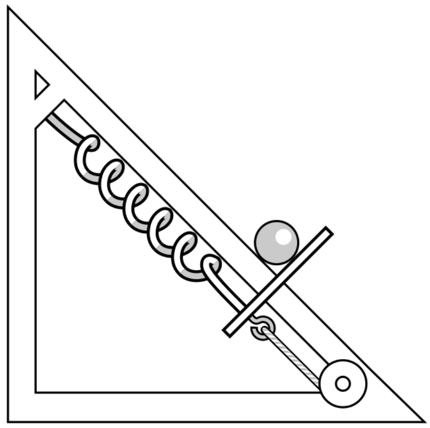
Università di Trieste A.A. 2021/2022 Lauree Triennali in Ingegneria
FISICA GENERALE 1, Prova Scritta, 21.02.2023
Cognome .... Nome .... CdS: ....

<u>*Istruzioni:*</u>
Per ciascuna domanda rispondere fornendo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e poi l'eventuale corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate. Fare attenzione ai segni nelle risposte numeriche.

Problema 1. Il disegno a destra mostra un modello semplificato di una balista, un dispositivo di lancio utilizzato nell'antica Roma. Un componente con proprietà elastiche, qui una semplice molla, viene teso avvolgendo un cavo su un argano. Il proiettile viene accelerato dalla molla quando il meccanismo viene rilasciato.



a) Si dice che il proiettile potesse raggiungere una distanza $d = 400$ m. Quale velocità v deve avere il proiettile al momento del distacco? Si supponga che l'angolo di lancio sia di 45°, e si trascuri l'attrito con l'aria.

Gittata per un angolo di lancio θ : $d = \frac{v^2 \sin 2\theta}{g}$

$$\Rightarrow v = \sqrt{dg} = \sqrt{400\,m \cdot 9.8\,m/s^2} = \boxed{63\ m/s}$$

b) Quanta energia potenziale era immagazzinata nella molla prima di far scattare il meccanismo di lancio? Si consideri un proiettile di massa $m = 32$ kg.

$$U_i = K_f = \frac{1}{2} m v^2 = \boxed{63\ kJ}$$

c) Se l'estensione massima della molla è $\Delta x = 2$ m, qual è la sua costante elastica?

$$U = \frac{1}{2} k \Delta x^2 \Rightarrow k = \frac{2U}{\Delta x^2} = \boxed{3.1 \times 10^4\ N/m}$$

d) Si calcoli la tensione T del cavo quando la molla è alla sua massima estensione.

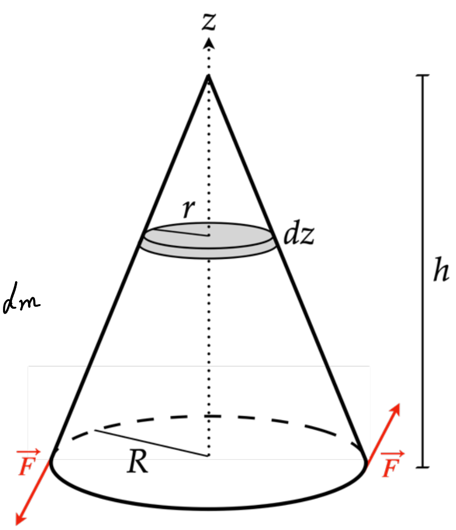
$$F_T = k \Delta x = \boxed{6.3 \times 10^4\ N}$$ (la forza di gravità è trascurabile)

e) In quanto tempo la molla raggiunge la sua lunghezza di riposo?

Il proiettile non si stacca fino al punto di riposo della molla, quindi la legge oraria del proiettile è un quarto di moto armonico.

Il periodo è $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. $\Rightarrow t = T/4 = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k}} = \boxed{50\ ms}$

Problema 2. Un cono omogeneo di massa $M = 10$ kg e raggio di base $R = 0.5$ m può ruotare intorno ad un asse fisso verticale z passante per il suo vertice e perpendicolare alla base. Al tempo $t = 0$ vengono applicate al cono due forze parallele di modulo $F = 10$ N, giacenti nel piano della circonferenza di base e tangenti ad essa (vedi figura).



a) Si determini l'espressione analitica del momento di inerzia I_z del cono rispetto all'asse z, ed il suo valore numerico per i parametri dati.

Il cono è costruito da dischi, ciascuno di momento di inerzia $dI = \frac{1}{2} r^2 dm$

$$I = \int dI = \frac{1}{2}\int r^2 dm \quad \text{con} \quad dm = \rho dV = \rho A\, dz = \rho \pi r^2 dz$$

$$\Rightarrow I = \frac{\pi}{2}\rho \int r^4 dz \qquad r(z) = R\left(1 - \frac{z}{h}\right)$$

$$\Rightarrow I = \frac{\pi}{2}\rho R^4 \int_0^h \left(1-\frac{z}{h}\right)^4 dz = \frac{\pi R^4}{2}\rho \int_0^h \left(\frac{z}{h}\right)^4 dz = \frac{\pi R^4}{2}\rho\left(\frac{h}{5}\right)$$

Volume del cono: $\frac{\pi R^2 h}{3} \Rightarrow$ densità $\rho = \frac{M}{V} = \frac{3M}{\pi R^2 h}$

$$I = \frac{\pi R^4 h}{10} \cdot \frac{3M}{\pi R^2 h} = \boxed{\frac{3}{10} M R^2 = 0{,}75\ kg\, m^2}$$

b) Supponendo il cono inizialmente fermo a $t = 0$, si determini la sua velocità angolare ω al tempo $t = 5$ s.

$$\tau_z = I\alpha_z \qquad \tau_z = 2FR \qquad \alpha_z = \frac{2FR}{\frac{3}{10}MR^2} = \frac{20}{3}\frac{F}{MR} = 13\ s^{-2}$$

accelerazione costante: $\omega_z = \alpha_z t = \boxed{67\ s^{-1}}$

c) Si determini il lavoro compiuto dalle forze tra l'istante iniziale ed il tempo $t = 5$ s.

Il lavoro compiuto è uguale all'energia cinetica a $t=5s$.

$$W = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{40}{3}\frac{F^2t^2}{M} = \boxed{1.7\ kJ}$$

Problema 3. Si consideri un recipiente adiabatico e di capacità termica trascurabile, contenente una massa $m_a = 100$ g di acqua a temperatura $T_a = 10$ °C posta a pressione atmosferica. Nel recipiente viene immerso un blocco di rame di massa $M_R = 1.0$ kg. In seguito all'immersione del blocco, all'equilibrio nel recipiente rimangono 90 g di acqua alla temperatura $T_{eq} = 100$ °C.

a) Si calcoli la temperatura iniziale del blocco di rame, assumendo un calore specifico del rame $c_R = 0.092$ cal/g °C. Si ricordi che il calore specifico dell'acqua è $c_a = 1$ cal/g °C e il calore latente di evaporazione dell'acqua è $L_{ev} = 2257$ kJ/kg.
Nota: 1 cal $\simeq$ 4.187 J

$T_f = 100°C$
$\Delta T_a = T_f - T_a = 90K$
$m_{ev} = 100g - 90g = 10g$

L'energia termica del sistema acqua + rame si conserva:

$$U_{ai} + U_{Ri} = U_{af} + U_{Rf} \iff \Delta U_a = -\Delta U_R$$

$$\left.\begin{aligned} \Delta U_a &= m_a c_a \Delta T_a + m_{ev} L_{ev} \\ \Delta U_R &= m_R c_R \Delta T_R = m_R c_R (T_f - T_{Ri}) \end{aligned}\right\} T_{Ri} = T_f + \frac{m_a c_a \Delta T_a + m_{ev} L_{ev}}{m_R c_R} = \boxed{256°C}$$

b) Si trovino la variazione di entropia ΔS dell'acqua e del rame dallo stato iniziale a quello finale. I valori ottenuti sono in accordo con il Secondo Principio della Termodinamica?

$$\Delta S_a = \int_{T_a}^{T_f} \frac{dQ_a}{T} + m_{ev}L_{ev}/T_f = m_a c_a \ln\left(\frac{T_f}{T_a}\right) + m_{ev}L_{ev}/T_f = \boxed{176\ J/K}$$

$$\Delta S_R = \int_{T_i}^{T_f} \frac{dQ_R}{T} = m_R c_R \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = \boxed{-135\ J/K} \qquad \boxed{\Delta S_{tot} = 41\ J/K > 0} \checkmark$$

c) A partire dalle stesse condizioni iniziali dell'acqua, si determini la temperatura di equilibrio finale del sistema se la temperatura iniziale del blocco di rame fosse stata di 300 °C. Quanta acqua rimane nel recipiente?

La temperatura finale è $\boxed{100°C}$ (almeno che tutta l'acqua evapori. Sarà il caso se $m_{ev} > m_a$)

$$m_a c_a \Delta T_a + m_{ev} L_{ev} = -m_R c_R \Delta T_R$$

$$m_{ev} = \frac{-1}{L_{ev}}(m_R c_R \Delta T_R + m_a c_a \Delta T_a)$$

$$= 17{,}4\ g$$

Rimane $\boxed{82{,}6\ g}$ di acqua nel recipiente