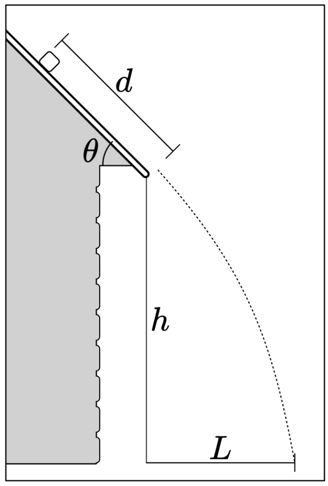
Università di Trieste A.A. 2021/2022 Lauree Triennali in Ingegneria
FISICA GENERALE 1, Prova Scritta, 17.01.2023

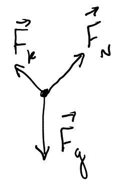
Cognome Scazza **Nome** Francesco **CdS:** IND/NAV

Istruzioni:
Per ciascuna domanda rispondere fornendo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e poi l'eventuale corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate. Fare attenzione ai segni nelle risposte numeriche.

Problema 1. Un blocco di ghiaccio di massa $m = 1\ \mathrm{kg}$ inizialmente a riposo scivola lungo un tetto di inclinazione $\theta = 45^o$. Giunto alla fine del tetto, esso prosegue la sua corsa nel vuoto. Il coefficiente di attrito cinetico tra il blocco ed il tetto è $\mu = 0.1$, la lunghezza del percorso inclinato è $d = 1\ \mathrm{m}$, e l'altezza del tetto dal suolo è $h = 2\ \mathrm{m}$.



a) Si disegni il diagramma a corpo libero del blocco in un momento qualsiasi del suo moto sul tetto. Esprimere il **modulo** di ogni forza in termine dell'accelerazione gravitazionale g, della massa m, dell'angolo θ e del coefficiente di attrito μ.

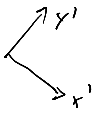


$F_g = mg$

$F_N = mg\cos\theta$

$F_k = \mu F_N = \mu mg\cos\theta$

b) Si determini l'accelerazione del blocco sul tetto e quindi la sua velocità nel punto in cui si stacca dal tetto.



accelerazione lungo il piano inclinato:

$ma_{x'} = mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta$

$a_{x'} = g(\sin\theta - \mu\cos\theta) = \frac{0.9\,g}{\sqrt{2}} = \boxed{6.2\ m/s^2}$

moto uniformemente accelerato

$d = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2d}{a}}$

$v = at = \sqrt{2ad} = \boxed{3.5\ m/s}$

c) Si determini a quale distanza orizzontale L (dalla fine del tetto) il blocco tocca il suolo.

tempo di caduta $\quad h = v_y t + \frac{1}{2}gt^2$

$t_c = \frac{-v_y}{g} + \frac{\sqrt{v_y^2 + 2gh}}{g}$

$v_y = v\cdot\sin\theta = 2.5\ m/s$

$t_c = 0{,}43\ s$

$L = v_x t_c = \boxed{1.1\ m}$

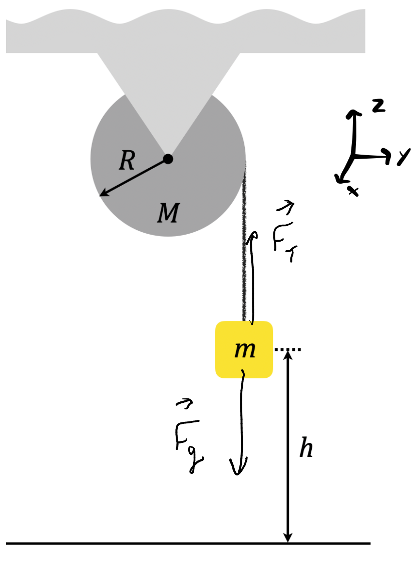
d) Quanta energia è stata dissipata a causa dell'attrito?

Senza attrito: $K = mgd\sin\theta = 6.9\ J$

Con attrito: $K = \frac{1}{2}mv^2 = 6.13\ J$

$\boxed{\Delta K = 0.7\ J}$

Problema 2. Una puleggia cilindrica di massa M e raggio R è azionata tramite un cavo di massa trascurabile. Si supponga di appendere al cavo un oggetto di massa m (vedi Figura). L'oggetto viene lasciato libero di cadere verso il suolo da una quota h.



a) Si disegnino in Figura le forze agenti sull'oggetto di massa m.

b) Fissando $M = 4.7\mathrm{kg}$, $m = 900\mathrm{g}$ ed $h = 1.05\mathrm{m}$, si calcoli la velocità v_F (in modulo) dell'oggetto al momento dell'impatto con il suolo.
Suggerimento: É possibile sfruttare la conservazione dell'energia meccanica.

$U_i + K_i = U_f + K_f \rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{1}{2}I\omega_f^2$

$= \frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{1}{4}Mv_f^2$

$\omega_f = v_f/R$

$I = \frac{1}{2}MR^2$

$\Rightarrow v_f = 2\sqrt{\frac{mgh}{2m+M}} = \boxed{2.4\ m/s}$

c) Si determini l'espressione analitica dell'accelerazione angolare $\vec{\alpha}$ della puleggia in funzione delle grandezze introdotte M, R ed m.

$\frac{1}{2}MR^2\alpha = I\alpha = \tau = F_T R \rightarrow \frac{1}{2}MR\alpha = F_T$ $\left(\frac{1}{2}MR + mR\right)\alpha = mg$

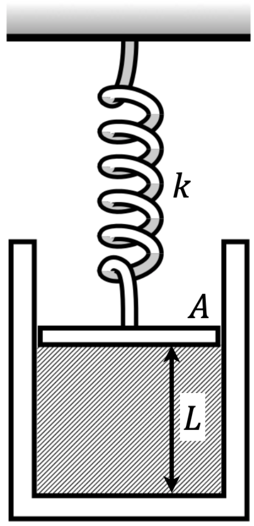
$ma = F_g - F_T \rightarrow mR\alpha = mg - F_T$ $\Rightarrow \boxed{\vec{\alpha} = \frac{2mg}{R(M+2m)}(-\hat{i})}$

$\alpha = a/R$

d) Si calcolino i valori del modulo dell'accelerazione angolare α e della tensione del cavo T fissando il raggio della puleggia a $R = 16\text{cm}$.

$\alpha = \boxed{17.0\ \text{rad}/\text{s}^2}$ $F_T = \frac{1}{2}MR\alpha = \frac{Mmg}{(M+2m)} = \boxed{6.4\ \text{N}}$

Problema 3. All'interno di un contenitore di sezione incognita A sono contenute $n = 2\ \text{mol}$ di un gas perfetto monoatomico. All'esterno del contenitore è posta una molla di costante elastica $k = 2000\ \text{N/m}$. La molla è fissata all'estremità superiore ad un vincolo esterno e all'estremità inferiore alla parete esterna di un pistone (vedi Figura). Il pistone ha massa trascurabile ed è libero di scorrere verticalmente senza attrito. La lunghezza a riposo della molla è tale che, in assenza di pressione, il pistone è posto in contatto con il fondo del contenitore (ossia $L = 0$). La capacità termica della molla è trascurabile.



a) Assumendo che il sistema si trovi all'equilibrio termodinamico per una compressione della molla $L_0 = 1.5\ \text{m}$ rispetto alla sua lunghezza a riposo, si determini la temperatura T_0 del gas nel contenitore. Si trascuri la pressione esterna al contenitore.

$p = F/A = \frac{kL_0}{A}$ $T = \frac{pV}{nR} = \frac{kL_0}{\cancel{A}} \cdot L_0 \cancel{A}/nR = kL_0^2/nR = \boxed{271\ \text{K}}$

$V = L_0 \cdot A$

Successivamente, si somministra al gas una quantità di calore $Q = 400\ \text{cal}$ attraverso una trasformazione reversibile. Si assumano pareti del contenitore adiabatiche.

b) Si determini l'espressione analitica del lavoro compiuto dal gas per effetto della trasformazione.

$$W = \int p\, dV = \int p\, A\, dL = \int_{L_0}^{L_f} kL\,dL = \frac{1}{2}k\left(L_f^2 - L_0^2\right) = \boxed{\frac{1}{2}nR(T_f - T_0)}$$

perché $T = \frac{kL^2}{nR}$

c) Si calcoli la temperatura finale T_F raggiunta dal gas. *Nota*: $1\ \text{cal} \simeq 4.18\ \text{J}$.

Primo principio $\Delta U = nC_v(T_f - T_0) = Q - W = Q - \frac{1}{2}nR(T_f - T_0)$

$\Rightarrow \left(nC_v + \frac{1}{2}nR\right)T_f = Q + \left(nC_v + \frac{1}{2}nR\right)T_0$

$T_f = \frac{Q + 2nRT_0}{2nR} = \boxed{321\ \text{K}}$

d) Si trovi la variazione di entropia ΔS relativa alla trasformazione effettuata.

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} = \int \frac{1}{T}(dU + dW) = \int \frac{1}{T}\left(nC_v\,dT + \frac{1}{2}nR\,dT\right)$$

$$= 2nR\ln\left(\frac{T_f}{T_0}\right) = \boxed{5.7\ \text{J/K}}$$