  $M = 35 \text{ kg}$ ,  $a = 73 \text{ cm}$ ,  $D = 62 \text{ cm}$ ,  $\vartheta = 22^\circ$ , e  $v = 27 \text{ m/s}$ .

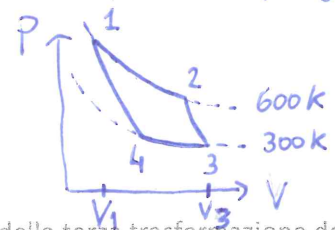
4  $I_{\text{tot}} = \frac{M}{3} a^2 + m D^2 = \frac{35 \cdot (0.73)^2}{3} + 1.1 \cdot (0.62)^2 = 6.64 \text{ Kg m}^2$   
 $K_{\text{in}} = \frac{1}{2} m v^2 = 401 \text{ J}$   
 $K_{\text{fin}} = \frac{1}{2} I_{\text{tot}} \omega^2 = 22 \text{ J}$   
 $\Delta K = K_{\text{fin}} - K_{\text{in}} = -379 \text{ J}$

$(6.45 \text{ Kg m}^2)$   
 $(6.22)$   $(0.23)$   
 $(4 \text{ J})$   $(-128 \text{ J})$

**Problema 3.** Una macchina di Carnot, contenente  $n = 2.00 \text{ mol}$  di gas perfetto monoatomico, viene fatta lavorare tra le temperature  $T_C = 600 \text{ K}$  e  $T_F = 300 \text{ K}$ . Quando la macchina inizia a funzionare il gas occupa il volume minimo  $V_1 = 20.0 \text{ L}$ , mentre il volume massimo occupato durante la trasformazione ciclica è  $V_3 = 80.0 \text{ L}$ .  $\rightarrow \gamma = \frac{5}{3}$

- a) Si calcoli il rendimento  $\eta$  della macchina termica.

2  $\eta = \eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_F}{T_C} = 0.5 = 50\%$



- b) Si trovino i valori dei volumi  $V_2$  e  $V_4$  occupati dal gas alla fine della prima e della terza trasformazione del ciclo eseguito dalla macchina.

2  $\rightarrow$  3 *adiabatiche*

4  $\rightarrow$  1 *adiabatiche*

3  $T_2 V_2^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1}$

$V_2 = V_3 \left(\frac{T_F}{T_C}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$

$V_2 = 80 \text{ L} \cdot (0.5)^{\frac{3}{2}} = 28.3 \text{ L}$

$V_4 = V_1 \left(\frac{T_C}{T_F}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$

$= 20 \text{ L} \cdot (0.5)^{\frac{3}{2}} = 56.7 \text{ L}$

$W_{\text{tot}} = 1.74 \text{ kJ}$

- c) Si calcoli il lavoro associato a ciascuna delle trasformazioni del ciclo eseguito dalla macchina, ed il lavoro totale compiuto in un intero ciclo.

4  $1 \rightarrow 2$  *isoterme*

$W_{12} = n R T_C \ln \left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 3.46 \text{ kJ}$

3  $\rightarrow$  4 *isoterme*

$W_{34} = n R T_F \ln \left(\frac{V_4}{V_3}\right) = -1.72 \text{ kJ}$

4  $2 \rightarrow 3$  *adiabatiche*

$W_{23} = -\Delta U_{23} = -n C_V (T_F - T_C) = 7.48 \text{ kJ}$

4  $\rightarrow$  1 *adiabatiche*

$W_{41} = -n C_V (T_C - T_F) = -7.48 \text{ kJ}$

- d) La macchina viene fermata in uno degli stati di arrivo delle trasformazioni, anche se il ciclo non è completato, appena si è prodotto un lavoro complessivo  $W = 5.13 \text{ kJ}$ . Si determini in quale stato finale si trova il gas a questo punto.

1 La macchina può essere fermata durante la seconda trasformazione quando ha raggiunto una temperatura di  $533 \text{ K}$ , un volume di  $33.8 \text{ L}$  e una pressione di  $262 \text{ kPa}$ .